

# Plano Aula 13

Markus Stein

23 September 2019

- **Exemplo 1:** Seja  $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$  uma a.a. de  $X \sim \text{Normal}(\mu, 1)$ . Considere ainda  $H_0 : \mu = 0$  contra  $H_1 : \mu > 0$ . Utilizando o TRV encontre a região crítica do teste UMP com  $\alpha = 0,05$  e  $n = 9$ .

## Hipóteses compostas

Definição: (Classe de testes UMP) Seja  $\mathcal{C}$  uma classe de testes para  $H_0 : \theta \in \Theta_0$  contra  $H_0 : \theta \in \Theta_1$  (em que  $\Theta_0 \cup \Theta_1 = \Theta$ ,  $\Theta_0 \cap \Theta_1 = \emptyset$ , ambos não atômicos e  $\Theta_0 \neq \emptyset$  e  $\Theta_1 \neq \emptyset$ ). Um teste na classe  $\mathcal{C}$ , com função poder  $\pi(\theta)$ , é UMP se  $\pi(\theta) \geq \pi'(\theta)$  para todo  $\theta \in \Theta_1$  e toda  $\pi'(\theta)$  função poder de outro teste na classe  $\mathcal{C}$ .

Teorema: ... Revisitando o Lema de Neyman-Pearson... Um teste com região de rejeição  $A_1^*$  satisfaz

1.  $\mathbf{x} \in A_1^*$  se  $f(\mathbf{x}; \theta_1) \geq k f(\mathbf{x}; \theta_0)$  e
2.  $\mathbf{x} \in A_0$  se  $f(\mathbf{x}; \theta_1) < k f(\mathbf{x}; \theta_0)$  e
3.  $\alpha = P(\mathbf{x} \in A_1^* | \theta = \theta_0)$ ,

é um teste UMP de **tamanho**  $\alpha$ .

- Testes (hipóteses) **unilaterais**  $\times$  testes (hipóteses) **bilaterais**.

## Teste da Razão de Verossimilhanças (Generalizada) - TRV

Estatística do teste TRV:  $\lambda(\mathbf{x}) = \frac{\sup_{\theta \in \Theta_0} L(\theta)}{\sup_{\theta \in \Theta} L(\theta)}$ ; e **região crítica**  $A_1 = \{\mathbf{x} : \lambda(\mathbf{x}) \leq c\}$ , para  $0 \leq c \leq 1$ .

- **caso particular:** hipótese nula simples contra alternativa simples, lema de Neyman-Pearson.
- **continuação Exemplo 1:** Encontre o teste UMP testar  $H_0 : \mu = 0$  contra  $H_1 : \mu \neq 0$ . Qual o espaço paramétrico? Encontre um teste UMP de nível  $\alpha$ .
- **Exemplo 2:** Encontre o teste UMP testar  $H_0 : \mu \geq 0$  contra  $H_0 : \mu > 0$ , em que  $\mu$  e  $\sigma^2$  desconhecidos. Qual o espaço paramétrico? Encontre um teste UMP de nível  $\alpha$ .
  - parâmetros de incômodo.

## Razão de verossimilhanças monótona (e estatísticas suficientes)

Teorema de Karlin-Rubin

- **TRV + família exponencial uniparamétrica = testes UMP**

## Testes não viesados

“Nas situações em que testes UMP não existem, como ainda sim podemos avaliar testes?”

**Tarefa:** Começar lista 3 para entregar.

**Leitura:** Ler seções 8.3.1, 8.3.2 e 8.3.4 do livro Casella e Berger.

---

**Atividade (possivelmente valendo ponto extra para prova 1):** Com os modelos  $Binomial(10, \pi)$ ,  $Poisson(\lambda)$ ,  $Exponencial(\alpha)$ ,  $Normal(\mu, 2)$  e  $Uniforme(0, \theta)$ :

1. encontre um exemplo prático e formule um teste UMP adequado (hipótese de nulidade *versus* hipótese de pesquisa, nível do teste, tamanho do teste, amostra e valor  $p$ );
2. Fale sobre as consequências da decisão (conclusão do problema);
3. Calcule e interprete um intervalo de confiança (IC) para o parâmetro de interesse;
4. Plote a função poder  $\pi(\theta)$ ;
5. Mostre o significado da frase “a função poder tem o mesmo papel do EQM, no contexto de estimação, pois são usadas para avaliar e comparar dois testes”;
6. Fale sobre o efeito na função poder quando mudamos  $\alpha$  ou se aumentamos  $n$ .

[http://www.ams.sunysb.edu/~zhu/ams571/Lecture8\\_571.pdf](http://www.ams.sunysb.edu/~zhu/ams571/Lecture8_571.pdf)