

Plano Aula 12

Markus Stein

23 September 2019

- **Exemplo 1:** Seja $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$ uma a.a. de $X \sim \text{Normal}(\mu, 1)$. Considere ainda $H_0 : \mu = 0$ contra $H_1 : \mu > 0$. Utilizando o Lema de Neyman-Pearson encontre o teste UMP com $\alpha = 0,05$ e $n = 9$.
- **Exemplo 2:** Seja $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$ uma a.a. de $X \sim \text{Binomial}(n, \pi)$. Considere ainda $H_0 : \pi = 0.5$ contra $H_1 : \pi > 0.5$. Utilizando o lema de Neyman-Pearson encontre o teste UMP com $\alpha = 0,05$ e $n = 9$.

Considerações sobre $\pi(\theta)$ (α e β)

- Hipótese de *nulidade* e Hipótese de *pesquisa*.
 - **Exemplo 3:** Exercício 13, lista 2.

Definição(**Tamanho do teste** \times **Nível do teste**): Para $0 \leq \alpha \leq 1$, o teste com função poder $\pi(\theta)$ é um teste com

- *tamanho* α se $\sup_{\theta \in \Theta_0} \pi(\theta) = \alpha$;
- *nível* α se $\sup_{\theta \in \Theta_0} \pi(\theta) \leq \alpha$.
 - continuação **Exemplo 2**.

Definição (Nível descritivo (amostral) ou “**valor p** ”): $\hat{\alpha}$ é o menor nível α para o qual a hipótese nula seria rejeitada.

- é probabilidade de H_0 ser verdadeira?
- **continuação Exemplo 1:** Utilizando $n = 9$ e $\bar{x} = 0,68$ calcule o “**valor p** ” para o teste acima.

Hipóteses compostas

Definição: (Classe de testes UMP) Seja \mathcal{C} uma classe de testes para $H_0 : \theta \in \Theta_0$ contra $H_1 : \theta \in \Theta_1$ (em que $\Theta_0 \cup \Theta_1 = \Theta$, $\Theta_0 \cap \Theta_1 = \emptyset$, ambos não atômicos e $\Theta_0 \neq \emptyset$ e $\Theta_1 \neq \emptyset$). Um teste na classe \mathcal{C} , com função poder $\pi(\theta)$, é UMP se $\pi(\theta) \geq \pi'(\theta)$ para todo $\theta \in \Theta_1$ e toda $\pi'(\theta)$ função poder de outro teste na classe \mathcal{C} .

Teorema: ... Revisitando o Lema de Neyman-Pearson... Um teste com região de rejeição A_1^* satisfaz

1. $\mathbf{x} \in A_1^*$ se $f(\mathbf{x}; \theta_1) \geq k f(\mathbf{x}; \theta_0)$ e
2. $\mathbf{x} \in A_0$ se $f(\mathbf{x}; \theta_1) < k f(\mathbf{x}; \theta_0)$ e
3. $\alpha = P(\mathbf{x} \in A_1^* | \theta = \theta_0)$,

é um teste UMP de tamanho α .

- Testes (hipóteses) **unilaterais** \times testes (hipóteses) **bilaterais**.

Teste da Razão de Verossimilhanças (Generalizada)

Estatística de teste: $\lambda(\mathbf{x}) = \frac{\sup_{\theta \in \Theta_0} L(\theta)}{\sup_{\theta \in \Theta} L(\theta)}$

Tarefa: Começar lista 3 para entregar.

Leitura: Ler seções 8.3.1, 8.3.2 e 8.3.4 do livro Casella e Berger.
