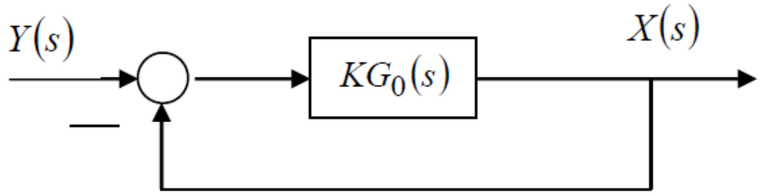
**6.29.** Даден е затворен систем со единична негативна повратна врска како на Слика 6.54. Преносната функција на соодветниот отворен систем е:

$$G_0(s) = \frac{K(s+2)}{\left(s^2+4s+5\right)} \rightarrow p_{1/2} = -2 \pm j \tag{6.109}$$

Да се определи вредноста на $\arg[G_0(j\omega)]$ во точката $s=-3+j0$. Дали оваа точка се наоѓа на ГМК за набљудуваниот затворен систем? Во случај на потврден одговор, да се пресмета соодветната вредност на коефициентот $K$.




Слика 6.53. Илустрација кон Задача 6.29

$$a(s) = 1 + KG_0(s) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{KG_0(s) = -1}$$

* принцип на модул: $|KG_0(s)| = |-1|$

$$\boxed{K = \frac{1}{|G_0(s)|}}\Bigg|_{s=s^*}$$

точка од интерес $\Rightarrow s^* = -3 + j0$

* принцип на аргумент:

$$\cancelto{0}{\arg[K]} + \arg[G_0(s)] = \arg[-1]$$

$$\arg[-1] = (2k+1)\pi - \cancelto{0}{\arg[1]}$$

$k = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$

$$\Rightarrow \arg[-1] = \pm\pi$$

$$\boxed{\arg[G_0(s)]_{s=s^*} = \pm\pi}$$

се зема негативниот знак

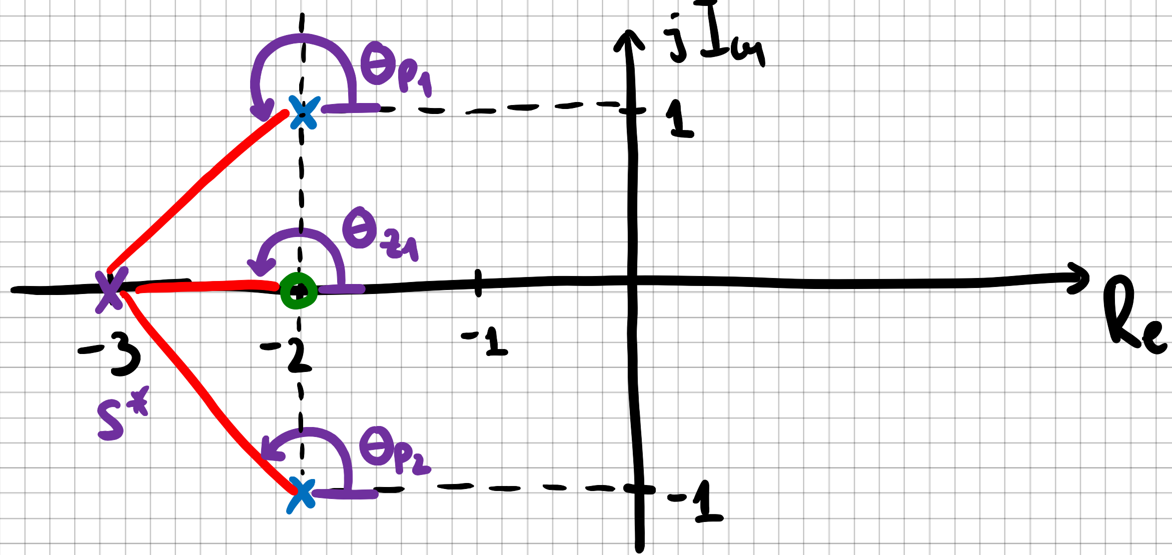
агол на нула до $s^*$

агол на пол до $s^*$

$$\Rightarrow \sum \theta_z - \sum \theta_p = -180^\circ$$

$$\boxed{\sum \theta_p - \sum \theta_z = 180^\circ}$$

$$G_o(s) = K \cdot \frac{s+2}{(s+2+j)(s+2-j)}$$




$$\theta_{p_1} + \theta_{p_2} - \theta_{z_1} = 180^\circ \qquad \theta_{z_1} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 360^\circ - \cancel{\theta_{p_2}} + \cancel{\theta_{p_2}} - 180^\circ = 180^\circ \qquad \theta_{p_2} = 90^\circ + \operatorname{atan}\frac{1}{1}$$

$$\Rightarrow \boxed{180^\circ = 180^\circ} \qquad \theta_{p_1} = 360^\circ - \theta_{p_2}$$

