Домашняя работа

Урок 9. Вебинар “Производная функции нескольких переменных. Часть 2”

Исследовать на условный экстремум:

$1. U = 3 - 8x + 6y, \qquad \text{если} \quad x^2 + y^2 = 36$

$L(\lambda, x, y) = 3 - 8x + 6y + \lambda_1.(x^2 + y^2 - 36)$

$$\begin{cases} L'_x = -8 + \lambda_1.2x = 0 \\ L'_y = 6 + \lambda_1.2y = 0 \\ L'_\lambda = x^2 + y^2 - 36 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{2\lambda_1.} \\ y = \frac{-6}{2\lambda_1.} \\ \frac{16}{\lambda_1^2} + \frac{9}{\lambda_1^2} = 36 \Rightarrow \lambda_1 = \frac{6}{5} \end{cases}$$

$$x = \frac{4}{\frac{6}{5}} = 3\frac{1}{3} \ \left(-3\frac{1}{3}\right)$$

$$y = \frac{-3}{\frac{6}{5}} = -2\frac{1}{2} \ \left(2\frac{1}{2}\right)$$

$$\left(\frac{6}{5}, 3\frac{1}{3}, -2\frac{1}{2}\right) \ \left(-\frac{6}{5}, -3\frac{1}{3}, 2\frac{1}{2}\right)$$

$2. U = 2x^2 + 12xy + 32y^2 + 15, \qquad \text{если} \quad x^2 + 16y^2 = 64$

$L(\lambda, x, y) = 2x^2 + 12xy + 32y^2 + \lambda_1.(x^2 + 16y^2 - 64)$

$$\begin{cases} L'_x = 2 \cdot 2 + 12 + \lambda_1.2x = 0 \\ L'_y = 12 + 32 \cdot 2 + \lambda_1.16 \cdot 2y = 0 \\ L'_\lambda = x^2 + 16y^2 - 64 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16 + 2\lambda_1.x = 0 \\ 76 + 32\lambda_1.y = 0 \\ x^2 + 16y^2 - 64 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{16}{2\lambda_1.} = -\frac{8}{\lambda_1.} \\ y = \frac{-76}{32\lambda_1.} = -\frac{19}{8\lambda_1} \\ \frac{64}{\lambda_1^2} + \frac{16 \cdot 19^2}{64\lambda_1^2} = 64 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{8}{\lambda_1.} \\ y = -\frac{19}{8\lambda_1} \\ \frac{64}{\frac{\lambda_1^2}{64}} + \frac{16 \cdot 19^2}{\frac{64\lambda_1^2}{64}} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{8}{\lambda_1.} \\ y = -\frac{19}{8\lambda_1} \\ \frac{64^2}{\lambda_1^2} + \frac{16 \cdot 19^2}{\lambda_1^2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{8}{\lambda_1.} \\ y = -\frac{19}{8\lambda_1} \\ 64^2 + 16 \cdot 19^2 = \lambda_1^2 \end{cases}$$

$$\lambda_1 = \sqrt{9801} = 99$$

$$\begin{cases} x = -\frac{8}{99} \\ y = -\frac{19}{8 \cdot 99} \\ \lambda_1 = 91 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{8}{99} \\ y = -\frac{19}{792} \\ \lambda_1 = 91 \end{cases} \ \left(99, -\frac{8}{99}, -\frac{19}{792}\right) \ \left(-99, \frac{8}{99}, \frac{19}{792}\right)$$

3. Численно найти хотя бы один действительный корень системы нелинейных уравнений.

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 3xy^3 - 2x^2y^2 + 2x - 3y - 5 = 0 \\ 3y^3 - 2x^2 + 2x^3y - 5x^2y^2 + 5 = 0 \end{cases}$$

Решение смотри в блокноте Python

```
###### import numpy as np
from scipy.optimize import fsolve, broyden1
import math

def equations(p):
    x, y = p
    # Запись системы уравнения вида x+y=2, x-y=0
    return (x*x-y*y+3*x*y*y*y-2*x*x*y*y+2*x-3*y-5, 3*y*y*y-
2*x*x+2*x*x*x*y-5*x*x*y*y+5)
    #return (x+y*2-2, x-(-y))
# Численное решение нелинечной системы уравнений
x, y =  fsolve(equations, (10, 10))
print (x, y)
```

Решение
x = 1.273302064528599
y = 1.6620391224277693

4*.Предложить алгоритм, который найдет все 5 действительных корней.

Предлагается алгоритм перебора стартовых точек с дальнешем обобщением полученных значений корней.

#	x	y
1	-0.33658904260336603	-1.1669102599114196
2	1.3756871403842181	-0.17475798541207652
3	1.2733020645286381	1.6620391224277007
4	-3.6530799635704376	-0.2747634192680595
5	2.217753638814938	0.6101939797524185

Решение смотри в блокноте Python