

Theoretische Informatik: Blatt 7

Abgabe bis 9. Oktober 2015
Assistent: Sacha Krug, CHN D 42

Linus Fessler, Markus Hauptner, Philipp Schimmelfennig

Aufgabe 19

Aufgabe 20

(a) $e(n) = 2^n$

Wir konstruieren eine 2-Band Turingmaschine M . M bekommt als Eingabe das Wort 0^n auf Band 0. Zu Beginn schreibt M eine 0 auf *Band 1*. Solange der Lesekopf des Eingabebandes nicht $\$$ liest:

1. Gehe auf *Band 1* nach links bis \dagger .
2. Gehe auf *Band 2* nach links bis \dagger .
3. Lies Zeichen auf *Band 1*. Schreibe für jede gelesene 0 auf *Band 1* 00 auf *Band 2*. Für ein \sqcup schreibe ein \sqcup .
4. Gehe auf Beiden Bändern nach links und kopiere Inhalt von *Band 2* auf *Band 1* einschließlich bis Zeichen \sqcup .
5. Rücke mit Lesekopf nach rechts.

Das Ergebnis steht dann auf *Band 2* bis zum ersten \sqcup .

Auf diese Art generieren wir 2^n 0en. Für n 0en der Eingabe lesen wir pro Schritt 2^i Nullen. Das schreiben geschieht jeweils in $\mathcal{O}(1)$.

$$\sum_{i=1}^n 2^i = 2^{n+1} - 2 \in \mathcal{O}(2^n)$$

Folglich ist $e(n)$ zeitkonstruierbar.

(b) $f(n) = \text{fib}_n$

Wir konstruieren ein 3-Band Turingmaschine M . M bekommt als Eingabe das Wort 0^n auf Band 0. Wir unterscheiden mehrere Eingaben w .

Fall 1 $w = \lambda$

In diesem Fall ist $n = 0$. M schreibt 0 auf Band 1 und hält.

Fall 2 $w = 0$

In diesem Fall ist $n = 1$. M schreibt 1 auf Band 1 und hält.

Fall 3 $|w| = n, n \geq 2$ Der Lesekopf auf Band 0 liegt auf der dritten 0.

1. M schreibt λ auf *Band 1* und 0 auf *Band 2*.
2. M löscht *Band 3* und schreibt zuerst alle 0en von *Band 1* und dann alle 0en von *Band 2* auf *Band 3*.
3. Der Lesekopf für *Band 0* geht nach rechts. Liest er dort $\$$ ist auf *Band 3* das Ergebnis und M hält. Ansonsten kopiert M den Inhalt von *Band 2* auf *Band 1* und den von *Band 3* auf *Band 2*. Dann wird zu Schritt 2. gesprungen.

Aufgabe 21