

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

Simulacija objekata kao sustava masa i opruga

Tomislav Markovac

Kolegij Računalna Grafika 2020./2021.

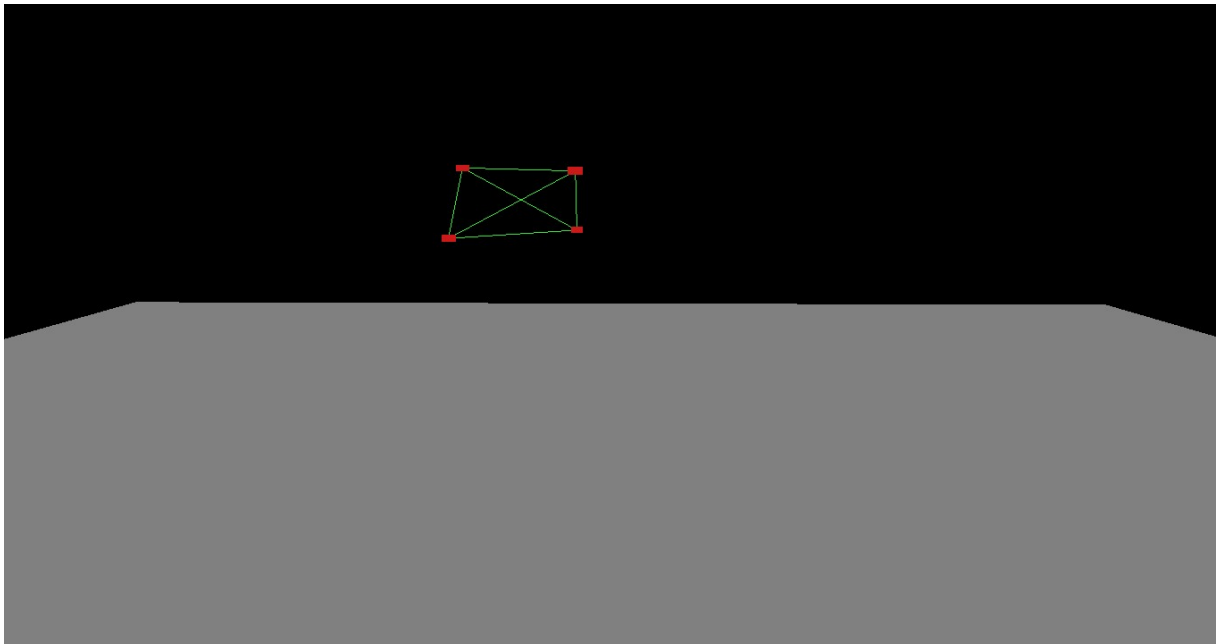
Zagreb, siječanj 2021.

Table of Contents

Opis problema.....	3
Opis rješenja.....	4
Provjera rješenja.....	5
Upute za korištenje.....	7
Komentar rezultata.....	8

Opis problema

U ovom radu implementirana je problematika iz područja dinamike. Konkretno, implementirani su različiti objekti kao sustavi izgrađeni kao skup masa i opruga. U svakom se koraku nastoji demonstrirati primjena direktne dinamike: sustav kao skup masa i opruga opisuje objekt, a sam oblik objekta definiran je položajem svojih točaka. Uz poziciju, objekt posjeduje mogućnosti izobličavanja, realistične kolizije, titranja i kretanja u prostoru prilikom djelovanja vanjskih sila. Na slici 1.1 vidljiv je primjer Tetraedra opisanog s 4 jednaka vrha i 6 opruga.



Slika 1.1 Tetraedar u prostoru

Točka, kao jednostavni objekt ove okoline, obilježena je pozicijom u prostoru, masom i skupom sila koje djeluju na nju. U ovoj je implementaciji realizirano neovisno gibanje točaka u prostoru pri djelovanju sila.

Opis rješenja

Na svaku točku objekta djeluju sile:

1. Gravitacija – djeluje konstantno na svaku točku s vektorom smjera $\{0, -9.81, 0\}$
2. Sila opruge – svaka opruga pridodaje svoju silu točki s kojom je povezana
3. Odbojna sila - nastala prilikom kolizije s podom ili kontrolnom kuglom

Svaka se od ovih sila računa na vlastiti način te se u konačnici vektorski zbraja s ostalima u točki. Referentna mjera koja uzrokuje animaciju je vrijeme. Vremenski interval potreban za pomak mjeri se kao vremenska razlika između trenutnog i zadnjeg iscrtavanja zaslona. Ideja je da se svaka sila računa nakon vremenskog intervala i to na ovaj način:

