



Plano Aula 27 e 28

(cont...) Vetores aleatórios (capítulo 8, Livro Bussab e Morettin)

Continuamos estudando o comportamento de mais de uma variável aleatória, X, Y, Z, \dots

Funções Condicionais.

1. O caso de duas variáveis X e Y discretas (seção 8.2, Livro Bussab e Morettin)

(cont.) **Exemplo 1:** Na pesquisa de opinião com *toda uma população*, qual a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso da população ter opinião de desempenho ótimo do atual governo (Y) **dado** que a pessoa estudou em escola pública? Ou **dado** que a pessoa tenha escolaridade de 10 anos de estudo (Z)?

Definição **Função massa de probabilidade condicional:** Seja (X, Y) um vetor aleatório discreto, a f.m.p. condicional de $Y = y$ dado $X = x$, tal que $p(x) = P(X = x) > 0$, é definida para cada par (x, y) por

$$P(Y = y | X = x) = \frac{P(X = x, Y = y)}{P(X = x)}.$$

- Da mesma forma definimos $P(X = x | Y = y)$.
- Funções condicionais são distribuições de probabilidade, portanto seguem as mesmas propriedades de f.m.p. marginais.

2. O caso de duas variáveis X e Y contínuas (seção 8.6, Livro Bussab e Morettin)

(cont.) **Exemplo 2:** No estudo após a adoção do autoatendimento em uma rede de lanchonetes, dada uma proporção $X = x$ de tempo em que o terminal de autoatendimento está em uso, qual a distribuição de probabilidade da proporção de tempo em que o caixa está atendendo (Y)?

Definição **Função densidade de probabilidade condicional:** Seja (X, Y) um vetor aleatório discreto, a f.d.p. condicional de $Y = y$ dado $X = x$, tal que $f(x) > 0$, é definida para cada par (x, y) por

$$f_{Y|X}(y|x) = \frac{f(x, y)}{f_X(x)}.$$

- Da mesma forma definimos $f_{X|Y}(x|y)$.
- Funções condicionais são distribuições de probabilidade, portanto seguem as mesmas propriedades de f.d.p. marginais.

Esperança Condicional.

Definição **Esperança condicional:** A esperança condicional de Y dado que $X = x$ é dada por

$$E(Y | X = x) = \sum_y y \times P(Y = y | X = x), \text{ se } (X, Y) \text{ é um vetor aleatório discreto,}$$

ou

$$E(Y | X = x) = \int_{-\infty}^{\infty} y \cdot f_{Y|X}(y|x), \text{ se } (X, Y) \text{ é um vetor aleatório contínuo.}$$

- Definição análoga para $E(X | Y = y)$.
- *Propriedades:* Se X e Y são independentes, então $E(Y | X = x) = E(Y)$ e $E(X | Y = y) = E(X)$.
 - Mais propriedades ver página 127 das “Notas de Aula MAT02214 - Estatística Geral I”.



Variância Condicional

Definição **Variância condicional**: A variância condicional de Y dado que $X = x$ é dada por

$$\text{Var}(Y|X = x) = E \left\{ [Y - E(Y|x)]^2 | X = x \right\}.$$

- Definição análoga para $\text{Var}(X|Y = y)$.
- *Propriedade*: Se X e Y são independentes, então $\text{Var}(Y|X = x) = \text{Var}(Y)$ e $\text{Var}(X|Y = y) = \text{Var}(X)$.

Ler apostila “Notas de Aula MAT02214 - Estatística Geral I” capítulo 5 seções 2 a 4.

Continuar lista de exercícios 2-4.
