Theoretische Informatik: Blatt 4

Abgabe bis 16. Oktober 2015
Assistent: Sascha Krug, CHN D 42

Linus Fessler, Markus Hauptner, Philipp Schimmelfennig

Aufgabe 10

(a)

(b) Wir machen einen Widerspruchsbeweis. *Annahme:* L ist regulär.$\Rightarrow$ Es gibt einen EA $A = (Q, \Sigma, \delta_A, q_o, F)$ mit $L(A) = L$. Sei $m = |Q|$
Betrachten wir die Wörter

$$\lambda, b, b^2, \cdots, b^m$$

Das sind mehr Wörter, als A Zustände hat. $\Rightarrow \exists i, j \;\; j \neq i$, sodass $\hat{d}(q_0, b^i) = \hat{d}(q_0, b^j)$
Also gilt nach *Lemma 3.3*

$$b^i z \in L \leftrightarrow b^j z \in L \quad \forall z \in \{0,1\}^*$$

Sei $z = a^{2i}$, dann gilt $b^i z = b^i a^{2i} \in L$ aber für $i \neq j,\;\; b^j a^{2i} \notin L$
Also haben wir einen Widerspruch $\Rightarrow$ die Annahme war falsch $\Rightarrow$ L ist nicht regulär.

Aufgabe 11

(a) Wir machen einen Widerspruchsbeweis. *Annahme:* L ist regulär. Dann gilt das *Pumping-Lemma* für L.
Wir betrachten nun das Wort

$$w = 0^{n_0} 1^{n_0}$$

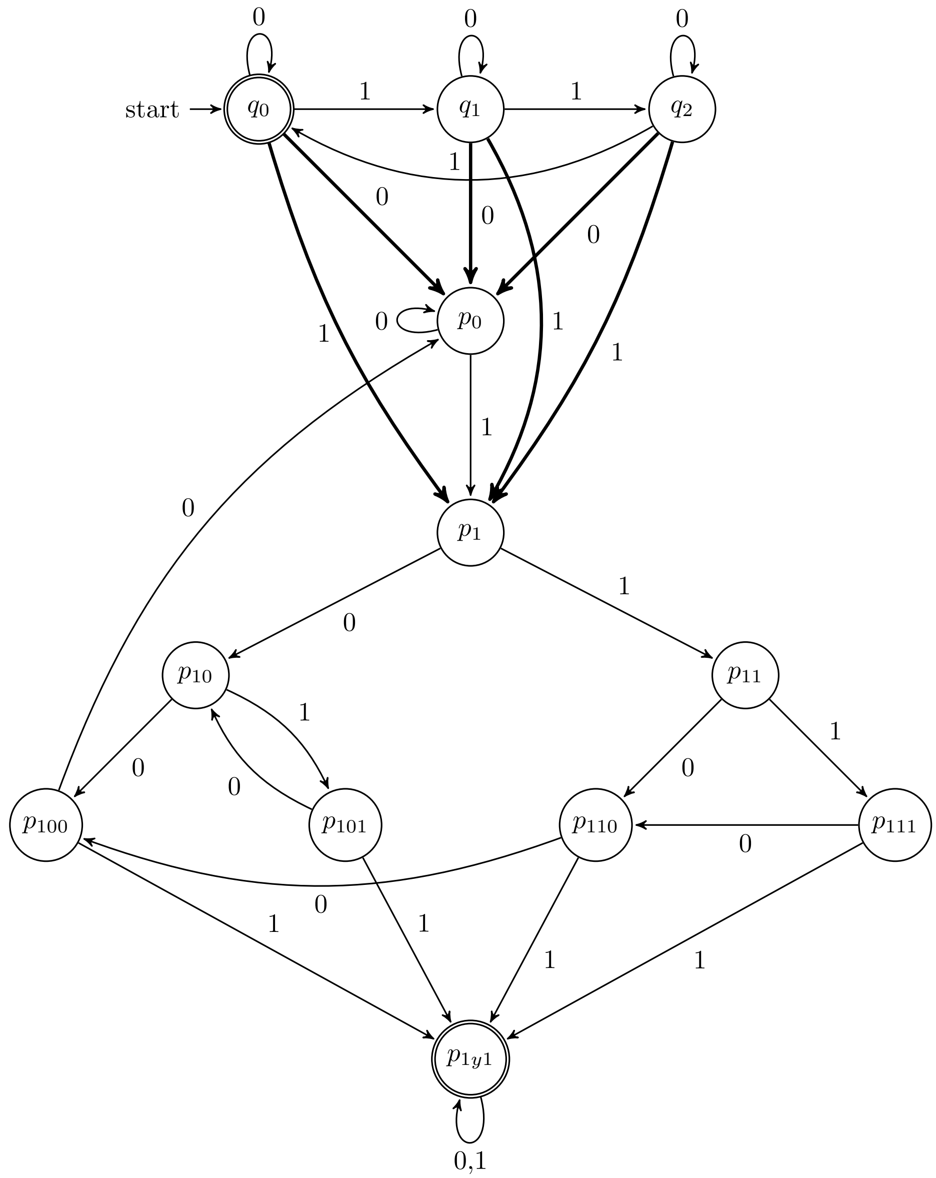
Offensichtlich gilt $|w| \leq n_0$.
Daher gilt für die Zerlegung $w = yxz$ nach (i) und (ii), dass $y = 0^l$, $x = 0^m$, $l + m \leq n_0$.
Weil $w = yxz = 0^{n_0} 1^{n_0} \notin L$ müssen nach (iii) auch alle $w \in \{yx^k z \mid k \in \mathbb{N}\} \notin L$ sein. wenn wir nun das Wort

