UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

MAT02023 - INFERÊNCIA B - 2019/2

Plano Aula 9

Markus Stein

09 September 2019

(...continuação) Hipótese (nula) simples contra alternativa simples

Testes mais poderosos (MP)
"Fixada a probabilidade do erro tipo I, procuramos a região crítica A_1^* com menor probabilidade do erro do tipo II."

- **Exemplo 1**: Seja $\boldsymbol{X} = (X_1, \ldots, X_n)$ uma a.a. de $X \sim Normal(\mu, 1)$. Considere ainda $H_0 : \mu = 0$ contra $H_1 : \mu = 1$. Considere o teste com região crítica $A_1 = \{\boldsymbol{x}; \overline{x} \geq c\}$. Encontre c tal que $\alpha = 0.05$. Encontre β e o poder do teste.

- Queremos um teste com região de rejeição que minimize $a\alpha(A_1^*) + b\beta(A_1^*)$.

Lema (**"melhor região crítica"**): (Bolfarine e Sandoval, lema 6.3.1) Considere o teste com região crítica dada por

$$A_1^* = \left\{\boldsymbol{x}; \frac{f(\boldsymbol{x};\theta_1)}{f(\boldsymbol{x};\theta_0)} > \frac{a}{b}\right\},$$

para a e b constantes especificadas e $b > 0$. Então, $a\alpha^* + b\beta^* \leq a\alpha + b\beta$. Provar no caso discreto!!!

Lema de Neyman-Pearson

Lema de **Neyman-Pearson**("teste MP para H_0 simples contra H_1 simples""): Considere o teste com região crítica dada por

$$A_1^* = \left\{\boldsymbol{x}; \frac{L_1(\boldsymbol{x})}{L_0(\boldsymbol{x})} > k\right\},$$

para $K \geq 0$ e nível α^*. Então, $\beta^* \leq \beta$ para qualquer outro teste A_1 com poder β e $\alpha \leq \alpha^*$.
Provar(?)
1. mostrar $k\alpha + \beta \leq k\alpha + \beta$ usando o lema anterior.
2. como $\alpha^* \leq \alpha$ então $\beta^* \leq \beta$.

- "o teste MP para testar $H_0 : \theta = \theta_0$ contra $H_1 : \theta = \theta_1$ rejeita H_0 quando a evidência em favor de H_1 (expressa por $L_1(\boldsymbol{x})$) for maior que a evidência em favor de H_0.
- Também conhecido como *teste da razão de verossimilhanças.*

- **continuação Exemplo 1**: Utilizando o lema de Neyman-Pearson encontre o teste MP com $\alpha = 0,05$ e $n = 9$.

Tarefa: Fazer lista 2 para entregar.

Leitura: Ler Seção "The simple test of significance" Capítulo 3 do livro "Statistical Methods and Scientific Inference" do Fisher.
