Theoretische Informatik: Blatt 4

Abgabe bis 16. Oktober 2015
Assistent: Sascha Krug, CHN D 42

Linus Fessler, Markus Hauptner, Philipp Schimmelfennig

Aufgabe 10

(a)

(b) Wir machen einen Widerspruchsbeweis. *Annahme:* L ist regulär.$\Rightarrow$ Es gibt einen EA $A = (Q, \Sigma, \delta_A, q_o, F)$ mit $L(A) = L$. Sei $m = |Q|$
Betrachten wir die Wörter

$$\lambda, b, b^2, \cdots, b^m$$

Das sind mehr Wörter, als A Zustände hat. $\Rightarrow \exists i, j \;\; j \neq i$, sodass $\hat{d}(q_0, b^i) = \hat{d}(q_0, b^j)$
Also gilt nach *Lemma 3.3*

$$b^i z \in L \leftrightarrow b^j z \in L \quad \forall z \in \{0,1\}^*$$

Sei $z = a^{2i}$, dann gilt $b^i z = b^i a^{2i} \in L$ aber für $i \neq j$, $\;b^j a^{2i} \notin L$
Also haben wir einen Widerspruch $\Rightarrow$ die Annahme war falsch $\Rightarrow$ L ist nicht regulär.

Aufgabe 11

(a) Wir machen einen Widerspruchsbeweis. *Annahme:* L ist regulär. Dann gilt das *Pumping-Lemma* für L.
Wir betrachten nun das Wort

$$w = 0^{n_0} 1^{n_0}$$

Offensichtlich gilt $|w| \leq n_0$.
Daher gilt für die Zerlegung $w = yxz$ nach (i) und (ii), dass $y = 0^l$, $x = 0^m$, $l + m \leq n_0$.
Weil $w = yxz = 0^{n_0} 1^{n_0} \notin L$ müssen nach (iii) auch alle $w \in \{yx^k z \mid k \in \mathbb{N}\} \notin L$ sein. wenn wir nun das Wort

$$w = yx^2 z = 0^l 0^{2m} z$$

betrachten, dann hat sich die Anzahl der 0en erhöht, die Anzahl der 1en ist jedoch gleich geblieben. Dadurch ist jedoch nach Definition $w \in L$.
Es gibt ein Widerspruch $\Rightarrow$ Die Annahme war falsch $\Rightarrow$ L ist nicht regulär.