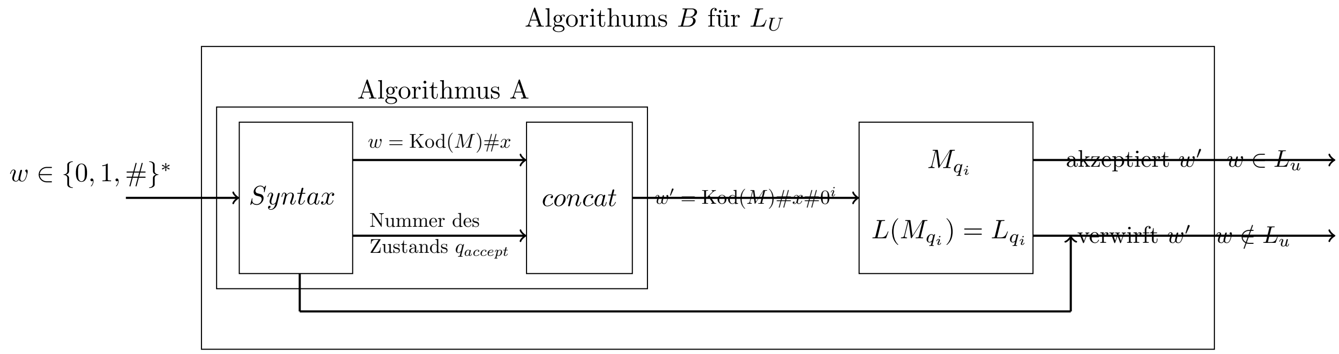
Theoretische Informatik: Blatt 6

Abgabe bis 9. Oktober 2015
Assistent: Sacha Krug, CHN D 42

Linus Fessler, Markus Hauptner, Philipp Schimmelfennig

Aufgabe 16

Wir wollen zeigen, dass $L_{q_i} \notin \mathcal{L}_R$, also nicht rekursiv ist. Dazu machen wie einen Widerspruchsbeweis.
Annahme: L_{qi} sei rekursiv. Wir zeigen $L_u \leq_R L_{q_i}$.



Für ein Wort w entscheiden wir zuerst, ob die Syntax einem Wort in L_u entspricht. Falls nein, ist $w \notin L_u$. Falls ja, wählen wir als i die Nummer des Zustands q_{accept} in der Kodierung von M und erzeugen daraus w'. Falls die Anzahl Zustände de TM M nicht $\geq i+1$ ist, verwerfen wir w. (Diese Arbeit führt der Algorithmus A aus.) Ansonsten fahren wir fort, wie folgt: Da eine TM aus q_{accept} nicht mehr herausgeht, ist $w \in L_u$, falls M_{q_i} w' akzeptiert, also M den i-ten Zustand erreicht. Falls M_{q_i} w' verwirft akzeptiert M also w nicht.
Da A immer hält und nach Annahme M_{q_i} immer hält (da rekursiv), hält auch B immer. Also gilt $L_u \leq_R L_{q_i}$.
Aus $L_{q_i} \in \mathcal{L}_R$ folgt also $L_u \in \mathcal{L}_R$. Aber wir wissen $L_u \notin \mathcal{L}_R$. Damit haben wir unseren Widerpsruch.

Aufgabe 17

Wir wollen zeigen, dass ${L_{q_i}}'$ nicht in $\mathcal{L}_R$ ist. Dazu genügt es nach *Lemma 5.4* zu zeigen, dass $\left({L_{q_i}}'\right)^C \notin \mathcal{L}_R$.

$$\left({L_{q_i}}'\right)^C = \begin{cases} w \neq \text{Kod}(M)\#x\#0^i \\ w = \text{Kod}(M)\#x\#0^i \text{ und M hat weniger als } i+1 \text{ Zustände} \\ w = \text{Kod}(M)\#x\#0^i\text{, M hat mehr als } i \text{ Zustände, M erreicht den } i\text{-ten Zustand nicht} \end{cases}$$

Um zu zeigen, dass $\left({L_{q_i}}'\right)^C \notin \mathcal{L}_R$ benutzen wir einen Widerspruchsbeweis.
Annahme: L_H ist rekursiv. Wir zeigen $L_H \leq_R \left({L_{q_i}}'\right)^C$.