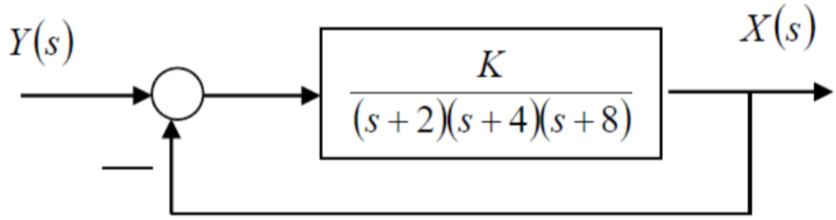
6.32. Да се нацрта геометриското место корени на затворениот систем со единична негативна повратна врска, чиј отворен систем има преносна функција:

$$G_0(s) = \frac{K}{s(s+5)}, K > 0 \tag{6.122}$$

Потоа да се изврши компензација со интегрален компензатор, така што стационарната грешка на затворениот систем за линеарно растечки влез ќе изнесува 2% од брзината на промена на влезот и доминантниот пар полови на затворениот систем ќе има фактор на релативно придушување $\zeta = 0.592$.

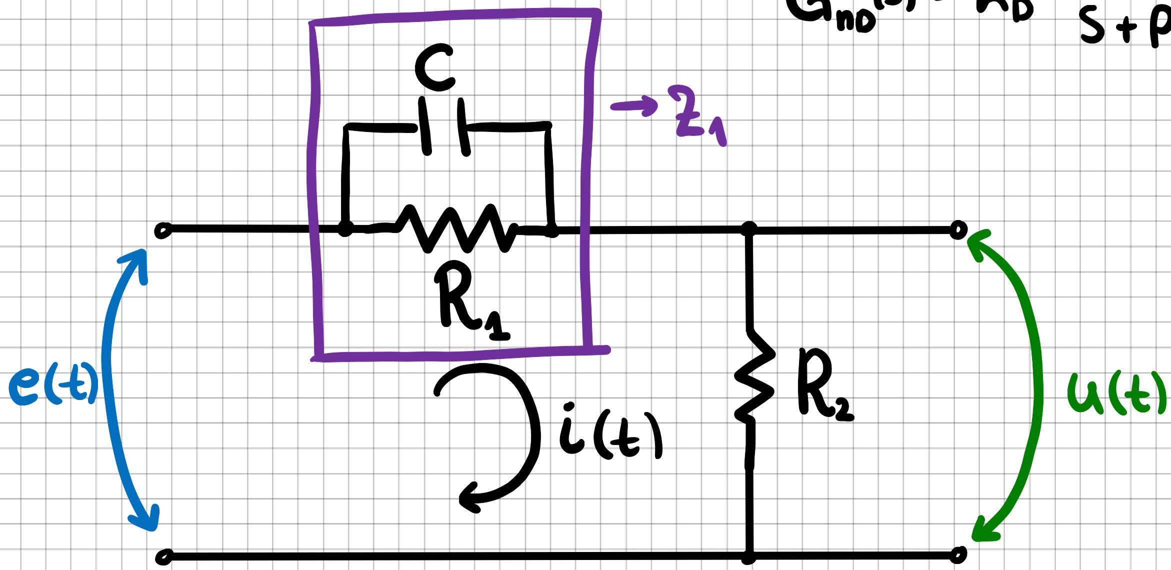
6.34. Даден е затворениот систем од Слика 6.64. Под претпоставка, доминантниот пар полови на затворениот систем има фактор на релативно придушување $\zeta = 0.18$. По пат на компензација со соодветен компензатор, да се обезбеди нулева стационарна грешка на системот, без значително да се промени останатото негово поведение.



