

Graphische Datenverarbeitung WS17/18

Theorieübung 4

Salmah Ahmad (2880011) Markus Höhn (1683303)
Tobias Mertz (2274355) Steven Lamarr Reynolds (1620638)
Sascha Zenglein (2487032)

29. Januar 2018

Aufgabe 1: Beleuchtung (4 Punkte)

a) (1 Punkt)

i

Umrechnung von RGB in HSV:

$$R' = R/255$$

$$G' = G/255$$

$$B' = B/255$$

$$\max = \max((R', G', B'))$$

$$\min = \min((R', G', B'))$$

$$\Delta = \max - \min$$

$$H = \begin{cases} 0^\circ & \Delta = 0 \\ 60^\circ \times \left(\frac{G' - B'}{\Delta}\right) & , \max = R' \\ 60^\circ \times \left(\frac{B' - R'}{\Delta} + 2\right) & , \max = G' \\ 60^\circ \times \left(\frac{R' - G'}{\Delta} + 4\right) & , \max = B' \end{cases}$$

$$S = \begin{cases} 0 & \max = 0 \\ \frac{\Delta}{\max}, & \max \neq 0 \end{cases}$$

$$V = \max$$

$$\text{Grün}_{HSV} = (120^\circ, 1, 1)$$

$$\text{Magenta}_{HSV} = (300^\circ, 1, 1)$$

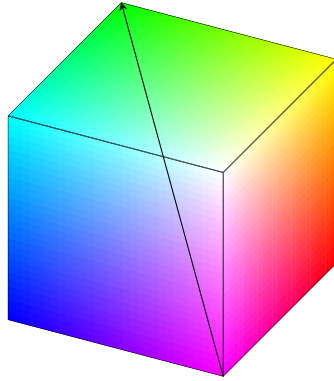
ii

$$f_{RGB}(x) = ((1-x) \cdot 255, x \cdot 255, (1-x) \cdot 255)$$

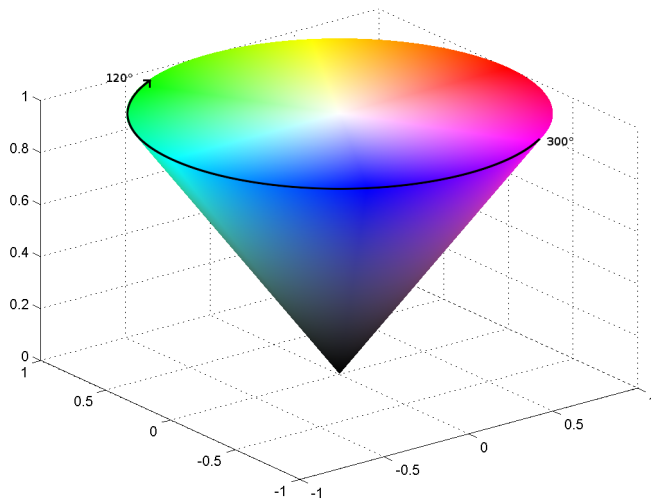
$$f_{HSV} = ((1-x) \cdot 300^\circ + x \cdot 120^\circ, 1, 1)$$

iii

RGB Cube:



HSV Cone:



iv

$$x_1 = 0.2$$

$$x_2 = 0.4$$

$$x_3 = 0.5$$

$$x_4 = 0.6$$

$$x_5 = 0.8$$

$$f_{RGB}(x_1) = (204, 51, 204)$$

$$f_{RGB}(x_2) = (153, 102, 153)$$

$$f_{RGB}(x_3) = (127.5, 127.5, 127.5)$$

$$f_{RGB}(x_4) = (102, 153, 102)$$

$$f_{RGB}(x_5) = (51, 204, 51)$$

$$f_{HSV}(x_1) = (264^\circ, 1, 1)$$

$$\begin{aligned}
f_{HSV}(x_2) &= (228^\circ, 1, 1) \text{ (dark blue)} \\
f_{HSV}(x_3) &= (210^\circ, 1, 1) \text{ (medium blue)} \\
f_{HSV}(x_4) &= (192^\circ, 1, 1) \text{ (light blue)} \\
f_{HSV}(x_5) &= (156^\circ, 1, 1) \text{ (cyan)}
\end{aligned}$$

b) (1 Punkt)

Isotropic BRDF

Ist invariant bezüglich Rotation um die Normale. Kann vielleicht local berechnet werden? Das Isotropische Material (z.B Plastik)

BRDF

Reflexioneigenschaften sind unabhängig von der Position. Daher kann BRDF local berechnet werden. Das Homogene Material (z.B gebürstetes Metall) kann auch local berechnet werden.

Spatially Varying BRDF

Verwendet eine 2d Location über dem Object Surface. Kann daher local berechnet werden.

BSSRDF

Licht verlässt die Oberfläche eventuell an anderer Stelle. Daher kann es nicht Local berechnet werden. Dadurch kann Licht von durchlässigen Materialien an andere abgegeben werden. Dadurch kann kein Material mehr local berechnet werden.

