UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA
MAT02214 - Estatística Geral 1

ÁREA 2

FORMULÁRIO

Probabilidade

Técnicas de contagem

- **Permutações:** $\mathrm{P}_n = n!$.
- **Arranjos:** $\mathrm{A}_n^x = \frac{n!}{(n-x)!}$.
- **Combinações:** $\mathrm{C}_n^x = \frac{n!}{x!(n-x)!}$.

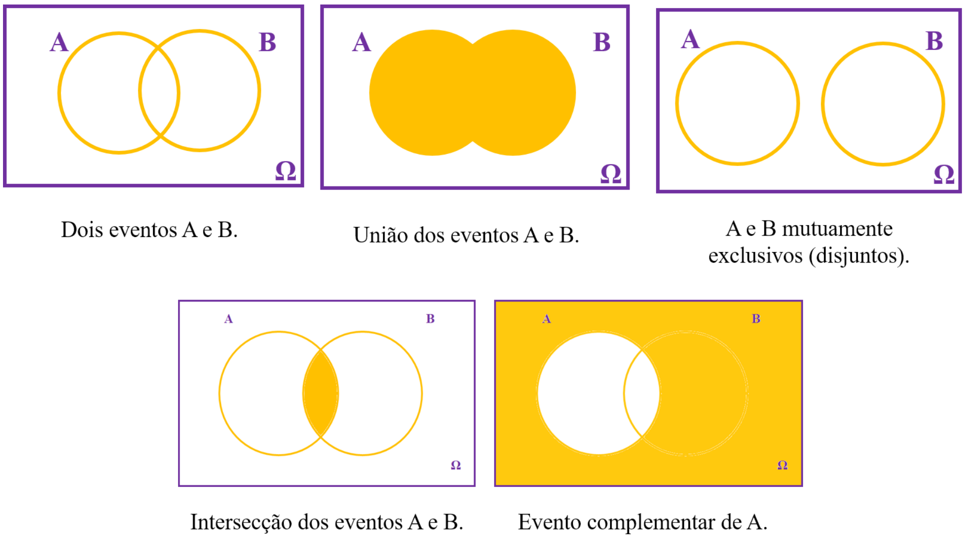

Figure 1: Operações entre eventos aleatórios.

Relações entre eventos

- Sejam A e B dois eventos em um espaço amostral Ω. Valem as seguintes relações entre conjuntos:

$$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B} \quad \text{e} \quad \overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}.$$

Cálculo de probabilidades

- Regra da adição de probabilidades: sejam A e B eventos em Ω, então $\Pr(A \cup B) = \Pr(A) + \Pr(B) - \Pr(A \cap B)$.
- Sejam A e B dois eventos em um espaço amostral Ω. A probabilidade condicional de B dado que o evento A ocorreu é definida como $\Pr(B|A) = \frac{\Pr(A \cap B)}{\Pr(A)}$, desde que $\Pr(A) > 0$.
  - Regra da multiplicação: $\Pr(A \cap B) = \Pr(B|A)\Pr(A)$.
  - Regra da probabilidade total: consideremos A um evento qualquer referente a Ω, e $B_1, B_2, \ldots, B_k$ uma partição de Ω, então $\Pr(A) = \Pr(A|B_1)\Pr(B_1) + \Pr(A|B_2)\Pr(B_2) + \ldots + \Pr(A|B_k)\Pr(B_k)$.

– Teorema de Bayes: seja $B_1, B_2, \ldots, B_k$ uma partição do espaço amostral Ω e seja A um evento associado a Ω, poderemos escrever

$$\Pr(B_i|A) = \frac{\Pr(A|B_i)\Pr(B_i)}{\Pr(A|B_1)\Pr(B_1) + \Pr(A|B_2)\Pr(B_2) + \ldots + \Pr(A|B_k)\Pr(B_k)}, i = 1, 2, \ldots, k.$$

Variáveis aleatórias

- Seja X uma **variável aleatória (v.a.) discreta** (X assume valores em $\{x_1, x_2, \ldots\}$), então o **valor esperado** (média) e a **variância** de X, são, respectivamente:

$$\mu = \mathrm{E}[X] = \sum_{j=1}^{\infty} x_j p(x_j) \quad \text{e} \quad \sigma^2 = \mathrm{Var}[X] = \mathrm{E}[(X-\mu)^2] = \sum_{j=1}^{\infty} (x_j - \mu)^2 p(x_j) = \mathrm{E}[X^2] - \mu^2,$$

  em que $p(x_j) = \Pr(X = x_j)$ é a **função de probabilidade** de X e $\mathrm{E}[X^2] = \sum_{j=1}^{\infty} x_j^2 p(x_j)$.

  ★ Se X **assumir apenas um número finito de valores**, as expressões acima tornam-se $\mathrm{E}[X] = \sum_{j=1}^{n} x_j p(x_j)$, $\mathrm{Var}[X] = \sum_{j=1}^{n} (x_j - \mu)^2 p(x_j)$ e $\mathrm{E}[X^2] = \sum_{j=1}^{n} x_j^2 p(x_j)$.

- Seja X uma variável aleatória, então $F(x) = \Pr(X \leq x)$ é a **função de distribuição acumulada** (fda) de X.

  ★ $F(x) = \sum_{j: x_j \leq x} p(x_j)$, se X é v.a. discreta.

Distribuições de probabilidade

Na Tabela 1 considere:

- $\mathrm{C}_n^x = \binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$ é o número de subconjuntos de x elementos diferentes de um conjunto de n elementos diferentes.

- Para a distribuição Bernoulli e Binomial, π representa a probabilidade de sucesso ($\{X = 1\}$).

Table 1: Distribuição de probabilidade, média e variância.

	Variáveis aleatórias discretas		
Distribuição de X	$\Pr(X = x)$	$\mathrm{E}[X]$	$\mathrm{Var}[X]$
Uniforme$(1, k)$	$\frac{1}{k}, j = 1, \ldots, k.$	$\frac{1+k}{2}$	$\frac{k^2-1}{12}$
Bernoulli(π)	$\pi^x(1-\pi)^{1-x}, x = 0, 1.$	π	$\pi(1-\pi)$
Binomial(n, π)	$\binom{n}{x}\pi^x(1-\pi)^{n-x}, x = 0, \ldots, n.$	$n\pi$	$n\pi(1-\pi)$
Hipergeométrica(n, N, N_1)	$\frac{\mathrm{C}_{N_1}^x \mathrm{C}_{N_2}^{n-x}}{\mathrm{C}_N^n}, x = 0, 1, \ldots, n.$	$n\frac{N_1}{N}$	$n\frac{N_1}{N}\frac{N_2}{N}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$
Poisson(λ)	$\frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}, x = 0, 1, \ldots.$	λ	λ