MAT02026 - Inferência B

Gabarito Lista 4 - TRV assintótico, IC como testes, valor p e RVM

Exercício 1 a) Resolvido no gabarito da prova 1.

b) Resolvido no gabarito da prova 1.

c) Resolvido no gabarito da prova 1. Comentar sobre confiança $\times$ credibilidade.

d) Falar das suposições de modelo e amostragem.

e) Em breve...

f) Em breve...

Exercício 2 a)

b)

c)

Exercício 3 a) Uma vez que $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ é o desvio padrão estimado (ou erro padrão?) de $\overline{X}$, então a estatística é uma estatística do tipo Wald.

b) O EMV de σ^2 para um valor fixado de μ é dado por $\hat{\sigma}^2_\mu = \frac{\sum_i (x_i - \mu)^2}{n}$.

(* Obs.: Se W_n é EMV, $1/\sqrt{I_n(W_n)}$ é um erro padrão para W_n. Alternativamente, usamos $1/\sqrt{\hat{I}_n(W_n)})$ em que $\hat{I}_n(W_n)$ é a informação de Fisher observada, $\hat{I}_n(W_n) = -\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} \log L(\theta)\Big|_{\theta=W_n}$).

A informação observada de Fisher é dada por

$$-\frac{\partial^2}{\partial(\sigma^2)^2}\left(-\frac{n}{2}\log\sigma^2 - \frac{\hat{\sigma}^2_\mu}{2\sigma^2}\right)\Bigg|_{\sigma^2=\hat{\sigma}^2_\mu} = \frac{n}{2\hat{\sigma}^2_\mu}.$$

Então, usando o Método Delta, a variância de $\hat{\sigma}_\mu = \sqrt{\hat{\sigma}^2_\mu}$ é dada por $Var(\hat{\sigma}_\mu) = \frac{\hat{\sigma}^2_\mu}{8n}$, então uma estatística do tipo Wald é

$$\frac{\hat{\sigma}_\mu - \sigma_0}{\sqrt{\frac{\sigma^2_\mu}{8n}}}.$$

Exercício 4 a) Para o TRV precisamos calcular

$$\lambda(\boldsymbol{x}) = \frac{\sup_{\theta\in\Theta_0} L(\theta)}{\sup_{\theta\in\Theta} L(\theta)} = \frac{L(\hat{\theta}_0)}{L(\hat{\theta})} = \frac{\hat{\theta}_0^n e^{-\hat{\theta}_0 \sum_{i=1}^n x_i}}{\hat{\theta}^n e^{-\hat{\theta}\sum_{i=1}^n x_i}}.$$

Note que, como o H_0 é hipótese simples, o EMV restrio é dado por $\hat{\theta}_0 = 1$. Ainda, podemos verificar que o EMV restrito é $\hat{\theta} = 1/X$. Assim b)

c)

d)

Exercício 5 a)

b)

c)

d)

e)

Exercício 6

Exercício 7 1.

2.

3.