



## Plano Aula 15 e 16

### Variáveis Aleatórias (V.A.)

- (... *continuação de probabilidade* ...)
- Geralmente denotadas por  $X, Y, Z, \dots$ 
  - $X$  letra **maiúscula** denota a v.a. *versus*  $x$  letra **minúscula** que denota um particular valor que a v.a. pode assumir;
  - discretas  $\times$  contínuas.

Definição **variável aleatória (v.a.)**: denominamos variável aleatória a função (ou regra) que transforma um espaço amostral qualquer,  $\Omega$ , em um espaço amostral numérico,  $\Omega_X$ ,  $X : \Omega \rightarrow \Omega_X$ , que será um subconjunto dos números reais.

**Exemplo 1:**  $X$ : duração de vida de um tipo de lâmpada,  $X \in (0, \infty)$ .

**Exemplo 2:**  $X$ : PIB do Brasil,  $X \in \mathbb{R}$ .

**Exemplo 3:**  $X$ : número de avaliações positivas em uma pesquisa de avaliação do governo.  $X \in \{0, 1, \dots, n\}$ .

**Exemplo 4:**  $Y$  (consumo) e  $X$  (renda), ...

### Variáveis aleatórias discretas (capítulo 6, Livro Bussab e Morettin)

Definição **v.a. discreta**: quando o espaço amostral associado a uma *v.a.* assumir somente valores inteiros, finitos ou infinitos,  $\Omega_X \subseteq \mathbb{Z}$ , denominamos v.a. discreta.

(... **cont.**) **Exemplo 3:**  $E$ : observar o número de avaliaçãoe positivas, assumindo igual probabilidade de avaliação positiva (P) ou não (N) (... lançar uma moeda honesta 3 vezes...). Assim,  $X : \Omega = \{(PPP), (PPN), (PNP), \dots (NNN)\} \rightarrow \Omega_X = \{0, 1, 2, 3\}$ .

- Como representar distribuições de probabilidade? Por funções, visualmente por tabelas e gráficos, medidas resumo, ...

#### 1. Função (Massa) de Probabilidade (f.m.p)

Definição **função de probabilidade**: A função  $p : \Omega_X \rightarrow [0, 1]$ , dada por  $p(x) = P(X = x)$ , tal que  $p(x) \geq 0$ , para todo  $x \in \Omega_X$ , e  $\sum_{x \in \Omega_X} p(x) = 1$ , é denominada função (massa) de probabilidade.

#### 2. Valor Médio (ou Esperança da Variável) e variância (seção 6.3, Livro Bussab e Morettin)

- Valor esperado/médio, esperança matemática ou simplesmente média -  $E(X) = \sum_{x \in \Omega_X} x \times p(x)$ ;
- Variância -  $V(X) = E\{[X - E(X)]^2\} = E(X^2) - [E(X)]^2 = \sum_{x \in \Omega_X} [x - E(X)]^2 \times p(x)$ ;
- Propriedades, (seção 6.4, Livro Bussab e Morettin)
  - $E(aX + b) = aE(X) + b$  (porque?);
  - $V(aX + b) = a^2V(X)$  (?).



### 3. Função de Distribuição (Acumulada) de Probabilidade (seção 6.5, Livro Bussab e Morettin)

Definição **função de distribuição**: a função  $F : \Omega_X \rightarrow [0, 1]$  tal que  $F(x) = P(X \leq x) = \sum_{y \leq x} P(X = y) = \sum_{y \leq x} p(y)$  é denominada função de distribuição (acumulada).

- Propriedades:  $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$  e  $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$ .
  - $P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a)$ ;
  - $F(x)$  existe para todos números reais, diferente da f.m.p..

---

Ler slides e ver vídeos da semana 9.

Fazer lista de exercícios 2-3.

---