Scattering Function

Abhängig von der Wellenlänge. Wellenlänge nicht mehr diskretisiert, Fluoreszenz. Daher nicht local berechenbar. Wie bei BSSRDF kann kein Material mehr Local berechnet werden.

allgemeines Reflexionsmodell

Kann nicht Local berechnet werden. Wie bei BSSRDF kann kein Material mehr Local berechnet werden.

c) (1 Punkt)

Gegeben:

$$N = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, V = \begin{pmatrix} \sqrt{0.5} \\ \sqrt{0.5} \\ 0 \end{pmatrix}, H = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{6}}{6} \\ \frac{\sqrt{6}}{3} \\ -\frac{\sqrt{6}}{6} \end{pmatrix}, \|L + V\| = \sqrt{3}, k = 1, I_{BP} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$I_p = f_p(\gamma) = (R(L)^T \cdot V)^k \cdot E = \cos^k(\gamma) \cdot E$$

$$I_{BP} = f_{BP}(\phi) = (H^T \cdot N)^k \cdot E = \cos^k(\phi) \cdot E = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\begin{aligned}
E &= \frac{\frac{\sqrt{6}}{3}}{(H^T \cdot N)^k} = \frac{\sqrt{6} \cdot (H^T \cdot N)^k}{3} \\
&= \frac{\sqrt{6} \cdot \left(\left(\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{6}}{6} \\ \frac{\sqrt{6}}{3} \\ -\frac{\sqrt{6}}{6} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)^1}{3} = \frac{\sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3}}{3} = \frac{2}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\gamma &= \arccos(R(L)^T \cdot V) \\
&= \arccos \left(\begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{0.5} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{0.5} \\ \sqrt{0.5} \\ 0 \end{pmatrix} \right) \\
&= \arccos(0.5) \approx 1.047
\end{aligned}$$

$$I_p = \cos(\gamma) \cdot E = 0.5 \cdot E = \frac{1}{3}$$

$$\phi = \arccos(H^T \cdot N) = \arccos\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right) \approx 0.615$$

$$\begin{aligned}
\|L + V\| &= \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 + 1 \\ l_3 \end{pmatrix} = \sqrt{l_1^2 + (l_2 + 1)^2 + l_3^2} = \sqrt{3} \\
l_1^2 + (l_2 + 1)^2 + l_3^2 &= 3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R(L) &= -L + 2(L \cdot N)N \\
&= -\begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{0.5} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} + 2 \left(\begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{0.5} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= -\begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{0.5} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} + 2(\sqrt{0.5}) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{0.5} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H &= \frac{L+V}{\|L+V\|} = \frac{L+V}{\sqrt{3}} \\
\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{6}}{6} \\ \frac{\sqrt{6}}{3} \\ -\frac{\sqrt{6}}{6} \end{pmatrix} &= \frac{L+V}{\sqrt{3}} \\
L &= \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{6}}{6} \\ \frac{\sqrt{6}}{3} \\ -\frac{\sqrt{6}}{6} \end{pmatrix} \cdot \sqrt{3} - \begin{pmatrix} \sqrt{0.5} \\ \sqrt{0.5} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sqrt{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \sqrt{0.5} \\ \sqrt{0.5} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{0.5} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Lösung:

$$\begin{aligned}
E &= \frac{2}{3} \\
I_P &= \frac{1}{3} \\
\gamma &= \arccos(0.5) \approx 1.047 \\
\phi &= \arccos\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right) \approx 0.615 \\
L &= \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{0.5} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \\
R(L) &= \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{0.5} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

d) (0.5 Punkte)

e) (0.5 Punkte)

Aufgabe 2: Texturierung (2 Punkte)

a) (1 Punkt)

$$\begin{aligned}
(u, v) &= F_{inv}map(x, y, z) \\
u, v &\in [0, 1] \\
r, h & \\
x &= r * \sin(u) \\
y &= v \\
z &= r * \cos(u) \\
v &= \frac{h}{y} \\
u &= \frac{1}{2\pi} * atan2(x, z) + 0.5
\end{aligned}$$

b) (1 Punkt)

Rechteck

5	1	2	4	2
2	3	4	1	1
2	1	1	3	1
2	2	1	3	5
0	2	2	3	1

C_{sat}

5	6	8	12	14
7	11	17	22	25
9	14	21	29	33
11	18	26	37	46
11	20	30	44	54

schraffiertes Rechteck

1	2	4	2
3	4	1	1

$$c_{avg}(1, 2, 2, 5) = (25 - 14 - 7 + 6) / (2 * 4) = 1.25$$

Aufgabe 3: Perspektivisch korrekte Texturierung (4 Punkte)

a) (1 Punkt)

$$l_1(s) = (3, -12)^T + s(-6, 6)^T \quad s \in [0, 1]$$

berechnung von p und q

$$l_2(t) = p + t(q - p) \quad t \in [0, 1]$$

b) (1 Punkt)

c) (1 Punkt)

d) (1 Punkt)