Слика 6.64. Илустрација кон Задача 6.34

* Неидеален диференцијален компензатор:

$$G_{nD}(s) = K_D \frac{s+z_0}{s+p_0} \; ; \; z<p$$



$$e(t) = Z_1 i(t) + R_2 i(t)$$
$$u(t) = R_2 i(t) \quad \Big/ \mathcal{L}$$

$$E(s) = Z_1 I(s) + R_2 I(s)$$
$$U(s) = R_2 I(s)$$

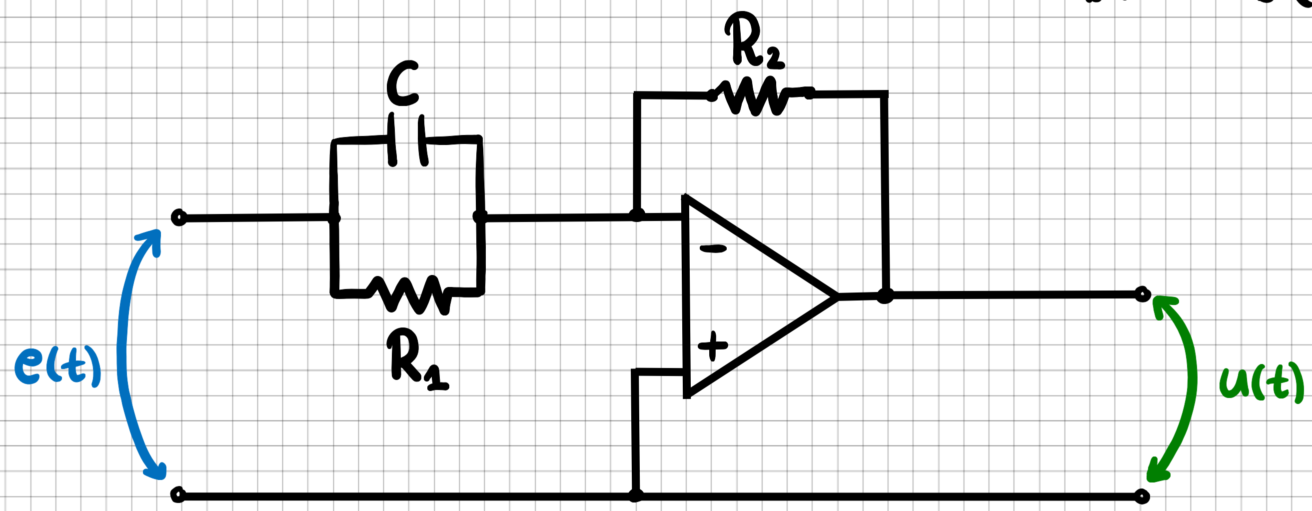
$$Z_1 = \frac{R_1 \cdot \frac{1}{Cs}}{R_1 + \frac{1}{Cs}}$$

$$\boxed{\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{s + \frac{1}{R_1 C}}{s + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C}}}$$

$$\frac{1}{R_1 C} + \frac{1}{R_2 C}$$

* Идеален диференцијален компензатор:

$$G_D(s) = K_D(s + z_D)$$



$$\frac{U(s)}{E(s)} = -\frac{R_2}{\dfrac{R_1 \cdot \frac{1}{Cs}}{R_1 + \frac{1}{Cs}}} = -\frac{R_1 R_2 + \dfrac{R_2}{Cs}}{\dfrac{R_1}{Cs}} =$$

$$= -\frac{\dfrac{R_1 R_2 Cs + R_2}{\cancel{Cs}}}{\dfrac{R_1}{\cancel{Cs}}} = -\frac{R_1 R_2 Cs + R_2}{R_1}$$

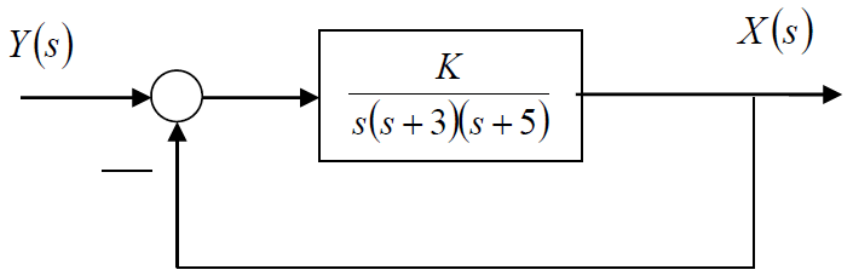
$$\Rightarrow \boxed{\frac{U(s)}{E(s)} = -R_2 C\left(s + \frac{1}{R_1 C}\right)} \Rightarrow \text{PD управувач}$$

$$G_{PD}(s) = K_P + K_D s$$

$$\Rightarrow \boxed{K_P = -\frac{R_2}{R_1}} \qquad \boxed{K_D = -R_2 C}$$

6.37. Даден е затворениот систем од Слика 6.75. По пат на компензација со идеален диференцирачки компензатор, да се обезбеди компензираниот затворен систем да има максимален прескок од $\underbrace{M = 16\%}$ и четирипати покусо време на смирување на отскочниот одзив.