1. U početku iscrtavanja, suma akceleracija u točki jednaka je null-vektor.
2. Gravitacijska sila djeluje na točku i računa se tako da se točki doda gravitacijska akceleracija kao gravitacijska sila podijeljena s masom čestice.
3. Sila opruge računa se prema tablici 1.1
4. Sila kolizije s podom ili kuglom ne dodaje se direktno nego se mijenja brzina točke:
 - a) Prilikom kolizije s podom, točka mijenja brzinu: $A.brzina.y = -A.brzina.y / 2$ i na ovaj se način simulira odbijanje s gubitkom energije.
 - b) Prilikom kolizije s kuglom, točka se odbija u suprotnom smjeru od središta kugle na sličan način kao i kod kolizije s podom

Tablica 1.1 Računanje sile opruge i dodavanje točkama

$razlika = A - B$	Izračunaj udaljenost između točaka koje povezuje opruga
$\Delta x = razlika - duljina_mirovanja$	Izračunaj odmak od ravnotežnog položaja
$H = -k * \Delta x$	Izračunaj Hookeov koeficijent
$A.force += H * razlika / A.mass$	Jednoj točki dodaj akceleraciju opruge
$B.force += -H * razlika / B.mass$	Drugoj točki dodaj negativnu silu opruge

Primjer kolizije s kuglom dan je na slici 2.1. Samoj se akceleraciji u točki oduzme prigušenje kao umnožak konstante opruge i trenutne brzine.



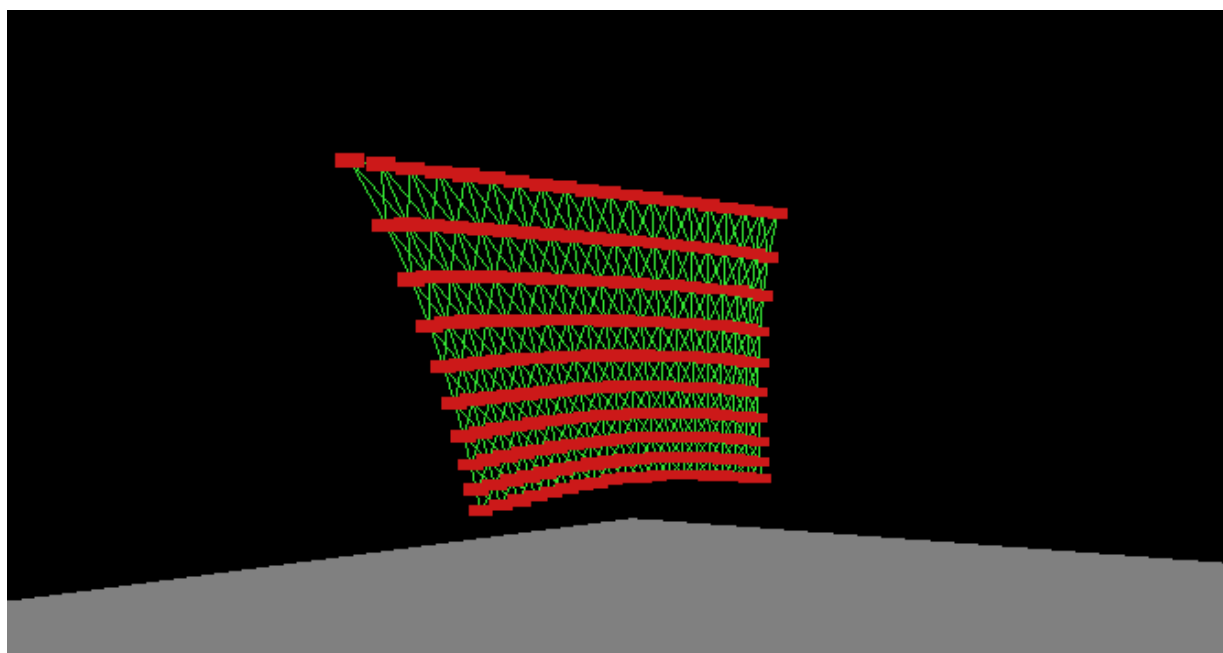
Slika 2.1 Točke koje tvore objekt odbijaju se od kuglu pa od pod

Sam pomak točke računa se tako da se skupljeni ukupni vektor akceleracije množi s vremenskim intervalom (korakom integracije) i time se dobije vektor brzine čestice koji se dodaje postojećoj (brzina se akumulira u čestici, a korigira ju akceleracija).

Pomak točke računa se kao umnožak vremenskog intervala i vektora brzine i dodaje se prethodnim koordinatama.

