



## Plano Aula 05 e 06

Markus Stein

### Introdução à estimação intervalar

Estimação pontual  $\times$  estimação intervalar

- **Exemplo 1:** Média amostral,  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ , em que  $X_1, \dots, X_n$  uma amostra aleatória de  $X_i \sim Normal(\mu, \sigma^2)$  e  $\sigma^2$  conhecido:
  - a. Qual a distribuição amostral de  $\bar{X}$ ?  $\bar{X}$  é um bom estimador para a média populacional  $\mu$ ?
  - b. Como usar  $Var(\bar{X})$  para darmos um grau de certeza sobre usarmos  $\bar{X}$  para estimar  $\mu$ ?
- **Exemplo 2:** E para a média amostral  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$  se  $\sigma^2$  desconhecido?
- **Exemplo 3:** E para a proporção amostral  $\hat{p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ?

### Intervalos de Confiança (IC) (Bussab e Morettin - Seção 11.6)

Definição (**Intervalo de confiança (IC)**): Seja  $T$  um estimador para o parâmetro  $\theta$ , o IC ao nível  $(1 - \alpha) \times 100\%$  para  $\theta$  será denotado pelo intervalo

$$IC(\theta; 1 - \alpha) = (t_1(T), t_2(T)),$$

para dois valores  $t_1(T)$  e  $t_2(T)$  tais que  $P[t_1(T) < \theta < t_2(T)] = 1 - \alpha$ . (Se conhecida a distribuição amostral de  $T$ , será sempre possível achar  $t_1(T)$  e  $t_2(T)$ ).

- Esse é um tipo de estimação intervalar (o mais popular em inferência paramétrica clássica)
- Veremos todas as situações de intervalos nos **slides dessa e das próximas semanas**.
  - Essa semana iniciaremos com o IC para uma média populacional  $\mu$ ;

### Erro padrão de um Estimador (Bussab e Morettin - Seção 11.7)

Definição (**Erro padrão**): O *erro padrão* do estimador  $T$  (para o parâmetro  $\theta$ ) é a quantidade dada por

$$EP(T) = \sqrt{Var(T)}.$$

- ...cont. **Exemplo 1:** Média amostral  $\bar{X}$ . Calcular  $EP(\bar{X})$ .
- ...cont. **Exemplo 3:** Proporção amostral  $\hat{p}$ .  $EP(\hat{p})$ ?



Definição (**Erro padrão estimado**):  $ep(T) = \widehat{EP}(T) = \sqrt{\widehat{Var}(T)}$ .

- ...cont. **Exemplo 1**: Média amostral  $\bar{X}$ . Calcular  $ep(\bar{X})$ .
- ...cont. **Exemplo 3**: Proporção amostral  $\hat{p}$ .  $ep(\hat{p})$ ?

## IC para uma média populacional $\mu$ (supondo $\sigma^2$ conhecido ou $n > 30$ )

Iniciaremos com o IC para uma média populacional  $\mu$ ;

- Resultado importante na construção de IC para uma média populacional:
  - No **Exemplo 1**, supondo  $\sigma^2$  conhecido (ou  $n > 30$ ), então

$$\bar{X} \sim Normal(\mu, \sigma^2/n)$$

se  $X \sim Normal(\mu, \sigma^2)$ . Também

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim Normal(0, 1).$$

- Como usar a distribuição de  $Z$  para construir um IC para  $\mu$ ?
- Quais as suposições necessárias?
- Como interpretar os resultados?

---

Ler slides das aulas 5 e 6.

Iniciar exercícios da lista 1-3.

---

## Quantis da distribuição Normal

Queremos calcular  $P(Y < y) = 0,025$ : o valor que “deixa área acumulada (à esquerda)” igual a 0,025:

- Como encontrar valores da distribuição normal padrão?
  - Usar `tabelas(???)`
  - Nas **planilhas eletrônicas**, do *Google* por exemplo, digitar `=INV.NORMP(0,025)` e o valor retornado será `-1,9599639861202`. Na versão inglês da planilha *OpenOffice Calc* a função é `=NORMSINV(0,025)`.
  - No software *R* usando a função `qnorm(0.025)` corresponde na figura abaixo a  $y = -1.959964$