$\zeta = 0{,}504$



Слика 6.75. Илустрација кон Задача 6.37

* **Идеален диференцијален компензатор:**

$$G_D(s) = K_D\,(s + z_0)$$

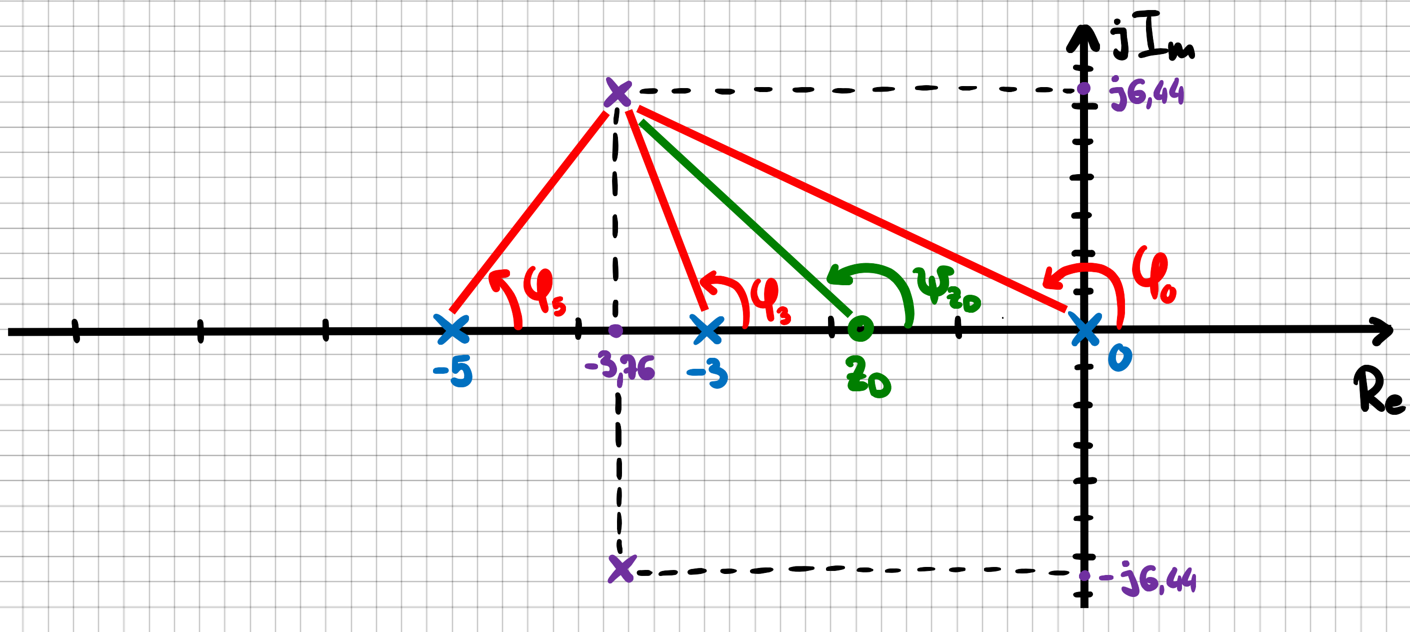
* за $\underline{\zeta = 0{,}504}$, доминантни полови на с-м се: $s_{1/2} = -0{,}94 \pm j1{,}61$

при $K = 21{,}3$!

* од релацијата: $s_{1/2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$

$$T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \Rightarrow \frac{4}{0{,}94} \Rightarrow \boxed{T_s \approx 4{,}25s}$$

$\rightarrow T_{s_c} = \frac{T_s}{4} \Rightarrow \boxed{T_{s_c} \approx 1{,}06s} \rightarrow s_{1/2}^{\,c} = s_{1/2}\cdot 4 \Rightarrow s_{1/2}^{\,c} = -3{,}76 \pm j6{,}44$



