Санкт-Петербургский политехнический университет

Петра Великого

Институт прикладной математики и механики

Кафедра «Прикладная математика»

Отчет по лабораторной работе № 4

по дисциплине: Математическая статика.

|  |
| --- |
| Выполнила студент: Порощин Марк Михайлович группа: 3630102/70301    Проверил: к.ф.-м.н., доцент Баженов Александр Николаевич |

Санкт-Петербург  
2020 г.

# 

Оглавление

[Постановка задачи 3](#_Toc37946749)

[Теория 3](#_Toc37946750)

[Эмпирическая функция распределения 3](#_Toc37946751)

[Распределения 3](#_Toc37946752)

[Определение 3](#_Toc37946753)

[Описание 3](#_Toc37946754)

[Оценка плотности вероятности 4](#_Toc37946755)

[Определение 4](#_Toc37946756)

[Ядерный оценки 4](#_Toc37946757)

[Реализация 4](#_Toc37946758)

[Результаты 5](#_Toc37946759)

[Функции распределения 5](#_Toc37946760)

[Плотности 6](#_Toc37946761)

[Приложение 8](#_Toc37946762)

[Список литературы 8](#_Toc37946763)

## Список иллюстраций

[Картинка 1. Нормальное распределение 4](#_Toc37946305)

[Картинка 2. Распределение Пуассона 5](#_Toc37946306)

[Картинка 3. Распределение Коши 5](#_Toc37946307)

[Картинка 4. Распределение Лапласа 5](#_Toc37946308)

[Картинка 5. Равномерное распределение 5](#_Toc37946309)

[Картинка 6. Плотность нормального распределения 6](#_Toc37946310)

[Картинка 7. Плотность распределения Пуассона 6](#_Toc37946311)

[Картинка 8. Плотность распределения Коши 6](#_Toc37946312)

[Картинка 9. Плотность распределения Лапласа 7](#_Toc37946313)

[Картинка 10. Плотность равномерного распределения 7](#_Toc37946314)

## Список таблиц

[Таблица 1. Статистический ряд 3](#_Toc37946323)

[Таблица 2. Таблица распределений 3](#_Toc37946324)

# Постановка задачи

Для каждого из 5 распределений:

1. Нормального
2. Коши
3. Лапласа
4. Пуассона
5. Равномерного

Сгенерировать выборки размеров: 20, 60, 1000; и построить графики плотности распределения вероятности и гистограмму на одном рисунке.  
Построить на них эмпирические функции распределения и ядерные оценки плотности распределения на отрезке [-4, 4] для непрерывных распределений и на отрезке [6;14] для распределения Пуассона.

# Теория

## Эмпирическая функция распределения

Распределения  
Статистическим рядом называется последовательность различных элементов выборки , , ..., , расположенных в возрастающем порядке с указанием частот , , ..., , с которыми эти элементы содержаться в выборке. Статистический ряд обычно записывается в виде таблицы

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| z |  |  | … |  |
| n |  |  | … |  |

Таблица 1. Статистический ряд

Определение  
Эмпирической̆ (выборочной̆) функцией̆ распределения (э. ф. р.) называется относительная частота события Х < x, полученная по данной̆ выборке:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

Описание  
Для получения относительной̆ частоты просуммируем в статистическом ряде, построенном по данной выборке, все частоты , для которых элементы статистического ряда меньше х. Тогда . Получаем:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |

Где – функция распределения дискретной случайной величины 𝑋∗, заданной таблицей распределения

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | … |  |
| P |  |  | … |  |

Таблица 2. Таблица распределений

Эмпирическая функция распределения является оценкой̆, т.е. приближённым значением, генеральной̆ функции распределения

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |

## Оценка плотности вероятности

### Определение

Оценкой̆ плотности вероятности называется функция , построен- ная на основе выборки, приближённо равная

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4) |

Ядерный оценки  
Представим оценку в виде суммы с числом слагаемых, равным объему выборки:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |

Здесь функция *K(u)*, называемая ядерной̆ (ядром), непрерывна и является плотностью вероятности, 𝑥1, ... , 𝑥𝑛 – элементы выборки, {h𝑛} – любая последовательность положительных чисел, обладающая свойствами

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6) |

Такие оценки называются непрерывными ядерными.   
Замечание. Свойство, означающее сближение оценки с оцениваемой̆ величиной̆ при n → ∞ в каком-либо смысле, называется состоятельностью оценки.