↳ $s^*$ припаѓа на ГМК

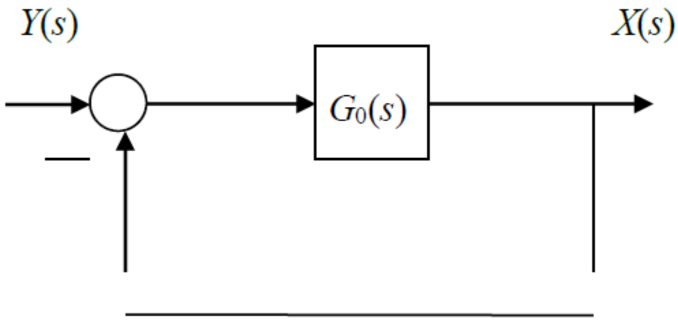
→ $K = ?$ т.ш. $s^* = -3$ е пол на $G(s)$ или $a(s^*) = 0$

$$K = \frac{1}{|G_o(s^*)|} = \frac{1}{\left|\frac{-3+2}{(-3)^2 - 3\cdot 4 + 5}\right|} = \frac{1}{\left|\frac{-1}{2}\right|} = |-2| \Rightarrow \boxed{K = 2}$$

**6.28.** Со помош на постапката геометриско место на корени, да се определи вредноста на коефициентот на засилување $K$ на отворениот систем со преносна функција:

$$G_0(s) = \frac{K}{(s+1)(s+15)^2} \tag{6.105}$$

за која затворениот систем со единична негативна повратна врска ќе има константа на положба $K_p \geq 20$ и резерва на засилување $d \geq 1.5$.




Слика 6.49. Илустрација кон Задача 6.28

**6.25.** Даден е затворен систем со единична негативна повратна врска, чиј отворен систем има преносна функција:

$$G_0(s)=\frac{(s+\boxed{a})}{s\left(s^2+2s+4\right)} \Rightarrow G_0(s)=K\cdot\frac{B(s)}{A(s)} \tag{6.98}$$

Со помош на методот ГМК да се определи вредноста на параметарот $a$, за која затворениот систем ќе биде гранично стабилен.

$$a(s)=1+G_0(s)=0$$

$$s^3+2s^2+4s+s+a=0$$

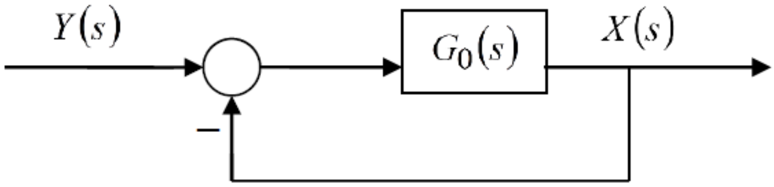
$$s^3+2s^2+5s+a=0 \quad \Big/ \cdot \frac{1}{s(s^2+2s+5)}$$

$$\cancel{\frac{s^3+2s^2+5s}{s^3+2s^2+5s}}+\frac{a}{s(s^2+2s+5)}=0$$

$$\boxed{1+\underbrace{\frac{a}{s(s^2+2s+5)}}_{\tilde{G}_0(s)}=0}$$

**6.23.** Даден е затворениот систем со единична негативна повратна врска од Слика 6.42, чиј отворен систем е опишан со преносната функција:

$$G_0(s) = \frac{K\left(s^2 + 10s + 74\right)}{s^2(s+4)} \qquad (6.95)$$




Слика 6.42. Илустрација кон Задачата 6.23

Со помош на методот геометриско место на корени, да се определи вредноста на коефициентот на засилување $K$ на отворениот систем за која, доминантниот пар полови на затворениот систем ќе има фактор на релативно придушување $\zeta = 0.512$.