* **принцип на аргумент :** $\sum \varphi_{pi} - \sum \psi_{zi} = 180°$

$$\varphi_0 + \varphi_3 + \varphi_5 = 180°$$

$$\varphi_0 = 180° - \operatorname{atan}\left(\frac{6,44}{3,76}\right) \approx 120°$$

$$\varphi_3 = 180° - \operatorname{atan}\left(\frac{6,44}{0,76}\right) \approx 96,76°$$

$$\varphi_5 = \operatorname{atan}\left(\frac{6,44}{1,24}\right) \approx 79,13°$$

$$\Rightarrow \quad \varphi_0 + \varphi_3 + \varphi_5 \approx 296° \neq 180° \rightarrow S_{1/2}^{c} \notin \text{ГМК!}$$

* за да $S_{1/2}^{c}$ припаѓа на ГМК, треба да се воведе идеален D-компензатор со нула која е под агол $296° - 180°$ во однос на $S_{1/2}^{c}$!

$$\Rightarrow \psi_{z_D} = 296° - 180° = 116° \Rightarrow \varphi_3 < \psi_{z_D} < \varphi_0$$

$$\psi_{z_D} = 180° - \operatorname{atan}\left(\frac{6,44}{3,76 - z_D}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{z_D = 0,623} \quad \Rightarrow \boxed{G_D(s) = K_D(s + 0,623)}$$

* од MATLAB $\rightarrow$ $\boxed{K_D = 44,2}$

6.40. Преносната функција на соодветниот отворен систем за даден затворен линеарен стационарен континуален динамички систем со единична негативна повратна врска е дадена со изразот:

$$G_0(s) = \frac{K}{s(s+5)} \tag{6.182}$$

Отскочниот одѕив на затворениот систем треба да се одликува со максимален прескок од 20%. $\rightarrow \zeta = 0{,}456$

а) Да се определи времето на смирување на отскочниот одѕив на затворениот систем T_s

б) Да се определи стационарната грешка на одзивот на затворениот систем на единичен линеарно растечки влез

в) Да се проектира интегро-диференцијален компензатор со помош на кој времето на смирување на отскочниот одзив на компензираниот систем ќе се намали за 2 пати во однос на времето на смирување на некомпензираниот систем, а стационарната грешка за единичен линеарно растечки влез ќе се намали за 10 пати

г) Да се оцени точноста на направената апроксимација со систем од втор ред.

а) $T_s = ?$ т.ш. $M_{p\%} = 20\% \rightarrow \zeta = 0{,}456$

* за $\zeta = 0{,}456$ се добиваат доминантни полови: $s_{1/2} = -2{,}5 \pm j4{,}88$ при $K = 30$!

$$\Rightarrow T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{2{,}5} \Rightarrow \boxed{T_s \approx 1{,}6\,s}$$

б) $e_v(\infty) = ?$ при $y(t) = t\,h(t)$

$$K_v = \lim_{s\to 0} s\,G_0(s) = \frac{K}{5} \Rightarrow \boxed{K_v = 6} \text{ при } K = 30!$$

