UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

MAT02214 - Estatística Geral 1 - 2022/1

Plano Aula 27 e 28

(cont. . .) Vetores aleatórios (capítulo 8, Livro Bussab e Morettin)

Continuamos estudando o comportamento de mais de uma variável aleatória, $X, Y, Z, \ldots$.

Funções Condicionais.

1. O caso de duas variáveis X e Y discretas (seção 8.2, Livro Bussab e Morettin)

(cont.) Exemplo 1: Na pesquisa de opinião com *toda uma população*, qual a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso da população ter opinião de desempenho ótimo do atual governo (Y) **dado** que a pessoa estudou em escola pública? Ou **dado** que a pessoa tenha escolaridade de 10 anos de estudo (Z)?

Definição **Função massa de probabilidade condicional**: Seja (X, Y) um vetor aleatório discreto, a f.m.p. condicional de $Y = y$ dado $X = x$, tal que $p(x) = P(X = x) > 0$, é definida para cada par (x, y) por

$$P\left(Y = y \middle| X = x\right) = \frac{P(X = x, Y = y)}{P\left(X = x\right)}.$$

- Da mesma forma definimos $P\left(X = x \middle| Y = y\right)$.
- Funções condicionais são distribuições de probabilidade, portanto seguem as mesma propriedades de f.m.p. marginais.

2. O caso de duas variáveis X e Y contínuas (seção 8.6, Livro Bussab e Morettin)

(cont.) Exemplo 2: No estudo após a adoção do autoatendimento em uma rede de lanchonetes, dada uma propoção $X = x$ de tempo em que o terminal de autoatendimento está em uso, qual a distrição de probabilidade da proporção de tempo em que o caixa está atendendo (Y)?

Definição **Função densidade de probabilidade condicional**: Seja (X, Y) um vetor aleatório discreto, a f.d.p. condicional de $Y = y$ dado $X = x$, tal que $f(x) > 0$, é definida para cada par (x, y) por

$$f_{Y|X}\left(y \middle| x\right) = \frac{f(x, y)}{f_X\left(x\right)}.$$

- Da mesma forma definimos $f_{X|Y}\left(x \middle| y\right)$.
- Funções condicionais são distribuições de probabilidade, portanto seguem as mesma propriedades de f.d.p. marginais.

Esperança Condicional.

Definição **Esperança condicional**: A esperança condicional de Y dado que $X = x$ é dada por

$$E\left(Y \middle| X = x\right) = \sum_y y \times P\left(Y = y \middle| X = x\right), \text{ se } (X, Y) \text{ é um vetor aleatório discreto,}$$

ou

$$E\left(Y \middle| X = x\right) = \int_{-\infty}^{\infty} y \cdot f_{Y|X}\left(y \middle| x\right), \text{ se } (X, Y) \text{ é um vetor aleatório contínuo.}$$

- Definição análoga para $E\left(X \middle| Y = y\right)$.
- *Propriedades*: Se X e Y são independentes, então $E\left(Y \middle| X = x\right) = E\left(Y\right)$ e $E\left(X \middle| Y = y\right) = E\left(X\right)$.
  - Mais propriedades ver página 127 das "Notas de Aula MAT02214 - Estatística Geral I".

Variância Condicional

Definição **Variância condicional**: A variância condicional de Y dado que $X = x$ é dada por

$$Var\left(Y|\, X = x\right) = E\left\{\left[Y - E\left(Y|\, x\right)\right]^2 |\, X = x\right\}.$$

- Definição análoga para $Var\left(X|\, Y = y\right)$.
- *Propriedade*: Se X e Y são independentes, então $Var\left(Y|\, X = x\right) = Var\left(Y\right)$ e $Var\left(X|\, Y = y\right) = Var\left(X\right)$.

Ler apostila "Notas de Aula MAT02214 - Estatística Geral I" capítulo 5 seções 2 a 4.

Continuar lista de exercícios 2-4.
