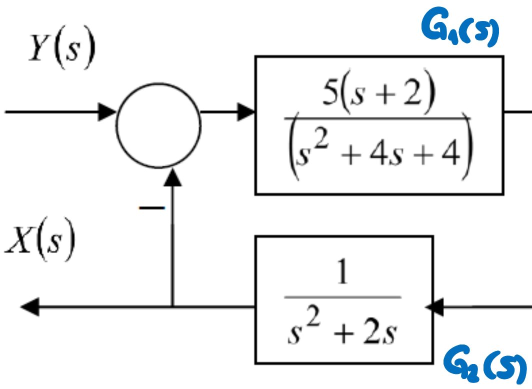
09.10.2024

Проектирање на системи на автоматско управување

Временски карактеристики на квалитетот на одзивот

1.21. Да се определи редот на астатизам на отворениот систем за затворениот систем од Слика 1.23, како и неговата стационарна грешка за линеарно растечки влез $y(t)=5th(t)$.



Слика 1.23. Илустрација кон Задача 1.21

$$G_o(s) = G_1(s) \cdot G_2(s) = \frac{5\cancel{(s+2)}}{s^2+4s+4} \cdot \frac{1}{s\cancel{(s+2)}}$$

$$\boxed{G_o(s) = \frac{5}{\underbrace{s}_{\text{астатизам од I ред}}(s^2+4s+4)}}$$

$$e(t) = y(t) - x(t) \quad / \mathcal{L}$$

$$E(s) = Y(s) - X(s)$$

$$\boxed{X(s) = G(s) \cdot Y(s)}$$

$$\boxed{G(s) = \frac{G_o(s)}{1+G_o(s)}}$$

$$E(s) = Y(s) - G(s) \cdot Y(s)$$

з.с. $\rightarrow$ $$\boxed{E(s) = [1 - G(s)]\, Y(s)}$$

$$E(s) = \left[1 - \frac{G_o(s)}{1+G_o(s)}\right] Y(s)$$

о.с. $\rightarrow$ $$\boxed{E(s) = \frac{1}{1+G_o(s)} \cdot Y(s)}$$

$y(t) = 5t\,h(t) \;/\mathcal{L}$

$Y(s) = \frac{5}{s^2}$ $\qquad E(s) = \frac{1}{1 + \frac{5}{s(s+2)^2}} \cdot \frac{5}{s^2}$

$$E(s) = \frac{\cancel{s}(s+2)^2}{s(s+2)^2 + 5} \cdot \frac{5}{s^{\cancel{2}}}$$

$$\boxed{E(s) = \frac{5(s+2)^2}{s\left[s(s+2)^2 + 5\right]}}$$

$e(\infty) = ?$

$$e(\infty) = \lim_{s \to 0} sE(s) = \lim_{s \to 0} \cancel{s} \frac{5(s+2)^2}{\cancel{s}\left[s(s+2)^2 + 5\right]}$$

$$\boxed{e(\infty) = 4}$$

$y(t) = 5t\,h(t) \;/\mathcal{L}$

$Y(s) = \frac{5}{s^2}$

$$E(s) = \frac{1}{1 + \frac{5}{s(s+2)^2}} \cdot \frac{5}{s^2}$$

$$E(s) = \frac{\cancel{s}(s+2)^2}{s(s+2)^2 + 5} \cdot \frac{5}{s^{\cancel{2}}}$$

$$\boxed{E(s) = \frac{5(s+2)^2}{s\left[s(s+2)^2 + 5\right]}}$$

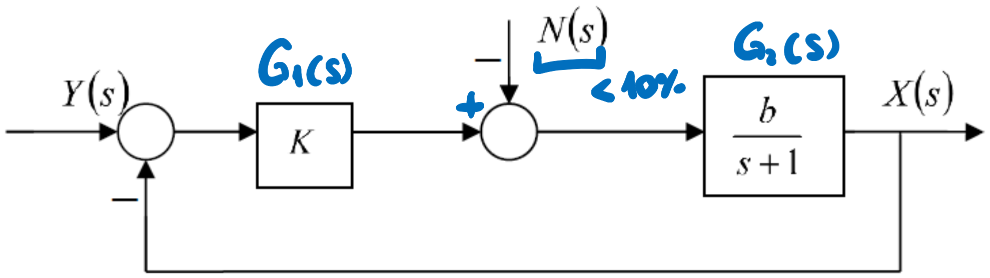
$e(\infty) = ?$

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} \cancel{s}\,\frac{5(s+2)^2}{\cancel{s}\left[s(s+2)^2 + 5\right]}$$

