

Plano Aula 14

Markus Stein

30 September 2019

(...continuação) Teste da Razão de Verossimilhanças (Generalizada) - TRV

Teorema (**TRV e suficiência**): Seja $T(\mathbf{X})$ uma *estatística suficiente* para θ e $\lambda^*(t)$ e $\lambda(\mathbf{x})$ são estatísticas estatísticas do TRV baseados em T e \mathbf{X} , respectivamente, então $\lambda^*(T(\mathbf{x})) = \lambda(\mathbf{x})$ para todo $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$.
Provar!!! Use o teorema da fatoração.

- **Exemplo 1:** Seja $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$ uma a.a. de $X \sim \text{Normal}(\mu, \sigma^2)$, σ^2 conhecido. Considere ainda $H_0 : \mu \leq \mu_0$ contra $H_1 : \mu > \mu_0$. Use o TRV para encontrar o teste UMP de tamanho α .
- **continuação Exemplo 1:** Encontre o teste UMP testar $H_0 : \mu = \mu_0$ contra $H_1 : \mu \neq \mu_0$. Qual o espaço paramétrico? Encontre um teste UMP de nível α .
- **Exemplo 2:** Encontre o teste UMP testar $H_0 : \mu \leq \mu_0$ contra $H_0 : \mu > \mu_0$, em que μ e σ^2 desconhecidos. Qual o espaço paramétrico? Encontre um teste UMP de nível α .
 - parâmetros de incômodo.

Testes não viesados

“Nas situações em que testes UMP não existem, como ainda sim podemos avaliar testes?”

Definição (**Testes não viesados**): um teste com função poder $\pi(\theta)$ é não viesado (viciado) se $\pi(\theta') \geq \pi(\theta'')$ para todo $\theta' \in \Theta_1$ e $\theta'' \in \Theta_0$

- **continuação Exemplo 1:** Vimos que o teste UMP testar $H_0 : \mu = 0$ contra $H_1 : \mu \neq 0$ não existe. Encontre um teste não viesado nesse caso.

Razão de verossimilhanças monótona (RVM)

Definição (**Razão de verossimilhanças monótona**): A família uniparamétrica $\{g(t|\theta) : \theta \in \Theta\}$ (de p.d.fs ou p.m.fs) para uma variável aleatória T possui *razão de verossimilhanças monótona (RVM)* se para todo $\theta_2 > \theta_1$, $g(t|\theta_2) > g(t|\theta_1)$ é uma função monótona (não crescente ou não decrescente) de t .

- Família exponencial;

Teorema (**Karlin-Rubin**): Estatística suficiente + RVM = “testes UMP”.

- **TRV + família exponencial uniparamétrica (regular) = testes UMP!**

Tarefa: Fazer a lista 3 para entregar.

Leitura: Ler seções 8.3.1, 8.3.2 e 8.3.4 do livro Casella e Berger.

Atividade (possivelmente valendo ponto extra para prova 1): Com os modelos $Binomial(10, \pi)$, $Poisson(\lambda)$, $Exponencial(\alpha)$, $Normal(\mu, 2)$ e $Uniforme(0, \theta)$:

1. encontre um exemplo prático e formule um teste UMP adequado (hipótese de nulidade *versus* hipótese de pesquisa, nível do teste, tamanho do teste, amostra e valor p);
2. Fale sobre as consequências da decisão (conclusão do problema);
3. Calcule e interprete um intervalo de confiança (IC) para o parâmetro de interesse;
4. Plote a função poder $\pi(\theta)$;
5. Mostre o significado da frase “a função poder tem o mesmo papel do EQM, no contexto de estimação, pois são usadas para avaliar e comparar dois testes”;
6. Fale sobre o efeito na função poder quando mudamos α ou se aumentamos n .

http://www.ams.sunysb.edu/~zhu/ams571/Lecture8_571.pdf