UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

MAT02215 - Estatística Geral 2 - 2021/1

# Plano Aula 05 e 06

Markus Stein

## Introdução à estimação intervalar

Estimação pontual $\times$ estimação intervalar

- **Exemplo 1**: Média amostral, $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$, em que $X_1, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória de $X_i \sim Normal(\mu, \sigma^2)$ e $\sigma^2$ conhecido:

a. Qual a distribuição amostral de $\overline{X}$? $\overline{X}$ é um bom estimador para a média populacional $\mu$?
b. Como usar $Var(\overline{X})$ para darmos um grau de certeza sobre usarmos $\overline{X}$ para estimar $\mu$?

- **Exemplo 2**: E para a média amostral $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ se $\sigma^2$ desconhecido?
- **Exemplo 3**: E para a proporção amostral $\hat{p} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$?

### Intervalos de Confiança (IC) (Bussab e Morettin - Seção 11.6)

Definição (**Intervalo de confiança (IC)**): Seja $T$ um estimador para o parâmetro $\theta$, o IC ao nível $(1-\alpha)\times 100\%$ para $\theta$ será denotado pelo intervalo

$$IC(\theta; 1-\alpha) = (t_1(T), t_2(T)),$$

para dois valores $t_1(T)$ e $t_2(T)$ tais que $P[t_1(T) < \theta < t_2(T)] = 1-\alpha$. (Se conhecida a distribuição amostral de $T$, será sempre possível achar $t_1(T)$ e $t_2(T)$).

- Esse é um tipo de estimação intervalar (o mais popular em inferência paramétrica clássica)
- Veremos todas as situações de intervalos nos **slides dessa e das próximas semanas**.
  - Essa semana iniciaremos com o IC para uma média populacional $\mu$;

### Erro padrão de um Estimador (Bussab e Morettin - Seção 11.7)

Definição (**Erro padrão**): O *erro padrão* do estimador $T$ (para o parâmetro $\theta$) é a quantidade dada por

$$EP(T) = \sqrt{Var(T)}.$$

- **. . . cont. Exemplo 1**: Média amostral $\overline{X}$. Calcular $EP(\overline{X})$.
- **. . . cont. Exemplo 3**: Proporção amostral $\hat{p}$. $EP(\hat{p})$?

Definição (**Erro padrão estimado**): $ep(T) = \widehat{EP}(T) = \sqrt{\widehat{Var}(T)}$.

- **...cont. Exemplo 1**: Média amostral $\overline{X}$. Calcular $ep(\overline{X})$.

- **...cont. Exemplo 3**: Proporção amostral $\hat{p}$. $ep(\hat{p})$?

## $IC$ para uma média populacional $\mu$ (supondo $\sigma^2$ conhecido ou $n > 30$)

Iniciaremos com o IC para uma média populacional $\mu$;

- Resultado importante na construção de $IC$ para uma média populacional:
  - No **Exemplo 1**, supondo $\sigma^2$ conhecido (ou $n > 30$), então
  $$\overline{X} \sim Normal(\mu, \sigma^2/n)$$
  se $X \sim Normal(\mu, \sigma^2)$. Também
  $$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim Normal(0, 1).$$
- Como usar a distribuição de $Z$ para construir um IC para $\mu$?
- Quais as suposições necessárias?
- Como interpretar os resultados?

---

**Ler slides das aulas 5 e 6.**

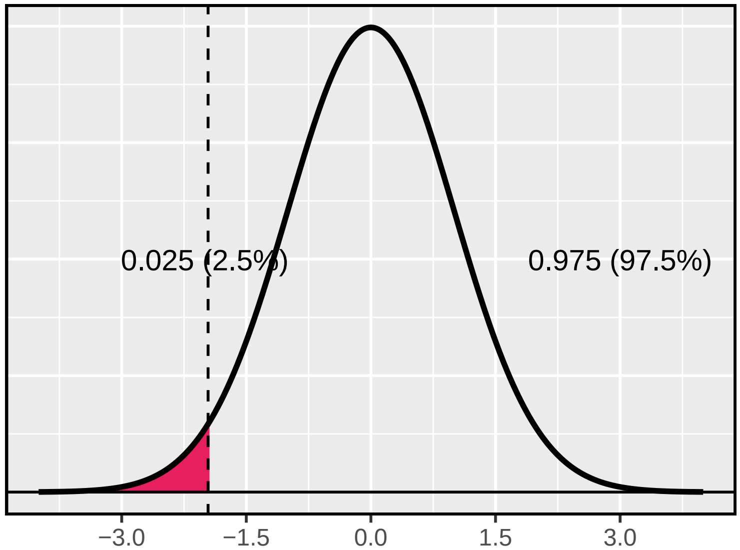
**Iniciar exercícios da lista 1-3.**

---

**Quantis da distribuição Normal**

Queremos calcular $P(Y < y) = 0,025$: o valor que "deixa área acumulada (à esquerda)" igual a 0,025:

- Como encontrar valores da distribuição normal padrão?
  - Usar **tabelas**(???)
  - Nas **planilhas eletrônicas**, do *Google* por exemplo, digitar `=INV.NORMP(0,025)` e o valor retornado será `-1,9599639861202`. Na versão inglês da planilha *OpenOffice Calc* a função é `=NORMSINV(0,025)`.
  - No software *R* usando a função `qnorm(0.025)` corresponde na figura abaixo a $y = -1.959964$


0.025 (2.5%)
0.975 (97.5%)
−3.0
−1.5
0.0
1.5
3.0