$$\boxed{e(\infty) = 4}$$

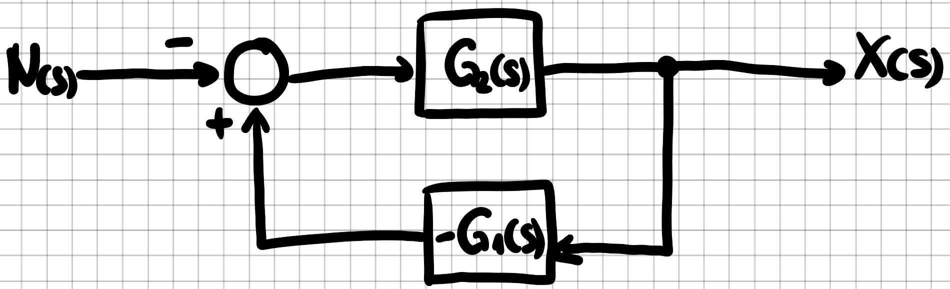
1.26. Да се определи најмалата вредност на параметарот K во стабилниот затворен САУ од Слика 1.27, за која стационарната грешка на системот предизвикана од единични отскочни пореметувања $n(t)$ ќе биде помала од 10%. Под претпоставка, $b > 0$.

$n(t) = h(t)$



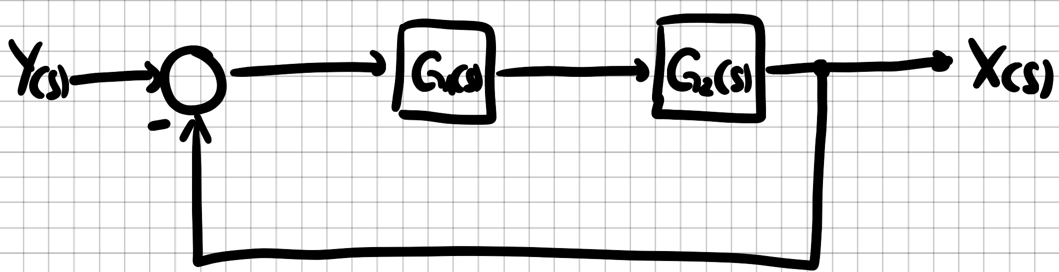
Слика 1.27. Илустрација кон Задача 1.26

при $N(s)$: $Y(s) \equiv 0$



$$G_n(s) = \frac{-G_2(s)}{1 + G_2(s)G_1(s)} = \boxed{\frac{-b}{s+1+bK}}$$

при $Y(s)$: $N(s) \equiv 0$



$$G_y(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)} = \boxed{\frac{bK}{s+1+bK}}$$

$$G(s) = G_y(s) + G_n(s)$$

$e_n(\infty) < 0{,}1$

$$e(\infty) = e_y(\infty) + e_n(\infty)$$

$$E(s) = Y(s) - X(s)$$

$$E(s) = Y(s) - \left[G_y(s)\,Y(s) + G_n(s)\,N(s)\right]$$

$$E(s) = \left[1 - G_y(s)\right] Y(s) \underbrace{- G_n(s)\,N(s)}_{E_n(s)}$$

$$e_n(\infty) = \lim_{s \to 0} s\,E_n(s) = \lim_{s \to 0} \cancel{s} \frac{b}{s+1+bk} \cdot \frac{1}{\cancel{s}}$$

