**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**
**INSTITUTO DE MATEMÃTICA E ESTATÃSTICA**
**DEPARTAMENTO DE ESTATÃSTICA**
**MAT02219 - PROBABILIDADE E ESTATÃSTICA**
**ÃREA 2**

**FORMULÃRIO**

## Probabilidades

*TÃ©cnicas de contagem*

- **PermutaÃ§Ã***µes* :$\mathrm{P}_n = n!$.
- **Arranjos:** $\mathrm{A}_n^x = \frac{n!}{(n-x)!}$.
- **CombinaÃ§Ã***µes* :$\mathrm{C}_n^x = \frac{n!}{x!(n-x)!}$.

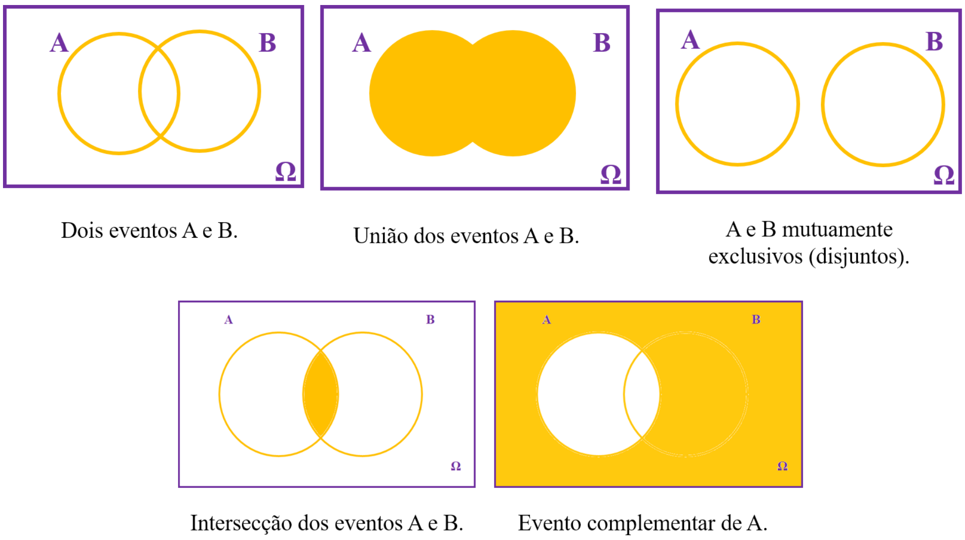


Figure 1: OperaÃ§Ã*µesentreeventosaleatÃ*³*rios*.

*RelaÃ§Ãµesentreeventos*

- *Sejam A e B dois eventos em um espaÃ§o amostral* $\Omega$. *Valem as seguintes relaÃ§Ãµesentreconjuntos* :$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$ *e* $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

  CÃ¡lculo de probabilidades

  - *Regra da adiÃ§Ã£o de probabilidades: sejam A e B eventos em* $\Omega$, *entÃ£o* $\Pr(A \cup B) = \Pr(A) + \Pr(B) - \Pr(A \cap B)$.
  - *Sejam A e B dois eventos em um espaÃ§o amostral* $\Omega$. *A probabilidade condicional de B dado que o evento A ocorreu Ã© definida como* $\Pr(B|A) = \frac{\Pr(A \cap B)}{\Pr(A)}$, *desde que* $\Pr(A) > 0$.
    - *Regra da multiplicaÃ§Ã£o:* $\Pr(A \cap B) = \Pr(B|A)\Pr(A)$.
    - *Regra da probabilidade total: consideremos A um evento qualquer referente a* $\Omega$, *e* $B_1, B_2, \ldots, B_k$ *uma partiÃ§Ã£o de* $\Omega$, *entÃ£o* $\Pr(A) = \Pr(A|B_1)\Pr(B_1) + \Pr(A|B_2)\Pr(B_2) + \ldots + \Pr(A|B_k)\Pr(B_k)$.
    - *Teorema de Bayes: seja* $B_1, B_2, \ldots, B_k$ *uma partiÃ§Ã£o do espaÃ§o amostral* $\Omega$ *e seja A um evento associado a* $\Omega$, *poderemos escrever*

$$\Pr(B_i|A) = \frac{\Pr(A|B_i)\Pr(B_i)}{\Pr(A|B_1)\Pr(B_1) + \Pr(A|B_2)\Pr(B_2) + \ldots + \Pr(A|B_k)\Pr(B_k)}, i = 1, 2, \ldots, k.$$

