Санкт-Петербургский политехнический университет

Петра Великого

Институт прикладной математики и механики

Кафедра «Прикладная математика»

Отчет по лабораторной работе № 3

по дисциплине: Математическая статика.

|  |
| --- |
| Выполнила студент: Порощин Марк Михайлович группа: 3630102/70301    Проверил: к.ф.-м.н., доцент Баженов Александр Николаевич |

Санкт-Петербург  
2020 г.

Оглавление

[Постановка задачи 3](#_Toc37967306)

[Теория 3](#_Toc37967307)

[Распределения 3](#_Toc37967308)

[Боксплот Тьюки 3](#_Toc37967309)

[Определение 3](#_Toc37967310)

[Описание 3](#_Toc37967311)

[Построение 4](#_Toc37967312)

[Теоретическая вероятность выбросов 4](#_Toc37967313)

[Реализация 4](#_Toc37967314)

[Приложение 4](#_Toc37967315)

[Результаты 5](#_Toc37967316)

[Боксплот 5](#_Toc37967317)

[Доля выбросов 6](#_Toc37967318)

[Теоретическая вероятность выбросов 6](#_Toc37967319)

[Сравнение 7](#_Toc37967320)

[Список литературы 7](#_Toc37967321)

## Список иллюстраций

[Картинка 1. Нормальное распределение 5](#_Toc37966108)

[Картинка 2. Распределение Пуассона 5](#_Toc37966109)

[Картинка 3. Распределение Коши 5](#_Toc37966110)

[Картинка 4. Распределение Лапласа 6](#_Toc37966111)

[Картинка 5. Равномерное распределение 6](#_Toc37966112)

## Список таблиц

[Таблица 1. Доля выбросов 6](#_Toc37966367)

[Таблица 2. Теоретическая доля выбросов 6](#_Toc37966368)

# Постановка задачи

Для каждого из 5 распределений:

1. Нормального
2. Коши
3. Лапласа
4. Пуассона
5. Равномерного

Cгенерировать выборки размером 20, 100 элементов.  
Построить для них боксплот Тьюки.  
Для каждого распределения определить долю выбросов экспериментально (сгенерировав выборку, соответствующую распределению 1000 раз, и вычислил среднюю долю выбросов) и сравнить с результатами, полученными теоретически.

# Теория

## Распределения

1. Нормальное

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

1. Коши

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |

1. Лапласа

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |

1. Пуассона

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |

1. Равномерное

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |

## Боксплот Тьюки

Определение  
Боксплот (англ. box plot) – график, использующийся в описательной̆ статистике, компактно изображающий одномерное распределение вероятностей.

Описание  
Такой̆ вид диаграммы в удобной̆ форме показывает медиану, нижний и верхний квартили и выбросы. Несколько таких ящиков можно нарисовать бок о бок, чтобы визуально сравнивать одно распределение с другим; их можно располагать как горизонтально, так и вертикально. Расстояния между различными частями ящика позволяют определить степень разброса (дисперсии) и асимметрии данный и выявить выбросы.

Построение  
Границами ящика служат первый и третий квартили, линия в середине ящика – медиана. Концы усов – крася статистически значимой выборки (без выбросов). Длину «усов» определяют разность первого квартиля и полутора межквартильных расстояний и сумма третьего и полутора межквартильных расстояний. Формула имеет вид

|  |  |
| --- | --- |
| ,, | () |

где 𝑋1 – нижняя граница уса, 𝑋2 – верхняя граница уса, 𝑄1 – первый квартиль, 𝑄3 – третий квартиль.

Данные, выходящие за границы усов (выбросы), отображаются на графике в виде маленьких кружков.

### Теоретическая вероятность выбросов

Зная, первый и третий квартили по формуле (15) можно вычислить теоретически нижнюю и верхнюю границы уса (𝑋𝑇 и 𝑋𝑇 соответственно). Выбросами считаются такие величины x, что

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |

Теоретическая вероятность выбросов для непрерывных распределений

|  |  |
| --- | --- |
| 𝑃𝑇 = 𝑃(𝑥 < 𝑋𝑇)+ 𝑃(𝑥>𝑋𝑇) = 𝐹(𝑋𝑇) + (1 − 𝐹(𝑋𝑇)), | () |

где 𝐹(𝑋) = 𝑃 (𝑥 ≤ 𝑋) – функция распределения

Теоретическая вероятность выбросов для дискретных распределений

|  |  |
| --- | --- |
| 𝑃𝑇 = 𝑃(𝑥 < 𝑋𝑇)+ 𝑃(𝑥> 𝑋𝑇) = (𝐹(𝑋𝑇) − 𝑃(𝑥=𝑋𝑇) + (1 − 𝐹(𝑋𝑇)), | () |

где 𝐹(𝑋) = 𝑃 (𝑥 ≤ 𝑋) – функция распределения

# Реализация

Лабораторная работа выполнена на языке программирования python 3 с использованием

библиотек numpy код программы представлен в приложении

# Приложение

Ссылка на github - <https://github.com/markporoshin/mathstat/tree/master/lab3>

# Результаты

## Боксплот

Изображение выглядит как снимок экрана

Автоматически созданное описание

Картинка . Нормальное распределение

Изображение выглядит как снимок экрана

Автоматически созданное описание

Картинка . Распределение Пуассона

Изображение выглядит как снимок экрана

Автоматически созданное описание

Картинка . Распределение Коши

Изображение выглядит как снимок экрана

Автоматически созданное описание

Картинка . Распределение Лапласа

Изображение выглядит как снимок экрана

Автоматически созданное описание

Картинка . Равномерное распределение

## Доля выбросов

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Выборка | Доля выбросов | Дисперсия |
| Нормальное распределение n = 20 | 0.017 | 0.00298487 |
| Нормальное распределение n = 1000 | 0.007 | 0.00112296 |
| Распределение Коши n = 20 | 0.1 | 0.10028755 |
| Распределение Коши n = 1000 | 0.2 | 0.10454527 |
| Распределение Лапласа n = 20 | 0.06 | 0.08159795 |
| Распределение Лапласа n = 1000 | 0.06 | 0.09349335 |
| Распределение Пуассона n = 20 | 0.02 | 0.02568880 |
| Распределение Пуассона n = 1000 | 0.007 | 0.00750811 |
| Равномерное распределение n = 20 | 0.002 | 0.00485754 |
| Равномерное распределение n = 1000 | 0 | 0 |

Таблица . Доля выбросов

## Теоретическая вероятность выбросов

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Распределение |  |  |  |  |  |
| Нормальное распределение | -0.674 | 0.674 | -2.698 | 2.698 | 0.007 |
| Распределение Коши | -1 | 1 | -4 | 4 | 0.156 |
| Распределение Лапласа | -0.490 | 0.490 | 1.961 | 1.961 | 0.063 |
| Распределение Пуассона | 8 | 12 | 2 | 18 | 0.008 |
| Равномерное распределение | -0.866 | 0. 866 | 3.464 | 3.464 | 0 |

Таблица . Теоретическая доля выбросов

## Сравнение

Полученные экспериментально значения выбросов соответствуют теоретическим значениям

# Список литературы

1. Боксплот <https://en.wikipedia.org/wiki/Box_plot>
2. Конспект лекций