$$\boxed{e_n(\infty) = \frac{b}{1+bk}}$$

$e_n(\infty) < 0{,}1$

$$a(s) = s + 1 + bk \Rightarrow 1 + bk > 0$$

$$\frac{b}{1+bk} < 0{,}1$$

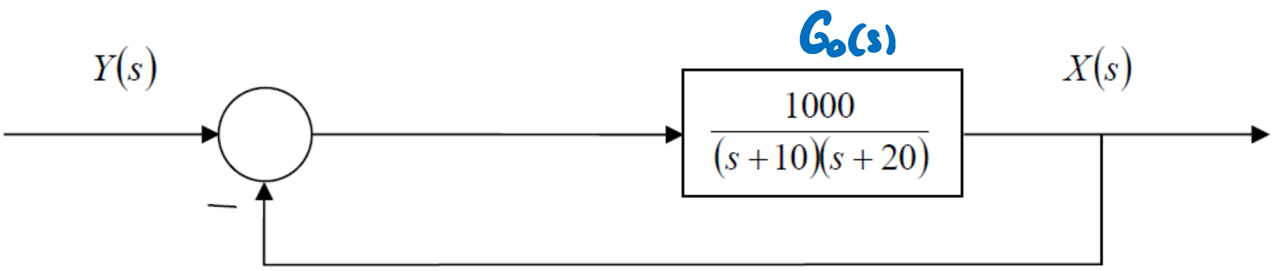
$$bk > -1$$

$$\boxed{k > -\frac{1}{b}}$$

$$10b < 1 + bk$$

$$(k-10)\,b > -1 \Rightarrow \boxed{k > 10 - \frac{1}{b}}$$

1.9. На Слика 1.11 е прикажан затворен систем за автоматско управување со брзината на движење на возило. Да се пресмета максималниот прескок и стационарната грешка на брзината на возилото за единична отскочна влезна возбуда.



Слика 1.11. Илустрација кон Задача 1.9

$$y(t) = h(t) \;/\mathcal{L} \rightarrow \; Y(s) = \frac{1}{s}$$

$$M_{p\%} = 100\, e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

a) $a(s) = 1 + G_0(s) \Rightarrow a(s) = (s+10)(s+20) + 1000$

$$a(s) = s^2 + 30s + 1200$$

$$\Leftrightarrow a(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

1) $\omega_n \Rightarrow \omega_n^2 = 1200$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_n = 20\sqrt{3}}$$

2) $\zeta \Rightarrow 2\zeta\omega_n = 30$

$$\zeta\omega_n = 15$$

$$\zeta = \frac{\cancel{15}}{\cancel{20}\sqrt{3}}$$

$$\boxed{\zeta = \frac{3}{4\sqrt{3}}}$$

$$M_{p\%} = 100 \cdot e^{\frac{-\frac{3}{4\sqrt{3}}\pi}{\sqrt{1-\left(\frac{3}{4\sqrt{3}}\right)^2}}}$$

$$\boxed{M_{p\%} = 22{,}31\%}$$

δ) $e(\infty) = ?$

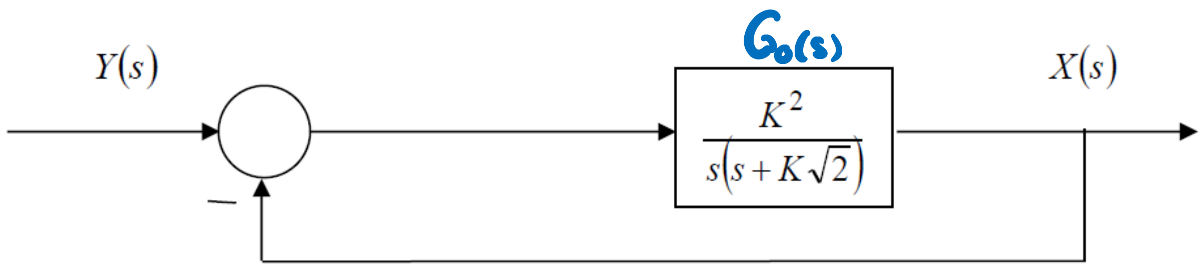
$$E(s) = \frac{1}{1 + G_0(s)} \cdot \frac{1}{s}$$

$$E(s) = \frac{(s+10)(s+20)}{s^2 + 30s + 1200} \cdot \frac{1}{s}$$

$$e(\infty) = \lim_{s \to 0} sE(s) = \lim_{s \to 0} \cancel{s} \frac{(s+10)(s+20)}{s^2 + 30s + 1200} \cdot \frac{1}{\cancel{s}}$$

$$\boxed{e(\infty) = \frac{1}{6}}$$

1.35. Да се определи времето на смирување и максималниот прескок на отскочниот одзив на затворениот систем од долната слика. За која вредност на неопределениот параметар K времето на смирување ќе биде помало од 1sec.?



