

# Plano Aula 24

*Markus Stein*

*30 May 2019*

... relembrando aula passada... Estatística Completa

**Exemplo 1:** Seja  $X_1, \dots, X_n$  uma amostra aleatória de  $X \sim \text{Uniforme}(0, \theta)$ . Verifique se  $T(\mathbf{X}) = X_{(n)}$  é uma estatística completa.

- *Obs. 1:* Estatística suficiente minimal (ESM) não é única. Qualquer função injetora (um a um) de uma ESM é uma ESM.
- *Obs. 2:* Em geral, demonstrar que uma estatística é completa utilizando a definição envolve a utilização de artifícios.

continuação Estatística Completa

- **Teorema (Completude na família exponencial):** (Casella e Berger, 6.2.25).

**Exemplo2:** exemplos de Família exponencial

Estatística Suficiente (e Mínima) e Completa

- **Teorema (de Lehmann-Scheffé I? ou de Bahadur?):** (Casella e Berger, 6.2.28) Se existe uma estatística suficiente para  $\theta$ , então é **minimal se for completa**.
- *Obs. 3:* (Notas de aula, Teorema 2.12) Qualquer função uma a uma de estatística suficiente, suficiente minimal ou suficiente e completa é, respectivamente, uma estatística suficiente, suficiente minimal ou suficiente e completa.

Métodos para avaliar Estimadores (Propriedades dos Estimadores)

Exemplo 3: para o exemplo 1 acima, qual o melhor estimador para  $\theta$ ,  $\bar{X}$  ou  $X_{(n)}$ ?

- Viés (EQM e funções perda), Eficiência, Consistência, Normalidade Assintótica
- 

**Tarefa 1:** Fazer a lista de exercícios 5 para entregar.

**Tarefa 2:** Ler os “slides aula 14” para a próxima aula.

---

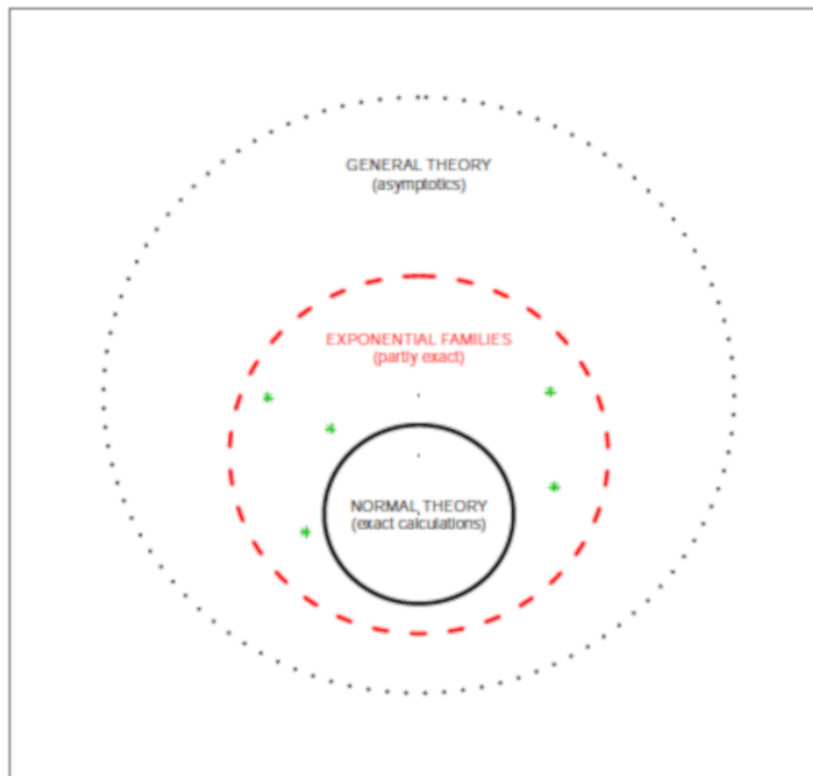
**Exercício Extra:** (PROCESSO DE POISSON)

Suponha que as chegadas de  $n$  consumidores em um serviço sejam contadas seguindo um Processo de Poisson com parâmetro de chegada  $\theta$ . Seja  $X_i$  o tempo de espera até a chegada do  $i$ -ésimo consumidor. Responda:

- Qual a distribuição do tempo de espera  $X_i$ ?
- Escreva de maneira formal a f.d.p da v.a  $X_i$ .
- Escreva a f.d.p da v.a  $X_i$  usando a função indicadora  $I$ , que vale 1 quando  $X_i > 0$  e 0 em caso contrário (contradomínio de  $X_i$ ).
- Qual a função densidade conjunta da a.a.  $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  da população  $X \sim \text{Exponencial}(\theta)$ ?
- Verifique se a estatística  $T = \sum_{i=1}^n X_i$  é suficiente para  $\theta$ , usando o Teorema de Neyman-Fisher. Essa estatística também é minimal?

**Ilustração do universo da modelagem estatística - por Bradley Efron**

The inner circle in Figure 1 represents normal theory, the preferred venue of classical applied statistics. Exact inference —  $t$  tests,  $F$  tests, chi-squared statistics, ANOVA, multivariate analysis — were feasible within the circle. Outside the circle was a general theory based on large-sample asymptotic approximation involving Taylor series and the central limit theorem.



**Figure 1:** Three levels of statistical modeling

A few special exact results lay outside the normal circle, relating to specially tractable distributions such as the binomial, Poisson, gamma and beta families. These are the figure's green stars.