

Lista 4

Prof^a. Márcia Barbian
Disciplina: Inferência B

1. Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da variável $X \sim \text{Geométrica}(\theta)$.
 - a) Encontre o TRV para as hipóteses $H_0 : \theta = \theta_0$ contra $H_1 : \theta \neq \theta_0$.
 - b) Encontre o teste uniformemente mais poderoso (UMP) para testar $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1$, em que $\theta_0 < \theta_1$ são especificados pelo pesquisador.
 - c) Encontre o teste UMP para $H_0 : \theta = 0.3$ versus $H_1 : \theta = 0.5$.
 - d) Dado o teste UMP calculado na letra (c), considere que $n = 5$ e $\alpha = 0.04$, qual o critério de rejeição? Qual o erro tipo II? Se a amostra observada fosse $x = \{4, 5, 3, 2, 5\}$ qual a sua decisão?
 - e) Gere artificialmente, no software R, uma amostra de $n = 100$ de uma distribuição geométrica com parâmetro $\theta = 0.5$. Dado o teste UMP calculado na letra (b) e $\alpha = 0.04$, qual o critério de rejeição? Qual o erro tipo II? Compare com o resultado encontrado na letra (d).
2. Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória de tamanho n da distribuição $N(\mu, 1)$.
 - a) Encontre o teste UMP para as hipóteses $H_0 : \mu = 0$ contra $H_1 : \mu = 1$.
 - b) Suponha que $n = 9$ e $\alpha = 0,05$. Qual é a região crítica do teste obtido em (a).
 - c) Faça o gráfico da função poder da letra (b).
3. Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da variável X com a seguinte função densidade:
$$f(x/\theta) = \theta x^{\theta-1} I_{(0,1)}, \text{ em que } \theta > 0.$$
 - a) O teste mais poderoso para $H_0 : \theta = 1$ versus $H_1 : \theta = 2$ rejeitará H_0 se $[\sum_{i=1}^n -\log(x_i) \leq a]$ onde a é uma constante. Mostre este resultado.
 - b) Sendo $n = 2$ e $\alpha = [1 - \log(2)]/2$ qual seria a região crítica? Dica: se $X \sim \text{Beta}(\theta, 1)$ então $-\log(X) \sim \text{Exp}(\theta)$.
4. Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória obtida da distribuição $\text{Poisson}(\theta)$. Encontre o teste UMP para as hipóteses $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta = \theta_1$, considere que $\theta_0 < \theta_1$
5. Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória obtida da distribuição $N(0, \sigma^2)$.
 - a) Encontre o teste UMP para $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ versus $H_1 : \sigma^2 = \sigma_1^2$. Considere que $\sigma_0^2 < \sigma_1^2$.
 - b) Sendo $\sigma_0^2 = 1$, $\sigma_1^2 = 2$, $n = 2$ e $\alpha = 0.05$, qual seria a região crítica?
 - c) Gere artificialmente, no software R, uma amostra de $n = 10$ da distribuição normal com parâmetros $(\mu = 0, \sigma^2 = 2)$. Dado o teste UMP calculado na letra (a), as hipóteses $\sigma_0^2 = 1$, $\sigma_1^2 = 2$ e $\alpha = 0.04$, qual o critério de rejeição? Qual o erro tipo II? Qual a sua decisão dado essa amostra?
 - d) Refaça o item anterior, mas utilize uma amostra de tamanho $n = 100$. Compare com o resultado encontrado na letra (c).
6. O que é p-valor?
7. O que é nível descritivo amostral?
8. O que é nível de significância?