Если плотность 𝑓(𝑥) кусочно-непрерывная, то ядерная оценка плотности является состоятельной̆ при соблюдении условий, накладываемых на параметр сглаживания h𝑛, а также на ядро *K(u).*

Гауссово (нормальное) ядро

|  |  |
| --- | --- |
|  | (7) |

Правило Сильвермана

|  |  |
| --- | --- |
|  | (8) |

Где выборочное стандартное отклонение

# Реализация

Лабораторная работа выполнена на языке программирования python 3 с использованием

библиотек numpy код программы представлен в приложении

# Результаты

### Функции распределения

Изображение выглядит как карта, текст

Автоматически созданное описание

Картинка 1. Нормальное распределение

Изображение выглядит как текст, карта

Автоматически созданное описание

Картинка 2. Распределение Пуассона

Изображение выглядит как текст, карта

Автоматически созданное описание

Картинка 3. Распределение Коши

Изображение выглядит как текст, карта

Автоматически созданное описание

Картинка 4. Распределение Лапласа

Изображение выглядит как текст, карта

Автоматически созданное описание

Картинка 5. Равномерное распределение

### Плотности

Изображение выглядит как карта

Автоматически созданное описание

Картинка 6. Плотность нормального распределения

Изображение выглядит как текст, карта

Автоматически созданное описание

Картинка 7. Плотность распределения Пуассона

Изображение выглядит как карта, текст

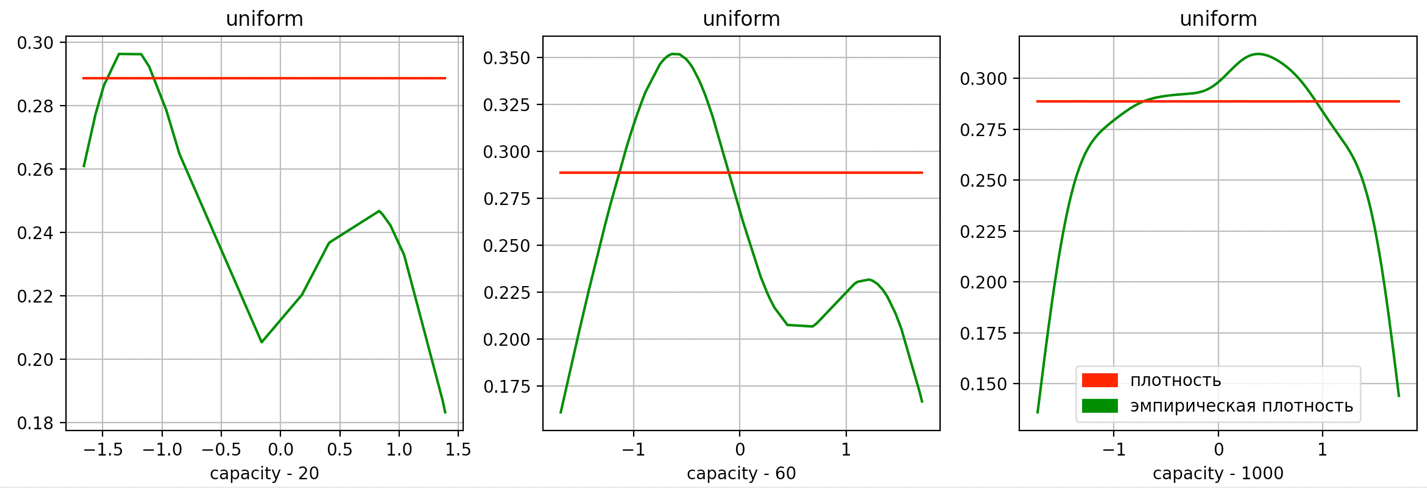
Автоматически созданное описание

Картинка 8. Плотность распределения Коши

Изображение выглядит как карта

Автоматически созданное описание

Картинка 9. Плотность распределения Лапласа



Картинка 10. Плотность равномерного распределения

# Приложение

Ссылка на github - <https://github.com/markporoshin/mathstat/blob/master/lab4/app.py>

# Список литературы

1. Конспект лекций
2. Выборочная функция распределения https://en.wikipedia.org/wiki/Empirical\_distribution\_function

## 