Слика 1.37. Илустрација кон Задача 1.35

$T_s = ?$

$M_{p\%} = ?$

$K = ?$ т.ш. $T_s < 1s.$

$$a(s) = 1 + G_o(s) = s(s + K\sqrt{2}) + K^2$$

$$a(s) = s^2 + K\sqrt{2}\,s + K^2$$

$$\Updownarrow$$

$$a(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

1) $\omega_n \rightarrow$ $\omega_n^2 = K^2$

$$\boxed{\omega_n = K}$$

2) $\zeta \rightarrow$ $2\zeta\omega_n = K\sqrt{2}$

$$\zeta = \frac{\cancel{K}\sqrt{2}}{2\cancel{\omega_n}}$$

$$\boxed{\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

а) $T_s = ?$

$$T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot K} \Rightarrow \boxed{T_s = \frac{8}{K\sqrt{2}}}$$

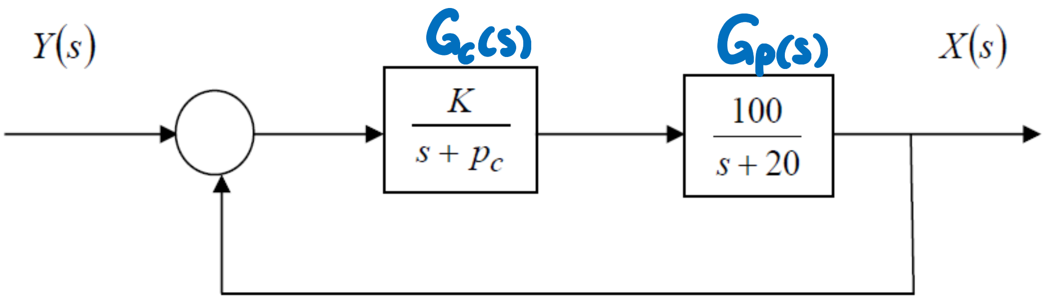
б) $M_{p\%} = ?$

$$M_{p\%} = 100\, e^{\frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}\pi}{\sqrt{1-\frac{1}{2}}}} = 100\, e^{\frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}\pi}{\frac{1}{\sqrt{2}}}}$$

$$\boxed{M_{p\%} = 4{,}32\%}$$

в) $T_s < 1s \Rightarrow \frac{8}{K\sqrt{2}} < 1 \Rightarrow K\sqrt{2} > 8$ $\boxed{K > \frac{8}{\sqrt{2}}}$

1.12. Даден е затворениот систем од долната слика. Да се определи коефициентот на засилување K и полот p_c на компензаторот $G_c(s)$, така што отскочниот одзив на системот ќе има максимален прескок од 8.08% и време на смирување $t_s = 0.32s$. при критериумот од 2%. Потоа по пат на симулација на отскочниот одѕив да се провери добиениот резултат.



Слика 1.15. Илустрација кон Задача 1.12

$M_{px} = 8{,}08\%$

$T_s = 0{,}32s$

$$G_o(s) = G_c(s) \cdot G_p(s) = \frac{100K}{(s+p_c)(s+20)}$$

$$a(s) = 1 + G_o(s) = (s+p_c)(s+20) + 100K$$

$$\boxed{a(s) = s^2 + (20+p_c)s + 20p_c + 100K}$$

1) $\omega_n \rightarrow$

$$\omega_n^2 = 20p_c + 100K$$

$$\boxed{\omega_n = \sqrt{20p_c + 100K}}$$

2) $\xi \rightarrow 2\xi\omega_n = 20 + p_c$

$$\boxed{\xi = \frac{20+p_c}{2\omega_n}}$$

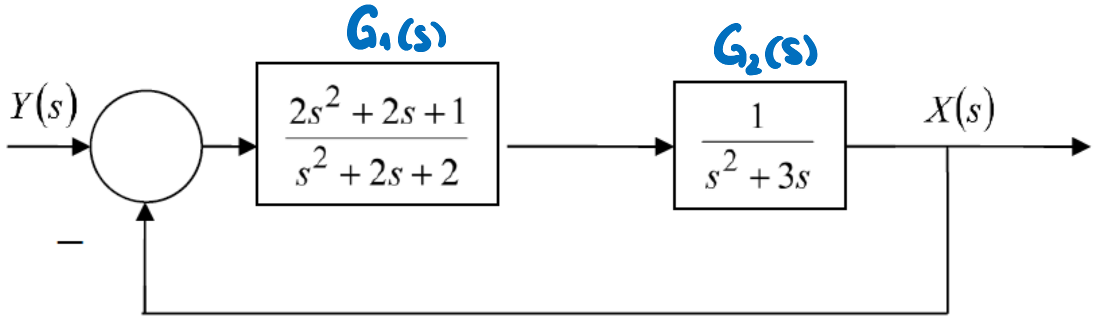
а) $$\xi = \frac{-\ln\left(\frac{M_{px}}{100}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2\left(\frac{M_{px}}{100}\right)}} \Rightarrow \boxed{\xi \approx 0{,}625}$$