$$w = yx^2 z = 0^l 0^{2m} z$$

betrachten, dann hat sich die Anzahl der 0en erhöht, die Anzahl der 1en ist jedoch gleich geblieben. Dadurch ist jedoch nach Definition $w \in L$.
Es gibt ein Widerspruch $\Rightarrow$ Die Annahme war falsch $\Rightarrow$ L ist nicht regulär.

Aufgabe 12

(a) Ein NEA für die Sprache $L = \{x \in \{0,1\}^* \mid |x|_1 \bmod 3 = 0$ oder x enthält ein Teilwort $1y1$ für $y \in \{0,1\}^2\}$ sieht so aus:



Die Idee des Entwurfs ist, dass der NEA aus zwei Teil-EA besteht, die je folgende Bedingungen prüfen:

$$|x|_1 \bmod 3 = 0 \tag{1}$$

$$x \text{ enthält ein Teilwort } 1y1 \text{ für } y \in \{0,1\}^2\} \tag{2}$$

Der EA, der Bedingung (1) überprüft, ist durch die Zustände $\{q_0, q_1, q_2\}$ gegeben und derjenge, der (2) überprüft, durch die Zustände $\{p_0, p_1, p_{10}, p_{11}, p_{100}, p_{101}, p_{110}, p_{111}, p_{1y1|y\in\{0,1\}^2}\}$.

Verbunden sind die beiden EA durch die fett markierten Pfeile, wodurch ein NEA entsteht.

Der NEA kann sich in jedem der Zustände q_0, q_1, q_2 entscheiden, ob er statt Bedingung (1) nun Bedingung (2) prüfen will. Hat er sich entschieden, Bedingung (2) zu prüfen, kann er nicht mehr zur Prüfung von Bedingung (1) zurückgehen, da er nicht mehr die Anzahl Einsen zählt.

(b) Die Übertragungsfunktion δ' des äquivalenten deterministischen Automaten lautet wie folgt:

δ'	a	b
$p' = \{p\}$	$\{p,q\}$	$\{p\}$
$q' = \{p,q\}$	$\{p,q,r\}$	$\{p,r\}$
$r' = \{p,r\}$	$\{p,q,s\}$	$\{p\}$
$s' = \{p,s\}$	$\{p,s\}$	$\{p,r\}$
$t' = \{p,q,r\}$	$\{p,r,s\}$	$\{p,r\}$
$v' = \{p,q,s\}$	$\{p,r,s\}$	$\{p,r,s\}$
$u' = \{p,r,s\}$	$\{p,s\}$	$\{p,s\}$