Provjera rješenja

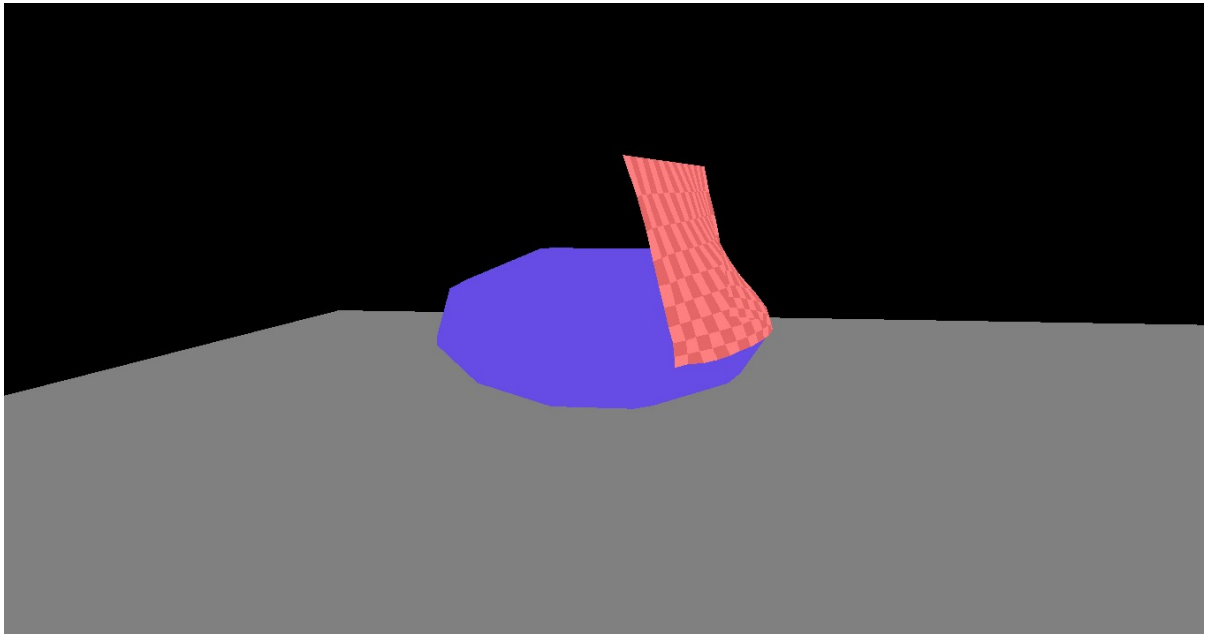
Kako bi se provjerila valjanost jednostavnog sustava čestica, definiramo tkaninu kao matricu jednako raspoređenih točaka između kojih dodajemo opruge. Sustav povezujemo kao na slici 3.1.



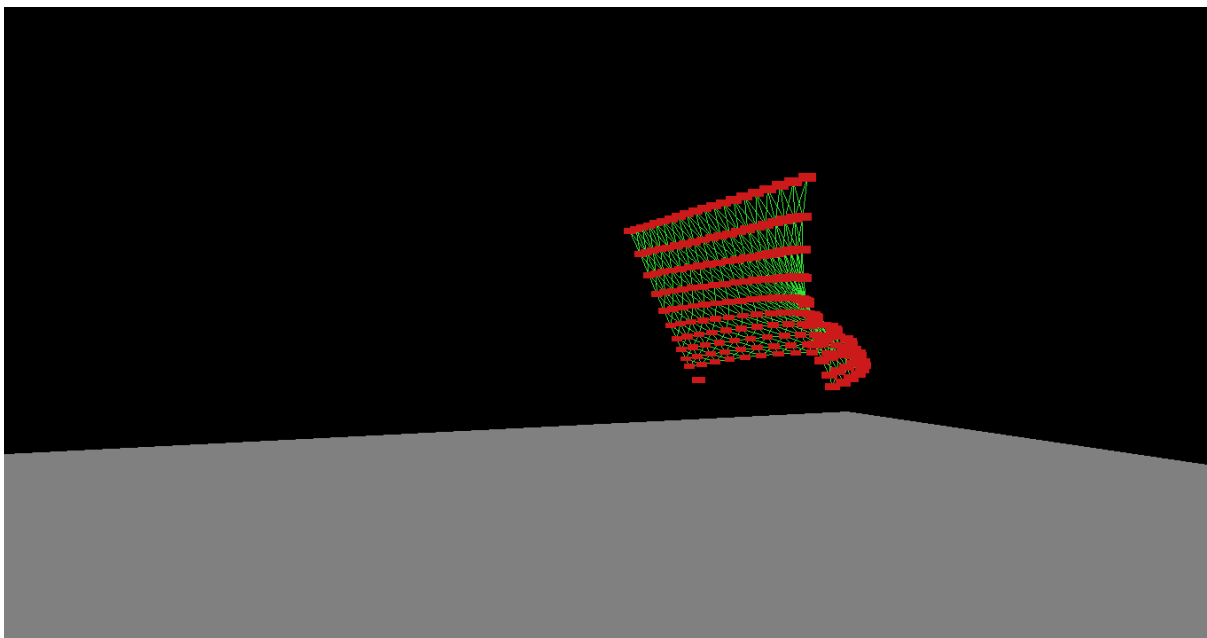
Slika 3.1 Tkanina definirana skupom masa i čestica

Kao što je vidljivo na slici 3.1, svaka je točka povezana sa susjednom oprugom duljine 1, a s dijagonalnim susjedom oprugom duljine $\sqrt{2}$.