б) $$T_s = \frac{4}{\xi\omega_n} = 0{,}32 \Rightarrow \omega_n = \frac{4}{T_s\xi} \Rightarrow \boxed{\omega_n = 20\ \frac{rad}{s}}$$

$$\begin{cases} \omega_n^2 = 20p_c + 100K \\ \xi = \dfrac{20+p_c}{2\omega_n} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20p_c + 100K = 400 \quad / :20 \\ 20 + p_c = 0{,}625 \cdot 2 \cdot 20 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p_c + 5K = 20 \\ p_c = 5 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} K = 3 \\ p_c = 5 \end{cases}}$$

1.27. Да се определат константите на грешка за затворениот систем од Слика 1.28 и да се пресмета стационарната грешка на системот кога на неговиот влез е доведен единичен отскочен, линеарно растечки и параболичен влез.



Слика 1.28. Илустрација кон Задача 1.27

$K_p \rightarrow$ константа на положба

$K_v \rightarrow$ брзинска константа

$K_a \rightarrow$ константа на забрзување

$y_1(t) = C_0 h(t)$

$y_2(t) = V_0 t\, h(t)$

$y_3(t) = \frac{a_0}{2} t^2 h(t)$

$$E(s) = \frac{1}{1+G_0(s)} \cdot Y(s) \rightarrow e(\infty) = \lim_{s\to 0} sE(s)$$

$$\underbrace{e(\infty) = \lim_{s\to 0} s \frac{1}{1+G_0(s)} \cdot Y(s)}$$

1) $y(t) = C_0 h(t) \,/\mathcal{L}$

$Y(s) = \frac{C_0}{s}$

$$\Rightarrow e(\infty) = \lim_{s\to 0} \cancel{s} \cdot \frac{1}{1+G_0(s)} \cdot \frac{C_0}{\cancel{s}}$$

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{C_0}{1+G_0(s)} = \frac{C_0}{1+\underbrace{\lim_{s\to 0} G_0(s)}_{K_p}}$$

$$\Rightarrow \boxed{K_p = \lim_{s\to 0} G_0(s)}$$

$$\Rightarrow \boxed{e_p(\infty) = \frac{C_0}{1+K_p}}$$

2) $y(t) = v_0\, t\, h(t) \;/ \mathcal{L}$

$$Y(s) = \frac{v_0}{s^2}$$

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} \cancel{s} \cdot \frac{1}{1+G_0(s)} \cdot \frac{v_0}{s^{\cancel{2}}}$$

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{v_0}{s\left[1+G_0(s)\right]}$$

$$e(\infty) = \frac{v_0}{0 + \lim\limits_{s\to 0} s\,G_0(s)} = \frac{v_0}{\underbrace{\lim\limits_{s\to 0} s\,G_0(s)}_{K_v}}$$

$$\Rightarrow \boxed{K_v = \lim_{s\to 0} s\,G_0(s)}$$

$$\boxed{e_v(\infty) = \frac{v_0}{K_v}}$$

3) $y(t) = \frac{a_0}{2} t^2 h(t) \;/ \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}\{t^n\} = \frac{n!}{s^{(n+1)}}$

$$Y(s) = \frac{a_0}{s^3}$$

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} \cancel{s}\, \frac{1}{1+G_0(s)} \cdot \frac{a_0}{s^{\cancel{3}}}$$

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{a_0}{s^2\left[1+G_0(s)\right]}$$

$$e(\infty) = \frac{a_0}{0 + \lim\limits_{s\to 0} s^2 G_0(s)} = \frac{a_0}{\underbrace{\lim\limits_{s\to 0} s^2 G_0(s)}_{K_a}}$$

$$\Rightarrow \boxed{K_a = \lim_{s\to 0} s^2 G_0(s)}$$

$$\boxed{e_a(\infty) = \frac{a_0}{K_a}}$$