Санкт-Петербургский политехнический университет

Петра Великого

Институт прикладной математики и механики

Кафедра «Прикладная математика»

Отчет по лабораторной работе № 4

по дисциплине: Математическая статика.

|  |
| --- |
| Выполнила студент: Порощин Марк Михайлович группа: 3630102/70301    Проверил: к.ф.-м.н., доцент Баженов Александр Николаевич |

Санкт-Петербург  
2020 г.

# 

Оглавление

[Постановка задачи 3](#_Toc38622459)

[Теория 3](#_Toc38622460)

[Эмпирическая функция распределения 3](#_Toc38622461)

[Распределения 3](#_Toc38622462)

[Определение 3](#_Toc38622463)

[Описание 3](#_Toc38622464)

[Оценка плотности вероятности 4](#_Toc38622465)

[Определение 4](#_Toc38622466)

[Ядерный оценки 4](#_Toc38622467)

[Реализация 4](#_Toc38622468)

[Результаты 5](#_Toc38622469)

[Функции распределения 5](#_Toc38622470)

[Плотности 6](#_Toc38622471)

[Обсуждение результатов 8](#_Toc38622472)

[Приложение 8](#_Toc38622473)

[Список литературы 8](#_Toc38622474)

## Список иллюстраций

[Картинка 1. Нормальное распределение 4](#_Toc37946305)

[Картинка 2. Распределение Пуассона 5](#_Toc37946306)

[Картинка 3. Распределение Коши 5](#_Toc37946307)

[Картинка 4. Распределение Лапласа 5](#_Toc37946308)

[Картинка 5. Равномерное распределение 5](#_Toc37946309)

[Картинка 6. Плотность нормального распределения 6](#_Toc37946310)

[Картинка 7. Плотность распределения Пуассона 6](#_Toc37946311)

[Картинка 8. Плотность распределения Коши 6](#_Toc37946312)

[Картинка 9. Плотность распределения Лапласа 7](#_Toc37946313)

[Картинка 10. Плотность равномерного распределения 7](#_Toc37946314)

## Список таблиц

[Таблица 1. Статистический ряд 3](#_Toc37946323)

[Таблица 2. Таблица распределений 3](#_Toc37946324)

# Постановка задачи

Для каждого из 5 распределений:

1. Нормального
2. Коши
3. Лапласа
4. Пуассона
5. Равномерного

Сгенерировать выборки размеров: 20, 60, 1000; и построить графики плотности распределения вероятности и гистограмму на одном рисунке.  
Построить на них эмпирические функции распределения и ядерные оценки плотности распределения на отрезке [-4, 4] для непрерывных распределений и на отрезке [6;14] для распределения Пуассона.

# Теория

## Эмпирическая функция распределения

Распределения  
Статистическим рядом называется последовательность различных элементов выборки , , ..., , расположенных в возрастающем порядке с указанием частот , , ..., , с которыми эти элементы содержаться в выборке. Статистический ряд обычно записывается в виде таблицы

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| z |  |  | … |  |
| n |  |  | … |  |

Таблица . Статистический ряд

Определение  
Эмпирической̆ (выборочной̆) функцией̆ распределения (э. ф. р.) называется относительная частота события Х < x, полученная по данной̆ выборке:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

Описание  
Для получения относительной̆ частоты просуммируем в статистическом ряде, построенном по данной выборке, все частоты , для которых элементы статистического ряда меньше х. Тогда . Получаем:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |

Где – функция распределения дискретной случайной величины 𝑋∗, заданной таблицей распределения

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | … |  |
| P |  |  | … |  |

Таблица . Таблица распределений

Эмпирическая функция распределения является оценкой̆, т.е. приближённым значением, генеральной̆ функции распределения

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |

## Оценка плотности вероятности

### Определение

Оценкой̆ плотности вероятности называется функция , построен- ная на основе выборки, приближённо равная

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4) |

Ядерный оценки  
Представим оценку в виде суммы с числом слагаемых, равным объему выборки:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |

Здесь функция *K(u)*, называемая ядерной̆ (ядром), непрерывна и является плотностью вероятности, 𝑥1, ... , 𝑥𝑛 – элементы выборки, {h𝑛} – любая последовательность положительных чисел, обладающая свойствами

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6) |

Такие оценки называются непрерывными ядерными.   
Замечание. Свойство, означающее сближение оценки с оцениваемой̆ величиной̆ при n → ∞ в каком-либо смысле, называется состоятельностью оценки.

