

### Урок 3. Вебинар “Множество. Последовательность”

#### Практическая работа

##### Математическая логика

Проверить любым способ, является ли данная логическая формула тавтологией:

1.  $A \vee B \rightarrow B \vee A$

Ответ:

Проверим данную формулу с помощью таблицы истинности

| A   | B   | $A \vee B$ | $B \vee A$ |
|-----|-----|------------|------------|
| "И" | "И" | "И"        | "И"        |
| "И" | "Л" | "И"        | "И"        |
| "Л" | "И" | "И"        | "И"        |
| "Л" | "Л" | "Л"        | "Л"        |

Сравнивая результат в столбцах  $A \vee B$ , а также  $B \vee A$  мы видим, что значения в них идентичны и справедливы при любых значениях A и B, следовательно логическая формула  $A \vee B \rightarrow B \vee A$  является тавтологией.

2.  $A \rightarrow A \vee B \wedge A$

Ответ:

Проверим данную формулу с помощью таблицы истинности

| A   | B   | $A \vee B$ | $A \vee B \wedge A$ |
|-----|-----|------------|---------------------|
| "И" | "И" | "И"        | "И"                 |
| "И" | "Л" | "И"        | "И"                 |
| "Л" | "И" | "И"        | "Л"                 |
| "Л" | "Л" | "Л"        | "Л"                 |

Сравнивая результат в столбцах A, а также  $A \vee B \wedge A$  мы видим, что значения в них идентичны и справедливы при любых значениях A, следовательно логическая формула  $A \rightarrow A \vee B \wedge A$  является тавтологией.

Сформулируйте словесно высказывания:

A: сегодня светит солнце; B: сегодня сыро; C: я поеду на дачу.

3.  $A \vee B \rightarrow C$

Ответ:

Светит сегодня солнце или сегодня сыро, то следовательно я еду на дачу.

4.  $C \rightarrow A \vee B$

Ответ:

Я еду на дачу, то следовательно сегодня светит солнце или сегодня сыро

Пользуясь правилом построения противоположного высказывания, записать утверждения, противоположные следующим:

5. На любом курсе каждого факультета есть студенты, сдающие все экзамены на «отлично».

Ответ:

На существующем курсе, как минимум одного факультета нет студентов, не сдающих хотя один экзамен на "отлично"

6.Каждый студент философского факультета имеет друга, который умеет решать все логические задачи.

Ответ:

Есть студент философского факультета, который не имеет друга не умеющего решать одну логическую задачу.

7.В любом самолете на рейсе Вашингтон-Москва присутствует хотя бы один сотрудник силовых органов, в каждой пуговице одежды которого вмонтирован микрофон

Ответ:

Существует самолет на рейсе Вашингтон-Москва, в котором не присутствуют все сотрудники силовых органов, в одной из пуговиц которых не вмонтирован микрофон.

Множества. Предел последовательности

Представьте в виде несократимой рациональной дроби:

8.

0.(216)

Ответ:

$$a = 0.(216)$$

$$1000a = 216 + 0.(216)$$

$$999a = 216$$

$$a = 216/999 = 8/37$$

9.

1.0(01)

Ответ:

$$a = 1.0(01)$$

$$10a = 10 + 0.(01)$$

$$10a = 10 + 1/100$$

$$a = 10/10 + 1/1000$$

$$a = 1000/1000 + 1/1000$$

$$a = 1001/1000$$

10.Представьте 1 в виде суммы трех рациональных дробей с разными знаменателями и числителем равным 1.

Ответ:

$$1/2 + 1/3 + 1/6$$

Задачу легко решить взглянув на часовой циферблат.

11\*.То же задание, только в виде суммы шести дробей.  
???????

12.Найдите значение предела:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} \right)$$

Ответ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} = 0$$

Предел последовательности

13.Пользуясь критерием Коши, докажите сходимость последовательности:

$$a_n = \frac{\sin 1}{2} + \frac{\sin 2}{2^2} + \frac{\sin 3}{2^3} + \dots + \frac{\sin n}{2^n}$$

Решение представлено в файле Mathan\_practics3. ipynb

*\* Какой член последовательности можно взять в качестве предела с точностью  $\varepsilon=10^{-7}$*

Решение представлено в файле Mathan\_practics3. ipynb

14\*.Пользуясь критерием Коши, докажите расходимость последовательности:

$$b_n = 1 + 12 + 13 + \dots + 1n$$