$$e_v(\infty) = \frac{1}{K_v} \Rightarrow \boxed{e_v(\infty) = 0{,}16}$$

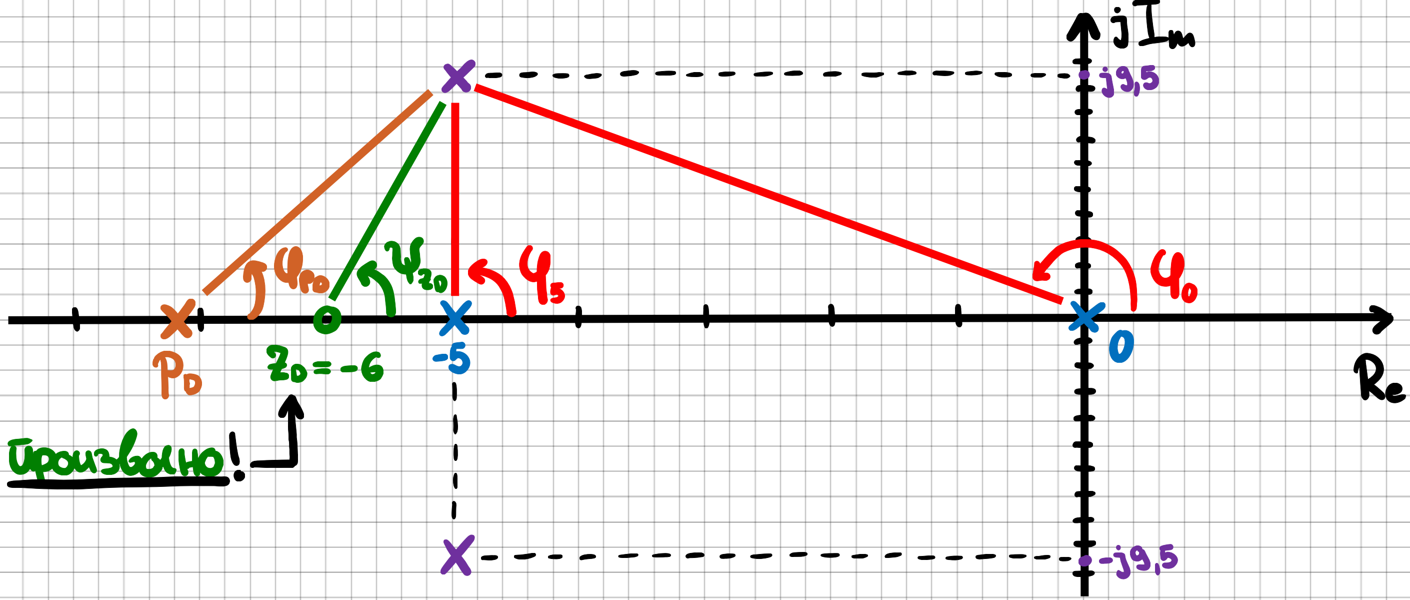
в) $$T_{s_c} = \frac{T_s}{2} \Rightarrow \boxed{T_{s_c} \approx 0{,}8} \leftarrow \text{со D-компензатор}$$

$$e_{v_c}(\infty) = \frac{e_v(\infty)}{10} \Rightarrow \boxed{e_{v_c}(\infty) = 0{,}016} \leftarrow \text{со I-компензатор}$$

* прво се проектира неидеален D-компензатор:

$$G_D(s) = K_D \cdot \frac{s+z_D}{s+p_D} \quad ; \quad z_D < p_D$$

* од $T_{s_c} = \frac{T_s}{2} \Rightarrow s_{1/2}^c = 2 \cdot s_{1/2} \Rightarrow s_{1/2}^c = -5 \pm j9{,}5$



* принцип на аргумент: $\sum \varphi_{p_i} - \sum \psi_{z_i} = 180°$

$$\varphi_0 + \varphi_5 - \varphi_{p_D} - \psi_{z_D} = 180°$$

$$\varphi_0 = 180° - \operatorname{atan}\left(\frac{9{,}5}{5}\right) \approx 117{,}43°$$

$$\varphi_5 = 90°$$

$$\psi_{z_D} = \operatorname{atan}\left(\frac{9{,}5}{1}\right) \approx 83{,}97°$$

$$\Rightarrow \quad 117{,}43 + 90 + \varphi_{p_D} - 83{,}97° = 180°$$

$$\Rightarrow \varphi_{p_D} = 56{,}14° \Rightarrow \varphi_{p_D} < \psi_{z_D}$$

$$\varphi_{p_D} = \operatorname{atan}\left(\frac{9,5}{p_D - 5}\right) \quad / \tan$$

$$\tan \varphi_{p_D} = \frac{9,5}{p_D - 5} \Rightarrow \boxed{p_D = 11,35}$$

$$\Rightarrow \boxed{G_D(s) = \boxed{K_D} \frac{s+6}{s+11,35}}$$

→ принцип на модул

→ преку MATLAB ⇒ $\boxed{K_D = 120}$

* **се проектира неидеален I-компензатор:**

→ бидејќи грешката сакаме да ја намалиме за 10 пати, односот $\frac{z_i}{p_i}$ треба да биде 10!

→ z_i се избира произволно т.ш. ќе се наоѓа во близина на Im-оска!

→ p_i се определува како $p_i = \frac{z_i}{10}$!

$$\Rightarrow \boxed{G_i(s) = \frac{s+0,1}{s+0,01}}$$

$$\Rightarrow G_{iD}(s) = G_D(s) \cdot G_i(s) \Rightarrow \boxed{G_{iD}(s) = 120 \frac{(s+6)(s+0,1)}{(s+11,35)(s+0,01)}}$$