Если плотность 𝑓(𝑥) кусочно-непрерывная, то ядерная оценка плотности является состоятельной̆ при соблюдении условий, накладываемых на параметр сглаживания h𝑛, а также на ядро *K(u).*

Гауссово (нормальное) ядро

|  |  |
| --- | --- |
|  | (7) |

Правило Сильвермана

|  |  |
| --- | --- |
|  | (8) |

Где выборочное стандартное отклонение

# Реализация

Лабораторная работа выполнена на языке программирования python 3 с использованием

библиотек numpy код программы представлен в приложении

# Результаты

### Функции распределения

Изображение выглядит как карта, текст

Автоматически созданное описание

Картинка . Нормальное распределение

Изображение выглядит как текст, карта

Автоматически созданное описание

Картинка . Распределение Пуассона

Изображение выглядит как текст, карта

Автоматически созданное описание

Картинка . Распределение Коши

Изображение выглядит как текст, карта

Автоматически созданное описание

Картинка . Распределение Лапласа

Изображение выглядит как текст, карта

Автоматически созданное описание

Картинка . Равномерное распределение

### Плотности

Изображение выглядит как карта

Автоматически созданное описание

Картинка . Плотность нормального распределения

Изображение выглядит как текст, карта

Автоматически созданное описание

Картинка . Плотность распределения Пуассона

Изображение выглядит как карта, текст

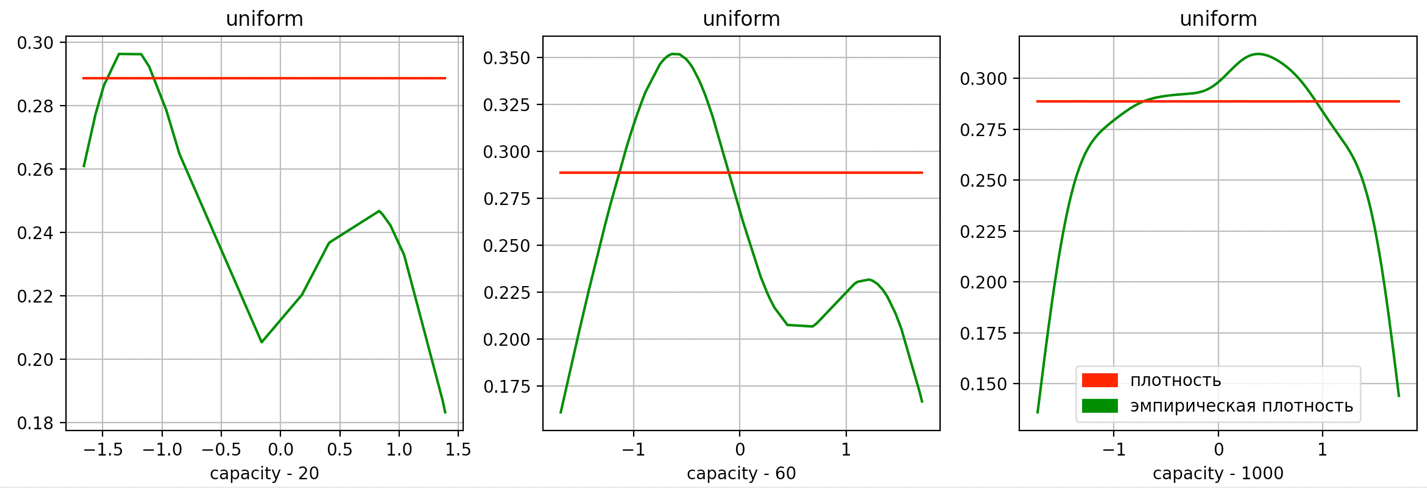
Автоматически созданное описание

Картинка . Плотность распределения Коши

Изображение выглядит как карта

Автоматически созданное описание

Картинка . Плотность распределения Лапласа



Картинка . Плотность равномерного распределения

# Обсуждение результатов

Ожидаемо, увеличение размера выборки улучшает приближение к теоретическим значениям. Так же видно что равномерное распределение, в силу своей разрывности плохо приближается эмперически.

# Приложение

Ссылка на github - <https://github.com/markporoshin/mathstat/blob/master/lab4/app.py>

# Список литературы

1. Конспект лекций
2. Выборочная функция распределения https://en.wikipedia.org/wiki/Empirical\_distribution\_function

## 