UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA
MAT02219 - PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

ÁREA 3

FORMULÁRIO

Variáveis aleatórias

Se X é **v.a. contínua**, então o valor esperado (média) e a variância de X, são, respectivamente:

$$\mu = \mathrm{E}[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad \text{e} \quad \sigma^2 = \mathrm{Var}[X] = \mathrm{E}[(X-\mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x) dx = \mathrm{E}[X^2] - \mu^2,$$

em que $f(x)$ é a **função densidade de probabilidade** (fdp) de X e $\mathrm{E}[X^2] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx$.

★ Se X **assumir apenas valores em um intervalo** $S_X \subset \mathbb{R}$, as expressões acima tornam-se $\mathrm{E}[X] = \int_{S_X} x f(x) dx$, $\mathrm{Var}[X] = \int_{S_X} (x-\mu)^2 f(x) dx$ e $\mathrm{E}[X^2] = \int_{S_X} x^2 f(x) dx$.

Seja X uma variável aleatória, então $F(x) = \Pr(X \leq x)$ é a **função de distribuição acumulada** (fda) de X.

★ $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(u) du$, se X é v.a. contínua.

Distribuições de probabilidade

Na Tabela 1 considere:

- Para as distribuições Normal e t-Student, π representa o valor $3,14\ldots$.
- Para as distribuições Qui-quadrado e t-Student, $\Gamma(u) = \int_0^{\infty} x^{u-1} e^{-x} dx$.

Tabela 1: Distribuição de probabilidade, média e variância.

Variáveis aleatórias contínuas			
Uniforme(α, β)	$\frac{1}{\beta-\alpha}, \alpha \leq x \leq \beta.$	$\frac{\alpha+\beta}{2}$	$\frac{(\beta-\alpha)^2}{12}$
Exponencial(λ)	$\lambda e^{-\lambda x}, x > 0, \lambda > 0.$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
Normal(μ, σ^2)	$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, -\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0.$	μ	σ^2
Normal$(0,1)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, -\infty < x < \infty.$	0	1
Qui $-$ quadrado(ν)	$\frac{1}{2^{\nu/2}\Gamma(\nu/2)} x^{\frac{\nu}{x}-1} e^{\frac{x}{2}}, x \geq 0, \nu > 0.$	ν	2ν
$t-$Student(ν)	$\frac{\Gamma((\nu+1)/2)}{\Gamma(\nu/2)\sqrt{\pi\nu}} \left(1 + \frac{x^2}{\nu}\right)^{-(\nu+1)/2}, -\infty < x < \infty, \nu > 0.$	0 $(\nu > 1)$	$\frac{\nu}{\nu-2}$ $(\nu > 2)$

Correlação e regressão linear

- O coeficiente de correlação linear amostral entre X e Y é dado por $r = \frac{S_{XY}}{\sqrt{S_{XX} S_{YY}}}$, em que

$$S_{XX} = \sum_i x_i^2 - (\sum_i x_i)^2/n, \qquad S_{YY} = \sum_i y_i^2 - (\sum_i y_i)^2/n \qquad \text{e} \qquad S_{XY} = \sum_i x_i y_i - [(\sum_i x_i)(\sum_i y_i)]/n.$$

★ Seja ρ o coeficiente de correlação linear populacional, para testar $H_0 : \rho = 0 \times H_A : \rho \neq 0$, é usada a estatística de teste $T = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$, que tem distribuição t_{n-2}.

- Considere o modelo de regressão linear $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$. Os estimadores de β_0 e β_1, denotados por b_0 e b_1, são dados por

$$b_1 = \frac{\sum_i x_i y_i - [(\sum_i x_i)(\sum_i y_i)]/n}{\sum_i x_i^2 - (\sum_i x_i)^2/n} \text{ e } b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}.$$

  ★ Para testar $H_0 : \beta_1 = 0 \times H_A : \beta_1 \neq 0$, é usada a estatística de teste $T = \frac{b_1}{S_{b1}}$, em que $S_{b1} = \sqrt{\frac{S^2}{S_{XX}}}$ e $S^2 = \frac{S_{YY} - b_1 S_{XY}}{n-2}$; T tem distribuição t_{n-2}.