

Plano Aula 4

Markus Stein

21 August 2019

Mais sobre Intervalos de Confiança (IC)

- **Exemplo 1:** Seja $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$ uma amostra aleatória de $X \sim \text{Bernoulli}(\theta)$. Encontre um IC para θ . Qual a distribuição amostral de $\hat{\theta}$?

Intervalo de confiança (Assintótico) e Verossimilhança

“O que podemos falar da distribuição dos estimadores de máxima verossimilhança (EMV) $\hat{\theta}_{EMV}$?”

- Pelo TCL lembre que, sob algumas condições de regularidade, $\frac{\hat{\theta}_{EMV} - \theta}{\sqrt{[nI_1(\theta)]^{-1}}} \xrightarrow{d} Z \sim \text{Normal}(0, 1)$.

Definição (**Intervalo Assintótico para θ**): (Bolfarine e Sandoval, seção 5.4.) Intervalos de Confiança aproximados podem ser construídos com base na distribuição assintótica dos EMVs. Com base no TCL e sob algumas condições de regularidade, uma quantidade pivotal assintoticamente normal é dada por $Q(\mathbf{X}; \theta) = \frac{\hat{\theta}_{EMV} - \theta}{\sqrt{[nI_1(\theta)]^{-1}}}$.

- Sempre $Q(\mathbf{X}; \theta)$ produzirá ICs $[t_1, t_2]$?
- “**Plug-in**” versus “**correção de continuidade**”!
- ...**continuação Exemplo 1:** Seja $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$ uma amostra aleatória de $X \sim \text{Bernoulli}(\theta)$. Encontre um IC para θ baseado na distribuição assintótica de $Q(\mathbf{X}; \theta)$.
 - Para $Q(\mathbf{X}; \theta) = \frac{\hat{\theta} - \theta}{\sqrt{\frac{\theta(1-\theta)}{n}}}$ temos que $Q(\mathbf{X}; \theta) \sim \text{Normal}(0, 1)$, para $n \rightarrow \infty$. Então, podemos encontrar valores q_1 e q_2 tais que $P(q_1 \leq Q \leq q_2) = 1 - \alpha$ se e somente se $P(t_1 \leq \theta \leq t_2) = 1 - \alpha$. Como isolar θ na expressão $-z \leq \frac{\hat{\theta} - \theta}{\sqrt{\frac{\theta(1-\theta)}{n}}} \leq z$? (correção de continuidade)
 - (A solução não é trivial, envolve resolver uma equação quadrática em θ .) Obtemos $IC[1 - \alpha; \theta] = \frac{\hat{\theta} + \frac{z}{2n} \pm z \sqrt{\frac{z^2}{4n^2} + \frac{\hat{\theta}(1-\hat{\theta})}{n}}}{1 + \frac{z^2}{n}}$.
 - Utilizando o estimador *plug-in* para $I_1(\hat{\theta})$ temos $IC[\theta; 1 - \alpha] = \hat{\theta} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{\theta}(1-\hat{\theta})}{n}}$.

Relembrando o método delta...

Definição (**Intervalo Assintótico para $g(\theta)$**):

- **continuação Exemplo 1:** Encontre um IC para $g(\theta) = \theta(1 - \theta)$

Tarefa: Fazer lista 1 para entregar.

Leitura: “Uma senora toma chá” capítulo 12.
