Plano Aula 07 e 08

Introdução à Probabilidade (capítulo 5, Livro Bussab e Morettin)

- Estatística Descritiva ⇒ **Teoria da Probabilidade** ⇒ Inferência Estatística.
- Modelos Determinísticos *versus* Modelos Probabilíticos

Exemplo 1: Qual a distância percorrida de um objeto sabendo sua velocidade e o tempo de deslocamento?
Exemplo 2: Como calcular a quantidade de chuva que cairá em uma certa região num determinado período?
Exemplo 3: Qual a face que ficará para cima após o lançamento de um dado *honesto*?

Experimento aleatório (E)

- Modelo Probabilístico, definir:
  - os possíveis resultados de exeprimento;
  - todas as combinações de possíveis resultados;
  - como atribuir probabilidades aos resultados e combinações.

(... cont.) Exemplo 3: E: observar a face que ficará para cima após o lançamento de um dado.

Espaço Amostral (S ou Ω)

Conjunto de possíveis resultados do experimento.

- Eventos (A, B, ...)
  - Ponto Amostral (ω)

(... cont.) Exemplo 3: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Exemplo de evento, A: observar face par. Então $A = \{2, 4, 6\}$

Álgebra de Eventos ($\cup$, $\cap$, A^c ou $\overline{A}$, ...) (slides 1-6, página 13)

- Operações entre conjuntos (RELEMBRAR!!!): `eventos = conjuntos`;
  - Contagens: permutação, arranjo e combinatória;
- Eventos especiais: $\emptyset$; $\Omega \in \Omega$, ... ;
- Eventos mutuamente exclusivos (excludentes): $A \cap B = \emptyset$.

(Medida de) Probabilidade (slides 1-6, página 23)

- Definições/conceitos de Probabilidade: clássico (*a priori*), frequentista (*a posteriori*) e subjetiva.

Axiomas de Kolmogorov: seja A um evento definido no espaço amostral Ω associado ao experimento E, então a medida (número real) $P(A)$ é denominada a probabilidade de ocorrência do evento A se

1. $0 \leq P(A) \leq 1$,
2. $P(\Omega) = 1$,
3. Se $A \cap B = \emptyset$, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

- Teoremas/Propriedades (seção 5.2, Livro Bussab e Morettin)

Probabilidade Condicional e Independência (seção 5.3, Livro Bussab e Morettin)

- Eventos condicionados: probabilidade de ocorrer A dado que B ocorreu, $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$;
  - eventos independentes $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, então $P(A|B) = P(A)$.

Teorema da Probailidade Total e Teorema de Bayes (seção 5.4, Livro Bussab e Morettin)

- Partição do espaço amostral: seja $B_1, B_2, B_3, \ldots, B_k$ (para $k \in \mathbb{N}$) uma partição do espaço amostral Ω, então
  - $B_i \cap B_j = \emptyset$, para todo $i \neq j$;
  - $\Omega = B_1 \cup B_2 \cup \ldots \cup B_k$.

Teorema da Probabilidade Total (soma das probabilidades):

"Sabendo a probabilidade de ocorrência de cada partição B_i e a probabilidade de ocorrência de um evento A em cada partição, então podemos calcular a probabilidade de ocorrência de A."

Teorema: Seja A um evento definido no espaço amostral Ω associado ao experimento E e $B_1, B_2, \ldots, B_k$ uma partição de Ω, então

$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + \ldots + P(A \cap B_k) = P(B_1) \times P(A|B_1) + P(B_2) \times P(A|B_2) + \ldots + P(B_k) \times P(A|B_k).$$

Ou

$$P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(A \cap B_i) = \sum_{i=1}^{k} P(B_i) \times P(A|B_i).$$

Teorema de Bayes

"Também é possível calcular a probabilidade de ocorrência de uma partição B_i dado que um evento A ocorreu."

Teorema: Seja A um evento definido no espaço amostral Ω associado ao experimento E e $B_1, B_2, B_3, \ldots, B_k$ uma partição de Ω, então

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B_i) \times P(A|B_i)}{\sum_{i=1}^{k} P(B_i) \times P(A|B_i)}.$$

- Probabilidade subjetiva (seção 5.5, Livro Bussab e Morettin)
- Thomas Bayes $\Rightarrow$ Inferência Bayesiana (diferente da visão clássica de inferência, não cobrimos no curso);
- Conhecimento *a priori versus a posteriori*.

Ler slides e ver vídeos da semana 4.

Fazer lista de exercícios 1-6 e 1-7.

Fazer o Quiz da semana 4 - VALE NOTA!!!
