



## Plano Aula 27 e 28

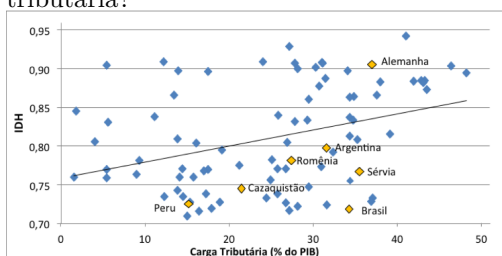
Markus Stein

### Análise de Regressão

Agora, nosso interesse será em estimar uma relação **linear** entre **duas variáveis numéricas** de interesse.

#### Regressão Linear Simples (Bussab e Morettin - capítulo 16)

- **Exemplo 1:** O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) em países pode estar associado à carga tributária?



Artigo de 2012: <https://carodinho.blogfolha.uol.com.br/2012/12/14/pagamento-de-impostos-no-brasil-e-um-investimento-sem-retorno/>

- **Exemplo 2:** O valor do auxílio estudantil oferecido por uma universidade pode estar relacionado com a renda familiar dos estudantes?

#### Estimação dos parâmetros (Bussab e Morettin - seção 16.2)

*Relembrando sobre esperança condicional em probabilidade...*

##### Modelo populacional

sejam  $X$  e  $Y$  duas v.a. queremos estimar a esperança condicional de  $Y$  em função de (dado que)  $X = x$ ,

$$E(Y|X = x) = \alpha + \beta \cdot x,$$

ou seja, os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ .

- Para uma amostra de tamanho  $n$  podemos escrever que cada observação  $(x_i, y_i)$ , para  $i = 1, \dots, n$ , segue o modelo

$$y_i = \alpha + \beta \cdot x_i + e_i$$

- chamamos  $e_i$  de erro amostral e assumimos que

##### Método dos Mínimos Quadrados (Ordinários)

Para estimar  $\alpha$  e  $\beta$  podemos pensar em minimizar os erros  $e_i$ , ou

$$SQ(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (\alpha + \beta \cdot x_i)]^2$$



- Derivando  $SQ(\alpha, \beta)$  em relação a  $\alpha$  e  $\beta$ , igualando a zero e resolvendo o sistema de equações temos
  - $\hat{\alpha} = ???$
  - $\hat{\beta} = ???$
- Reta estimada (modelo ajustado):  $\hat{y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \cdot x_i$ 
  - Interpretação de  $\hat{\alpha}$  e  $\hat{\beta}$ ;
  - **Predição**, para um dado valor  $X = x$ , quanto esperamos observar o valor de  $Y$ ?

**Coefficiente de determinação  $R^2$**

**Intervalos de Confiança e Testes de hipóteses**

Para  $\alpha$  e  $\beta$

Para  $E(Y|x)$  , **predição**

- suposições???

**Correlação espúria**

**Causalidade e correlação**

## REFERÊNCIA EXTRA

Página ‘Probabilidade e Estatística (EaD)’ da UFRGS

- Capítulo 7 - Introdução à Regressão Linear

---

**Ler slides das aulas 27 e 28**

**Continuar exercícios da lista 3-3**

---