UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

MAT02215 - Estatística Geral 2 - 2024/2

Plano Aula 11 e 12

Markus Stein

Testes de Hipóteses (Bussab e Morettin - capítulo 12)

- Podemos utilizar **intervalos de confiança** para **tomar decisões**? Sim.
  - Decisões acerca de valores possíveis para parâmetros: médias, variâncias e proporções, ...
- O **Teste de hipóteses** é uma "máquina" de decisões, um mecanismo para se construir hipóteses e decidir sobre afirmações sobre possíveis valores para um parâmetro (usando uma regra probabilística e dados amostrais).
- **Exemplo**: Devo manter ou não uma operação financeira com base no retorno médio dos útlimos meses?
  - Qual o estimador pontual "natural" para o problema? E como construir um IC?
  - Como criar uma regra para tomar essa decisão?

Hipóteses estatísticas

- São **afirmações acerca de parâmetros**.
  - Exemplo: o salário médio, μ, na empresa A é superior a 2 salários mínimos (s.m.), ou seja, em termos do parêmetro, $\mu \leq 2s.m.$ ou $\mu > 2s.m.$.
- Hipótese **nula** (H_0) *versus* hipótese **alternativa** (H_1 ou H_A).
  - Hipoteses são subconjuntos dos possíveis valores para um parâmetro de interesse θ.
  - Devem ser complementares. *($H_0 : \theta \leq \theta_0$ contra $H_1 : \theta > \theta_0$, ou $H_0 : \theta \geq \theta_0$ contra $H_1 : \theta < \theta_0$ ou $H_0 : \theta = \theta_0$ contra $H_1 : \theta \neq \theta_0$).*
- Teste **unilateral** (quando $H_1 : \theta < \theta_0$ ou $H_1 : \theta > \theta_0$) *versus* **bilateral** ($H_1 : \theta \neq \theta_0$).
  - **Como definir hipóteses para cada problema?**

1. A igualdade '=' vai sempre em H_0.
2. A hipótese de pesquisa irá sempre em H_1.

Erros de decisão e procedimento do Teste (Bussab e Morettin - seção 12.3)

- **Erro tipo I**: rejeitar H_0 quando H_0 for verdadeira.
  - Exemplo: seria afirmar que o salário na empresa A é maior do que $2s.m.$ com base na amostra, quando na realidade o salário médio é menor. *(nesse caso tivemos o "azar" de ter coletado uma amostra extrema mesmo H_0 sendo verdade)* **É o erro que priorizamos**.
- **Erro tipo II**: "aceitar" H_0 quando H_0 for falsa.

Probabilidade de Erro

- $\alpha = P(Erro\,I) = P(\text{“}rejeitar\ H_0\text{”}|\text{“}H_0\ verdadeiro\text{”})$, também denominado **nível de significância**;
- $\beta = P(Erro\,II) = P(\text{“}não\,rejeitar\ H_0\text{”}|\text{“}H_0\ falsa\text{”})$, também denominado **poder do teste**.
  - Na prática fixamos α e geralmente β é ignorado. *(Precisamos saber calcular β)* Assim

1. se não rejeitamos H_0, ou acertamos, ou erramos com probabilidade β *(geralmente desconhecida)*.
2. se rejeitamos H_0, afirmamos H_1, então acertamos ou erramos com probabilidade α *(geralmente escolhemos um valor muito pequeno)*.

Região crítica (Região de rejeição)

É o conjunto de valores para a estatística de teste em que rejeitaremos a hipótese nula.

- Por exemplo, $RC = \left\{\overline{X} > \overline{x}_{crítico}\right\}$ se $H_0 : \mu \leq 2 s.m.$.
- Depende das hipóteses e “vai na mesma direção” da hipótese alternativa.

Passo a passo para a construção de um Teste de hipóteses (Bussab e Morettin - seção 12.4)

1. **Definir hipóteses** acerca do parâmetro de interesse. *($H_0 : \theta = \theta_0,\ H_0 : \theta \geq \theta_0,\ ou\ H_0 : \theta \leq \theta_0$)*
2. Escolher qual a **estatística de teste** adequada. *(z_{calc}, t_{calc}, ...)*
3. Fixar α e construir a **região crítica**.
4. **Calcular a estatística de teste** usando os valores da amostra observada.
5. Tomar **decisão e conclusão** sobre o problema.

Testes para a média de uma população (com variância conhecida) (Bussab e Moretttin - seção 12.5)

Sob H_0, supomos que $X_1, \ldots, X_n$ são uma amostra aleatória de $X \sim Normal(\mu_0, \sigma^2)$\$ então

$$Z_{calc} = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} \sim Normal(0,1)$$

- Como construir a região crítica RC? *(Depende das hipóteses, $H_1 : \mu < \mu_0$, $H_1 : \mu > \mu_0$ ou $H_1 : \mu \neq \mu_0$)*
- Para quais valores de Z_{calc} rejeitamos H_0? *(Respectivamente $RC = \{z_{calc} < -z_{tab}\}$, ou $RC = \{z_{calc} > z_{tab}\}$ ou $RC = \{|z_{calc}| > z_{tab}\}$)*
- Como encontrar z_{tab} para α fixado?

Testes para a média de uma população, com variância desconhecida

Sob H_0, supomos que $X_1, \ldots, X_n$ são uma amostra aleatória de $X \sim Normal(\mu_0, \sigma^2)$ com σ^2 desconhecida, então

$$T_{calc} = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sqrt{\frac{S^2}{n}}} \sim t(n-1)$$

Ler slides das aulas 11 e 12

Fazer exercícios lista 2-1