Demonstriramo koliziju definirane kugle i ovako definirane tkanine, a rezultat je vidljiv na slici 3.2 i na slici 3.3.



Slika 3.2 Kolizija tkanine i kugle



Slika 3.3. Kolizija nevidljive kugle i tkanine (Napomena: izdvojena točka ispod tkanine označava centar nevidljive kugle)

Upute za korištenje

Za pokretanje programa potrebno je imati instaliranu biblioteku freeglut (Download: <https://sourceforge.net/projects/freeglut/>) i alat g++ za prevođenje koda.

Izgradnja koda:

```
$ g++ -std=c++17 *.cpp -o main -lglut -lGLU -lGL
```

I pokretanje:

```
$ ./main
```

Otvora se sustav u kojem je vidljiva tkanina kao na slici 3.1. Ovom je sustavu moguće dodati ili oduzeti djelovanje gravitacijske sile odabirom postavke u izborniku koji se otvori desnim klikom miša.

Pomicanje kamere kroz prostor moguće je korištenjem tipki W, S, A, D.

Dodavanje kugle u prostor moguće je pritiskom tipke K.

Kugla se pokreće pritiskom na tipke ↑, ↓, ←, →.

Ako se želi pokušati kolizija drugih objekata s kuglom, to je moguće mijenjanjem izvornog koda. Potrebno je zakomentirati nepotrebno i maknuti komentare u datoteci *main.cpp* u linijama 384-386 po želji.

Komentar rezultata

Trenutna implementacija je brza, ali usporavanje se javlja prilikom porasta broja točaka i opruga jer se znatno uvećava količina izračuna koja se mora provesti između svaka dva prikaza sustava. To je poznat problem svakog sustava koji ima velik broj neovisnih entiteta.

Pokazalo se moguće definirati razne objekte tipa kugle, kocke, štapa ili tkanine na sličan način. Iako je u teoriji lagano odrediti oblik objekta, potrebno je dobro definirati ostale parametre. Ako bi se primjerice pokušala definirati kocka, onda se moraju dobro kombinirati ostali parametri:

- Masa točke (čestice) - velika masa spljošti objekte i uzrokuje da opruge generiraju velike sile pa sustav ispada iz ravnoteže, a mala masa poništava djelovanje gravitacije
- Konstanta opruge – različite konstante opruge u objektu uzrokuju da je tijelo naizgled heterogeno i titra djelovanjem unutarnjih sila opruga. Kada bismo odredili sve konstante jednakima, dobili bismo različita ponašanja:
 - a) Mala konstanta – vezivna sila između čestica je skoro neprimjetna (za 0 se ponaša kao pijesak)
 - b) „Dobra” konstanta – tijelo se stabilizira titranjem u prostoru nakon pokretanja animacije, ponaša se kao gumeni objekt, eksperimentalno određeni maksimum uzrokuje da je tijelo vrlo čvrsto, kao čelik, ali vidljivo je titranje
 - c) Velika konstanta – vrlo lako tijelo eksplodira zbog unutarnjih nestabilnosti
- Položaji točaka – ako su jako razmaknute, a opruge među njima vrlo male, tijelo se naglo skupi i uzrokuje deformacije
- Količina opruga u objektu – mali broj opruga kao i nepravilne duljine svake uzrokuju da se tijelo brzo deformira

Zbog ovih svih parametara pokazuje se vrlo teško odrediti sve parametre kako bi se dobio neki željeni objekt. Jedini način da se okvirno dobro modelira objekt je da se eksperimentalno pronalazi ravnoteža.

Kao poboljšanje stabilnosti može se predložiti bolji način rješavanja kolizije uz uvjet da kolizija bude stabilna pri konstantnoj koliziji kao na slikama 3.2 i 3.3. Ako je kugla ispod tkanine, pojavljuju se gravitacijska sila koja gura točke prema dnu i, suprotna njoj, odbojna sila kolizije. Ako rješenje kolizije nije stabilno, u točki na rubu dodaju se konstantno nove sile koje brzo izbacuju točku iz ravnoteže.