

Plano Aula 15 e 16

Inferência Estatística

Essa semana veremos resultados e extensões de Probabilidade que terão aplicação nas próximas semanas.

- Estatística descritiva \times inferência estatística;
 - população e amostra: parâmetros $(\mu, \sigma^2, \pi, \dots) \times$ estatísticas (\bar{x}, s^2, p, \dots) .

Definição **Estatística**: é qualquer valor obtido em função da amostra. Exemplo, \bar{x}, s^2, p, \dots

Distribuição amostral (Bussab e Morettin - Seção 10.7)

“Toda função de variáveis aleatórias (v.a.s) é uma v.a.”

Definição **Distribuição Amostral**: é a distribuição de probabilidade de uma estatística.

- **Exemplo 1**: Seja X a v.a. que denota o número de livros que a população de monitores do curso ‘Probabilidade e Estatística’ lêem por semestre. Suponha que no último semestre foram lidos 5, 7, 4. Se não soubéssemos essa informação e decidíssemos observar uma amostra de tamanho $n = 2$ para saber a média de livros lidos \bar{X} .
 - Quais as possíveis amostras? Cada amostra pode gerar um \bar{x} diferente;
 - Os valores de média calculados com cada amostra formam a distribuição amostral de \bar{X} .

Lembrando: Amostra aleatória simples (a.a.s.) = v.a. independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.)

Definição **A.A.S**: Seja X_1, X_2, \dots, X_n uma a.a.s. de tamanho n de $X \sim f(x; \theta)$, então $X_1 \sim f(x; \theta), \dots, X_n \sim f(x; \theta)$ e X_i e X_j são independentes para todo $i \neq j$.

- **Exemplo 2**: Seja X a duração de vida de um tipo de lâmpada, tal que $X \sim Normal(\mu, \sigma^2)$. Também assumamos que X_1, X_2, \dots, X_n são uma a.a. de tamanho n de X e $E(X) = \mu$.
 - Média amostral $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ é aleatória.
 - Depois de observada a amostra $(X_1, \dots, X_n) = (x_1, \dots, x_n)$ escrevemos a estatística $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$.

Definição **Erro padrão**: é o desvio padrão de uma estatística. Exemplo, erro padrão da *média amostral* é $\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{Var(\bar{X})}$.

- **Exemplo 3**: ... Proporção amostral $\hat{p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, para $X_i \in \{0, 1\}$

Teorema central do limite (Bussab e Morettin - Seção 10.8)

“Garante que uma média amostral se aproxima do seu valor esperado à medida que o tamanho da amostra aumenta (dadas algumas condições...)”

- Teorema 10.2 e Corolário 10.1
- Aplicativo que ilustra o TCL - https://brunamdalmoro.shinyapps.io/TCL_medias/

Ler slides e ver vídeos da semana 8.

Fazer lista de exercícios 2-3.

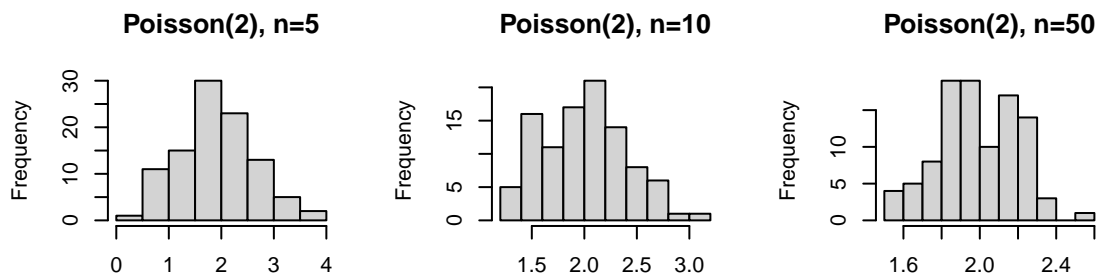
Fazer o Quiz da semana 8 - VALE NOTA!!!

Ilustração do TCL no R

No R é possível gerar amostras, calcular a média de cada amostra e plotar o histograma:
(usamos *replicate* para gerar 100 amostras de tamanho $n=25, 50$ e 100)

- a.a. de $X \sim \text{Poisson}(2)$

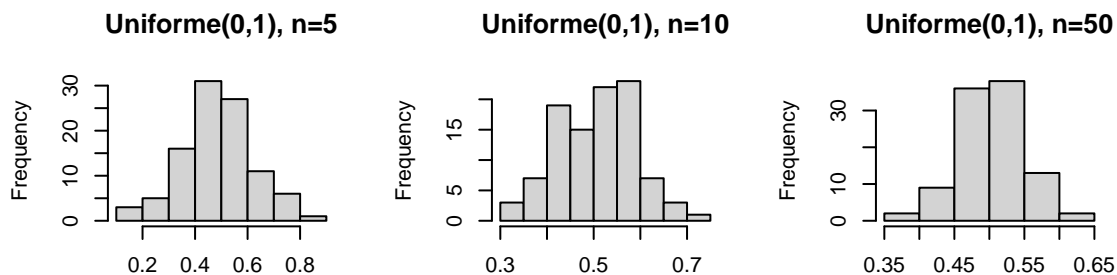
```
par(mfrow=c(1,3))
hist( colMeans( replicate( n = 100, rpois( n = 5, lambda = 2))) , main="Poisson(2), n=5")
hist( colMeans( replicate( n = 100, rpois( n = 10, lambda = 2))) , main="Poisson(2), n=10")
hist( colMeans( replicate( n = 100, rpois( n = 50, lambda = 2))) , main="Poisson(2), n=50")
```



`means(replicate(n = 100, rpois(n = 5, lam`
`means(replicate(n = 100, rpois(n = 10, lam`
`means(replicate(n = 100, rpois(n = 50, lam`

- $X \sim \text{Uniforme}(0, 1)$

```
par(mfrow=c(1,3))
hist( colMeans( replicate( n = 100, runif( n = 5, min = 0, max = 1))) , main="Uniforme(0,1), n=5")
hist( colMeans( replicate( n = 100, runif( n = 10, min = 0, max = 1))) , main="Uniforme(0,1), n=10")
hist( colMeans( replicate( n = 100, runif( n = 50, min = 0, max = 1))) , main="Uniforme(0,1), n=50")
```



```
ans(replicate(n = 100, runif(n = 5, min = 0, max = 1)) , main="Uniforme(0,1), n=5")
ans(replicate(n = 100, runif(n = 10, min = 0, max = 1)) , main="Uniforme(0,1), n=10")
ans(replicate(n = 100, runif(n = 50, min = 0, max = 1)) , main="Uniforme(0,1), n=50")
```