Theoretische Informatik: Selbststudium - Blatt 1

Abgabe bis 23. Oktober 2015
Assistent: Sascha Krug, CHN D 42

Linus Fessler, Markus Hauptner, Philipp Schimmelfennig

Aufgabe S1

(a) Vermutung: $\mathrm{L}(\mathrm{G}_1) = \{avawa \mid v \in \{b\}^+, w \in \{ab\}^*\}$

Beweis: Die Grammatik beginnt im Startsymbol S, für das es nur eine Ableitungsregel gibt: $S \rightarrow aXaYa$. Da das Wort $aXaYa$ immer noch die Nichtterminale X und Y enthält, müssen wir weiter ableiten. Es gibt in P_1 keine Ableitungsregel $QaR \rightarrow_{G_1} S$ für beliebige $Q, R, S \in \Sigma_N \cup \Sigma_T$, womit jedes Wort in der von der Grammatik erzeugten Sprache die Form $avawa$ aufweisen muss, für noch zu bestimmende v und u.

Im Folgenden beweisen wir, dass $v \in \{b\}^+$ und $w \in \{ab\}^*$.

1. $v \in \{b\}^+$: Wir haben $aXaYa$ gegeben. Die Ableitungsregeln, die X betreffen, sind $\{X \rightarrow bX, X \rightarrow b\}$. Wir zeigen mit Induktion, dass man mit X und den beiden Ableitungsregel für X ausschliesslich die Wörter $v \in \{b\}^+ = \{b^i \mid i \in \mathbb{N}\}$ generieren kann. Sei n die Anzahl angewandter Ableitungsregeln.

   (i) *Induktionsanfang:*
   Sei $n = 1$. Man kann mit einer Ableitung aus X entweder das Wort bX oder b herleiten.

   (ii) *Induktionsschritt:*
   $n \rightarrow n + 1$: Es gibt zwei Fälle:
   Das Wort endet auf X: Man kann wieder bX oder b herleiten.
   Das Wort endet auf b: Das Wort kann nicht mehr weiter abgeleitet werden und man erhält nach dem n-ten Ableitungsschritt das Wort b^n.

2. $w \in \{ab\}^*$: Wir haben $aXaYa$ gegeben. Die Ableitungsregeln, die Y betreffen, sind $\{Y \rightarrow abY, Y \rightarrow ab, Y \rightarrow \lambda\}$. Mit Induktion kann man analog zu 1. beweisen, dass man mit Y und den drei Ableitungsregel für Y ausschliesslich die Wörter $w \in \{ab\}^* = \{(ab)^i \mid i \in \mathbb{N}_0\}$ generieren kann. Der einzige Unterschied ist, dass man durch die dritte Ableitungsregel $Y \rightarrow \lambda$ auch das leere Wort herleiten kann.

(b)

Aufgabe S2

(a)

(b)

Aufgabe S3

(a)

(b)