

## Plano Aula 15 e 16

### Inferência Estatística

Essa semana veremos resultados e extensões de Probabilidade que terão aplicação nas próximas semanas.

- Estatística descritiva  $\times$  inferência estatística;
  - população e amostra: parâmetros  $(\mu, \sigma^2, \pi, \dots)$   $\times$  estatísticas  $(\bar{x}, s^2, p, \dots)$ .

Definição **Estatística**: é qualquer valor obtido em função da amostra. Exemplo,  $\bar{x}, s^2, p, \dots$

### Distribuição amostral (Bussab e Morettin - Seção 10.7)

*“Toda função de variáveis aleatórias (v.a.s) é uma v.a.”*

Definição **Distribuição Amostral**: é a distribuição de probabilidade de uma estatística.

- **Exemplo 1:** Seja  $X$  a v.a. que denota o número de livros que a população de monitores do curso ‘Probabilidade e Estatística’ lêem por semestre. Suponha que no último semestre foram lidos 5, 7, 4. Se não soubéssemos essa informação e decidíssemos observar uma amostra de tamanho  $n = 2$  para saber a média de livros lidos  $\bar{X}$ .
  - Quais as possíveis amostras? Cada amostra pode gerar um  $\bar{x}$  diferente;
  - Os valores de média calculados com cada amostra formam a distribuição amostral de  $\bar{X}$ .

**Lembrando: Amostra aleatória simples (a.a.s.) = v.a. independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.)**

Definição **A.A.S:** Seja  $X_1, X_2, \dots, X_n$  uma a.a.s. de tamanho  $n$  de  $X \sim f(x; \theta)$ , então  $X_1 \sim f(x; \theta), \dots, X_n \sim f(x; \theta)$  e  $X_i$  e  $X_j$  são independentes para todo  $i \neq j$ .

- **Exemplo 2:** Seja  $X$  a duração de vida de um tipo de lâmpada, tal que  $X \sim Normal(\mu, \sigma^2)$ . Também assumamos que  $X_1, X_2, \dots, X_n$  são uma a.a. de tamanho  $n$  de  $X$  e  $E(X) = \mu$ .
  - Média amostral  $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$  é aleatória.
  - Depois de observada a amostra  $(X_1, \dots, X_n) = (x_1, \dots, x_n)$  escrevemos a estatística  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ .

Definição **Erro padrão**: é o desvio padrão de uma estatística. Exemplo, erro padrão da *média amostral* é  $\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{Var(\bar{X})}$ .

- **Exemplo 3:** ... Proporção amostral  $\hat{p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ , para  $X_i \in \{0, 1\}$ . ...

### Teorema central do limite (Bussab e Morettin - Seção 10.8)

*“Garante que uma média amostral se aproxima do seu valor esperado à medida que o tamanho da amostra aumenta (dadas algumas condições...)”*

- **Teorema 10.2 e Corolário 10.1**
- Aplicativo que ilustra o TCL - [https://brunamdalmoro.shinyapps.io/TCL\\_medias/](https://brunamdalmoro.shinyapps.io/TCL_medias/)

Ler slides e ver vídeos da semana 8.

Fazer lista de exercícios 2-3.

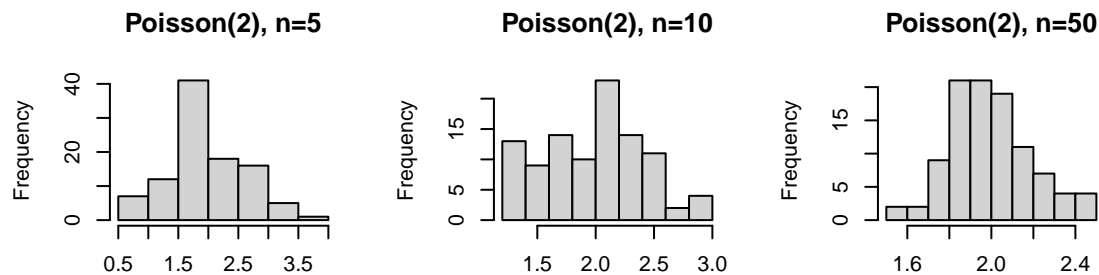
Fazer o Quiz da semana 8 - VALE NOTA!!!

### Ilustração do TCL no R

No R é possível gerar amostras, calcular a média de cada amostra e plotar o histograma:  
(usamos *replicate* para gerar 100 amostras de tamanho  $n = 25, 50$  e  $100$ )

- a.a. de  $X \sim \text{Poisson}(2)$

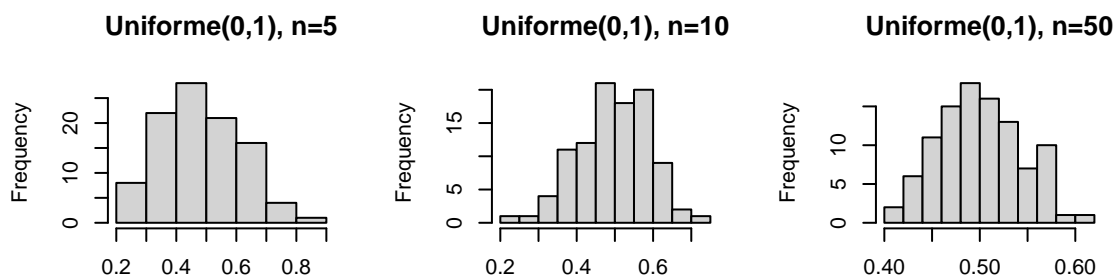
```
par(mfrow=c(1,3))
hist( colMeans( replicate( n = 100, rpois( n = 5, lambda = 2))) , main="Poisson(2), n=5")
hist( colMeans( replicate( n = 100, rpois( n = 10, lambda = 2))) , main="Poisson(2), n=10")
hist( colMeans( replicate( n = 100, rpois( n = 50, lambda = 2))) , main="Poisson(2), n=50")
```



`means(replicate(n = 100, rpois(n = 5, lam`  
`means(replicate(n = 100, rpois(n = 10, lam`  
`means(replicate(n = 100, rpois(n = 50, lam`

- $X \sim \text{Uniforme}(0, 1)$

```
par(mfrow=c(1,3))
hist( colMeans( replicate( n = 100, runif( n = 5, min = 0, max = 1))) , main="Uniforme(0,1), n=5")
hist( colMeans( replicate( n = 100, runif( n = 10, min = 0, max = 1))) , main="Uniforme(0,1), n=10")
hist( colMeans( replicate( n = 100, runif( n = 50, min = 0, max = 1))) , main="Uniforme(0,1), n=50")
```



```
ans(replicate(n = 100, runif(n = 5, min = 0, max = 1)), min = 0, max = 1)
ans(replicate(n = 100, runif(n = 10, min = 0, max = 1)), min = 0, max = 1)
ans(replicate(n = 100, runif(n = 50, min = 0, max = 1)), min = 0, max = 1)
```