

# Plano Aula 13

*Markus Stein*

*23 April 2019*

## continuação... Como definir *prioris*?

Exemplo 1 : (Amostragem da Exponencial) Seja  $X$  uma v.a. que denota o tempo de vida de baterias de celulares (em horas),  $X \sim \text{Exponencial}(\theta)$  onde  $E(X) = 1/\theta$ . Para uma amostra de tamanho  $n$  de  $X$  e usando *priori não informativa* (e *conjugada*), responda:

- Qual devem ser os valores dos **hiperparâmetros**?
- Encontre a distribuição a posteriori para  $\theta$ .

- **Prioris hierárquicas** = hiperprioris.

## Uso sequencial do Teorema de Bayes.

Suponha  $\mathbf{X}_1$  uma a.a. de tamanho  $n$  de  $X$  e posteriormente observamos  $\mathbf{X}_2$  uma a.a. de tamanho  $m$  de  $X$ , independente de  $\mathbf{X}_1$ . Então:

- \* Antes de observar  $\mathbf{X}_1$ , qual o conhecimento sobre  $\theta$ ?  $\pi(\theta)$ .
- \* Depois de observar  $\mathbf{X}_1$  e antes de observar  $\mathbf{X}_2$  qual o conhecimento sobre  $\theta$ ?
- \*  $\pi(\theta | \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)$ ?

**“A *posteriori* de hoje é a *priori* de amanhã.”**

## Estimação $\times$ Predição

- Distribuição **preditiva a posteriori** (versus \*\* *a priori* \*\*).
  - Exemplo 2: Exercício (b) e (d) da lista 4;
  - continuação Exemplo 1: c. Encontre a distribuição preditiva *a priori* e *a posteriori* para o exemplo 1.

## Estimadores pontuais

- **Máxima verossimilhança generalizada** (Notas de Aula, Definição 2.11);
- **Estimador de Bayes** (Notas de Aula, Definição 2.12).
  - Propriedade de invariância do estimador de Bayes? (Bolfarine e Sandoval, pg. 64)

---

**Tarefa 1:** Resolver exemplo 1 acima.

**Tarefa 2:** continuar lista 4 para entregar.

---

## Exemplos e exercícios no R

Priori Gamma, quais os parâmetros indicam conhecimento não informativo?

```
x <- seq(0, 10, 0.01) # alguns possíveis valores para X
dx1 <- dgamma(x, shape=1, rate=1) # densidade Gama(alfa=1, beta=1)
dx2 <- dgamma(x, shape=1, rate=0.1)
dx3 <- dgamma(x, shape=1, rate=0.01)
par(mfrow=c(2,3))
plot(x, dx1, type="l", main="Gamma(1,1)")
plot(x, dx2, type="l", main="Gamma(1,0.1)")
plot(x, dx3, type="l", main="Gamma(1,0.01)")

# Alguma configuração de parâmetros indica conhecimento não informativo???
# Olhando melhor e fixando a escala do eixo $Y$.
plot(x, dx1, type="l", main="Gamma(1,1)", ylim=c(0,1))
plot(x, dx2, type="l", main="Gamma(1,0.1)", ylim=c(0,1))
plot(x, dx3, type="l", main="Gamma(1,0.01)", ylim=c(0,1))
```