***VariÃ¡veis aleatÃ$^3$*rias***

- ***Seja*** $X$ ***uma*** **variÃ¡vel aleatÃ**$^3ria(v.a.)discreta(\mathbf{X}assumevaloresem\{\mathbf{x}_1, x_2, \ldots\})$**, entÃ£o o valor esperado (mÃ©dia) e a variÃ¢ncia de** $X$**, sÃ£o, respectivamente:**

$$\mu = \mathrm{E}\left[X\right] = \sum_{j=1}^{\infty} x_j p(x_j) \quad \text{e} \quad \sigma^2 = \mathrm{Var}\left[X\right] = \mathrm{E}\left[(X-\mu)^2\right] = \sum_{j=1}^{\infty} (x_j-\mu)^2 p(x_j) = \mathrm{E}\left[X^2\right] - \mu^2,$$

  **em que** $p(x_j) = \Pr(X = x_j)$ **Ã© a funÃ§Ã£o de probabilidade de** $X$ **e** $\mathrm{E}\left[X^2\right] = \sum_{j=1}^{\infty} x_j^2 p(x_j)$**.**

  ★ **Se** $X$ **assumir apenas um nÃºmero finito de valores, as expressÃ**$\mu esacimatornam-se\mathrm{E}\left[\mathbf{X}\right] = \sum_{j=1}^{n} x_j p(x_j)$**,** $\mathrm{Var}\left[X\right] = \sum_{j=1}^{n} (x_j-\mu)^2 p(x_j)$ **e** $\mathrm{E}\left[X^2\right] = \sum_{j=1}^{n} x_j^2 p(x_j)$**.**

- **Seja** $X$ **uma variÃ¡vel aleatÃ**$^3ria, entÃ£o\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \Pr(X \leq x)$ **Ã© a funÃ§Ã£o de distribuiÃ§Ã£o acumulada (fda) de** $X$**.**

  ★ $F(x) = \sum_{j:x_j \leq x} p(x_j)$**, se** $X$ **Ã© v.a. discreta.**

***DistribuiÃ§Ã***$\mu esdeprobabilidade$
***Na Tabela 1 considere:***

- $\mathrm{C}_n^x = \binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$ ***Ã© o nÃºmero de subconjuntos de*** $x$ ***elementos diferentes de um conjunto de*** $n$ ***elementos diferentes.***

- ***Para a distribuiÃ§Ã£o Bernoulli e Binomial,*** $\pi$ ***representa a probabilidade de sucesso (***$\{X = 1\}$***).***

Table 1: DistribuiÃ§Ã£o de probabilidade, mÃ©dia e variÃ¢ncia.

| DistribuiÃ§Ã£o de $X$ | $\Pr(X = x)$ | $\mathrm{E}\left[X\right]$ | $\mathrm{Var}\left[X\right]$ |
|---|---|---|---|
| | **VariÃ¡veis aleatÃ**$^3riasdiscretas$ | | |
| Bernoulli($\pi$) | $\pi^x(1-\pi)^{1-x}, x = 0, 1.$ | $\pi$ | $\pi(1-\pi)$ |
| Binomial($n, \pi$) | $\binom{n}{x}\pi^x(1-\pi)^{n-x}, x = 0, \ldots, n.$ | $n\pi$ | $n\pi(1-\pi)$ |
| HipergeomÃ©trica($n, N, N_1$) | $\frac{\mathrm{C}_{N_1}^x \mathrm{C}_{N_2}^{n-x}}{\mathrm{C}_N^n}, x = 0, 1, \ldots, n.$ | $n\frac{N_1}{N}$ | $n\frac{N_1}{N}\frac{N_2}{N}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$ |
| Poisson($\lambda$) | $\frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}, x = 0, 1, \ldots.$ | $\lambda$ | $\lambda$ |