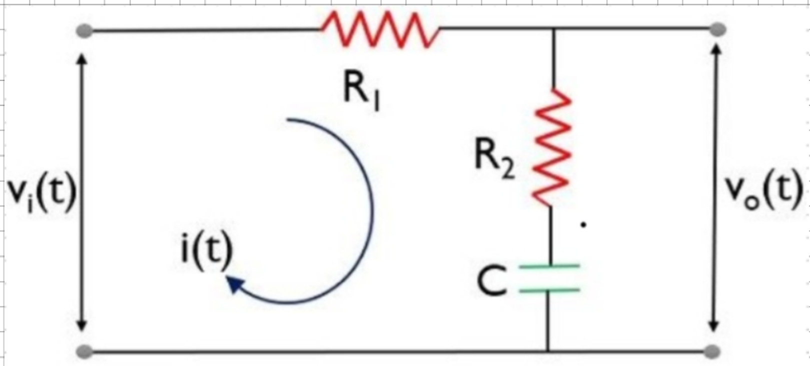
**6.24.** Преносната функција на еден затворен систем е:

$$G(s) = \frac{K}{(s+25)^2 + K} \tag{6.96}$$

Со помош на методот геометриско место на корени да се определи вредноста на коефициентот на засилување $K$, така што доминантниот пар полови на системот ќе има фактор на релативно придушување $\zeta = 0.707$.

→ за дома!

* Неидеален интегрален компензатор: $G_{ni}(s) = \dfrac{s+z}{s+p}$; $z>p$




$$v_i(t) = R_1\, i(t) + R_2\, i(t) + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\,d\tau \quad \Big/ \mathcal{L}$$

$$v_o(t) = R_2\, i(t) + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\,d\tau$$

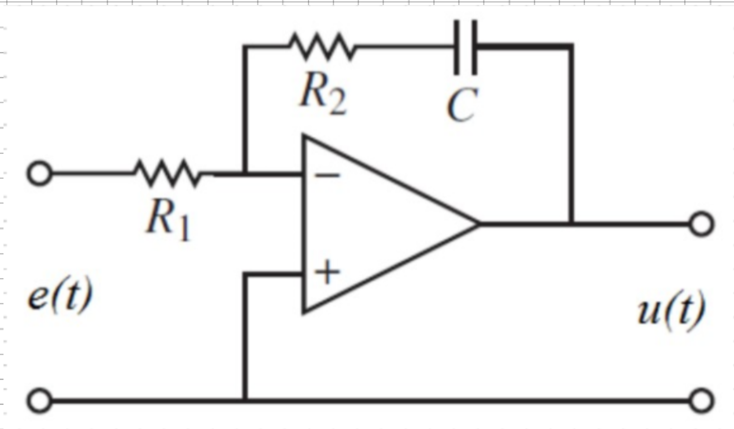
$$\Rightarrow \quad \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{B}\cdot\frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{BT}}$$

$$B = \frac{R_1+R_2}{R_2}$$

$$T = R_2 C$$

$$\boxed{\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot\frac{s+\frac{1}{R_2C}}{s+\frac{1}{(R_1+R_2)C}}}$$

* Идеален интегрален компензатор: $G_i(s) = \frac{s+z}{s}$




$$\frac{U(s)}{E(s)} = -\frac{R_2 + \frac{1}{Cs}}{R_1} = -\frac{\frac{1+R_2Cs}{Cs}}{R_1} = -\frac{1+R_2Cs}{R_1Cs} \Big/ \cdot \frac{\frac{1}{R_1C}}{\frac{1}{R_1C}}$$

$$\Rightarrow \frac{U(s)}{E(s)} = -\frac{\frac{R_2}{R_1}s + \frac{1}{R_1C}}{s} = \frac{\frac{R_2}{R_1}\left(s + \frac{1}{R_2C}\right)}{s}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{s + \frac{1}{R_2C}}{s}} \Rightarrow \text{PI управувач}$$

$$G_{pi}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} = K_p \frac{s + \frac{K_i}{K_p}}{s}$$

$$\Rightarrow \boxed{K_p = \frac{R_2}{R_1}} \qquad \boxed{K_i = \frac{1}{R_2C}}$$

**6.30.** Нека отворениот систем за набљудуваниот затворен систем како на Слика 6.53 е опишан со преносната функција:

$$G_0(s) = \frac{20}{s(s+10)^2} \tag{6.113}$$

Да се намали стационарната грешка на затворениот систем за 100 пати, без значително да се промени неговиот преоден режим, ако на влезот од системот дејствува влезна возбуда од облик:

$$y(t) = th(t) \tag{6.114}$$

**6.32.** Да се нацрта геометриското место корени на затворениот систем со единична негативна повратна врска, чиј отворен систем има преносна функција:

$$G_0(s) = \frac{K}{s(s+5)}, K > 0 \tag{6.122}$$

Потоа да се изврши компензација со интегрален компензатор, така што стационарната грешка на затворениот систем за линеарно растечки влез ќе изнесува $2\%$ од брзината на промена на влезот и доминантниот пар полови на затворениот систем ќе има фактор на релативно придушување $\zeta = 0.592$.