UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

MAT02023 - INFERÊNCIA A - 2019/1

Plano Aula 23

Markus Stein

28 May 2019

. . . relembrando aula passada. . . Estatística Suficiente e Mínima

Exemplo 1: Seja $X_1, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória de $X \sim Bernoulli(\theta)$, $0 < \theta < 1$. Como mostrar que a estatística suficiente $T(\boldsymbol{X}) = \sum_{i=1}^{n} X_i$ é também minimal?

Exemplo 2: Seja $X_1, \ldots, X_n$ uma amostra aletória de X, em que $X \sim Uniforme(\theta, \theta + 1)$ e $0 < \theta < \infty$. Avalie se a estatística suficiente $\boldsymbol{T} = (X_{(1)}, X_{(n)})$ é minimal.

- Obs. 1: Toda **função 1 a 1 (injetora) de uma estatística suficiente minimal** é uma estatística suficiente minimal. (Como mostrar?)

Estatística suficiente minimal e completa

Assegura que as distribuições da estatística para diferentes valores dos parâmetros serão diferentes.

- Definição de **estaística completa**: (Casella e Berger, definição 6.2.21)

Exemplos: Seja $X_1, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória de:
a. $X \sim Bernoulli(\theta)$, $0 < \theta < 1$. Verifique se $T(\boldsymbol{X}) = \sum_{i=1}^{n} X_i$ é estatística completa.
b. $X \sim Uniforme(0, \theta)$. Verifique se $T(\boldsymbol{X}) = X_{(n)}$ é uma estatística completa.

*Obs. 2: Em geral, demonstrar que uma estatística é completa utilizando a definição envolve a utilização de artifícios.

Tarefa 1: Fazer a lista de exercícios 5 para entregar.

Tarefa 2: Ler os "slides aula 14"" para a próxima aula.

Exercício Extra: (PROCESSO DE POISSON)
Suponha que as chegadas de n consumidores em um serviço sejam contadas seguindo um Processo de Poisson com parâmetro de chegada θ. Seja X_i o tempo de espera até a chegada do i-ésimo consumidor. Responda:
a. Qual a distribuição do tempo de espera X_i?
b. Escreva de maneira formal a f.d.p da v.a X_i.
c. Escreva a f.d.p da v.a X_i usando a função indicadora I, que vale 1 quando $X_i > 0$ e 0 em caso contrário (contradomínio de X_i.
d. Qual a função densidade conjunta da a.a. $\boldsymbol{X} = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$ da população $X \sim Exponencial(\theta)$?
e. Verifique se a estatística $T = \sum_{i=1}^{n} X_i$ é suficiente para θ, usando o Teorema de Neyman-Fisher. Essa estatística também é minimal?