

Plano Aula 28

Markus Stein

13 June 2019

Inferência Assintótica ($n \rightarrow \infty$)

Sequência de Estimadores

- Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória de X tal que sua f.d.p (ou f.m.p) é dada por $f(x; \theta)$;
- Podemos construir uma sequência de estimadores $W_n = W_n(\mathbf{X})$, $n = 1, 2, \dots$, para $\tau(\theta)$.
– Ex.: $\bar{X}_1 = X_1, \bar{X}_2 = \frac{X_1+X_2}{2}, \bar{X}_3 = \frac{X_1+X_2+X_3}{3}, \dots$;

Consistência

“Assegura que a sequência de estimadores converge para o ‘verdadeiro’ valor a medida que o tamanho da amostra tende ao infinito.”

- Definição de **Estimador Assintoticamente Não Viesado**(EANV): (‘Notas de aula’, pg. 73)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \{E[W_n(\mathbf{X})] - \tau(\theta)\} = 0, \text{ para todo } \theta \in \Theta.$$

Exemplo 1: Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória de X tal que $E(X) = \mu$ e $Var(X) = \sigma^2$. Verifique se $\hat{\sigma}^2 = n^{-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ é EANV

- Definição de **Consistência Fraca**: (‘Notas de aula’, pg. 73)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P[|W_n(\mathbf{X}) - \tau(\theta)| \geq \epsilon] = 0, \text{ para todo } \theta \in \Theta \text{ e } \epsilon > 0.$$

- Definição de **Consistência Forte** (ou consistência em média quadrática): (‘Notas de aula’, pg. 74)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} EQM[W_n(\mathbf{X})] = 0.$$

- *Obs. 1:* Consistência Forte \Rightarrow Consistência Fraca. (Proposição 2.2 (i) das ‘Notas de Aula’, pg. 74)
- *Obs. 2:* Se $\lim_{n \rightarrow \infty} Var[W_n(\mathbf{X})] = 0$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} Viés[W_n(\mathbf{X})] = 0 \Rightarrow W_n(\mathbf{X})$ é consistente. (Teorema 10.1.3, Casella e Berger).

Eficiência Assintótica

“Esta relacionada com a variância assintótica de um estimador.”

- Definição de **Variância Limite** (ou **limite das variâncias**): (Definição 10.1.7 de Casella e Berger)
Se

$$\lim_{n \rightarrow \infty} k_n Var[W_n(\mathbf{X})] = \gamma^2 < \infty,$$

em que $\{k_n\}$ é uma sequência de constantes $\Rightarrow \gamma^2$ é chamada de variância limite ou limite das variâncias.

Exemplo 2: Encontre a variância limite para \bar{X} .

Tarefa 1: Fazer a lista de exercícios 7 para entregar.
