Урок 7. Вебинар “Производная функции одной переменной

Домашняя работа

Производные функций одного переменного.

1. $y = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{5}{x^3} + \sqrt{x} - \sqrt[3]{x} + \frac{3}{\sqrt{x}}$

Ответ:

$$y = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{5}{x^3} + \sqrt{x} - \sqrt[3]{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} \Rightarrow y' = (\sqrt{x})' + (\frac{1}{x})' + \left(-x^{\frac{1}{3}}\right)' + (-\frac{5}{x^3})' + (\frac{2}{x^2})' + (\frac{3}{\sqrt{x}})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \left(\frac{1}{-x^2}\right) + \left(-\frac{1}{3 \cdot x^{\frac{2}{3}}}\right) + \frac{15}{x^4} + \left(-\frac{4}{x^3}\right) + \left(-\frac{3}{2 \cdot x^{\frac{3}{2}}}\right) = -\frac{1}{-x^2} - \frac{4}{x^3} + \frac{15}{x^4} + \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{3}{2 \cdot x^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{3 \cdot x^{\frac{2}{3}}}$$

2. $y = x \cdot \sqrt{1 + x^2}$

$$y = x \cdot \sqrt{1 + x^2} \Rightarrow y' = x' \cdot \sqrt{1 + x^2} + x(\sqrt{1 + x^2})' = 1 \cdot \sqrt{1 + x^2} + \frac{x^2}{\sqrt{1 + x^2}}$$

3. $y = \frac{2x}{1 - x^2}$

$$y = \frac{2x}{1-x^2} \Rightarrow y' = 4\frac{x^2}{(1-x^2)^2} + \frac{2}{1-x^2}$$

Задание 4 пропущенно.

5. $y = (x^2 + 2)^5 \cdot (3x - x^3)^3$

$$y = (x^2 + 2)^5 \cdot (3x - x^3)^3 \Rightarrow y' = (x^2 + 2)^5 \cdot (3x - x^3)^3 \cdot \left(\frac{5}{x^2 + 2} + \frac{3}{3x - x^3}\right)$$

6. $y = \sqrt[x]{x}$

$$y = \sqrt[x]{x} \Rightarrow y' = \sqrt[x]{x} \cdot \left(-\frac{\ln(x)}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right)$$

Задание 7, 8, 9 пропущенно.

10. $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$

$$y = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right) \Rightarrow y' = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$$

$11. \ y = x \cdot \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) - \sqrt{x^2+1}$

$$y = x \cdot \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) - \sqrt{x^2+1} \Rightarrow y' = \ln\left(\sqrt{x^2+1} + x\right)$$

Задание 12 пропущенно.

13*. Найти длину x и ширину y прямоугольника при заданном периметре P = 144 см , при которых данный прямоугольник имеет наибольшую площадь S.

Объявим независимой переменной (одну сторону прямоугольника, обозначим ее буквой x.

Полупериметр прямоугольника - 72 см. Вторую сторону обозначим - $(72-x)$. По условию задачи получим: $S = x(72 - x) = 72x - x^2$,

На этом этапе для функции $S = 72x - x^2$ нужна производная функции:
$S' = (72x - x^2)' = 72 - 2x$
Приравняв производную нулю, получим:
$72 - 2x = 0$
$2x = 72$
$x = 36$

Итак, одна сторона прямоугольника $x = 36$ см.
Вычислим вторую сторону: $72 - 36 = 36$ см.

Ответ:
Так как, периметр прямоугольника составляет 144 см., то прямоугольник имеет наибольшую площадь $S = 1296$ см^2, если его стороны 36 см и 36 см.