Graphische Datenverarbeitung WS17/18
Theorieübung 3

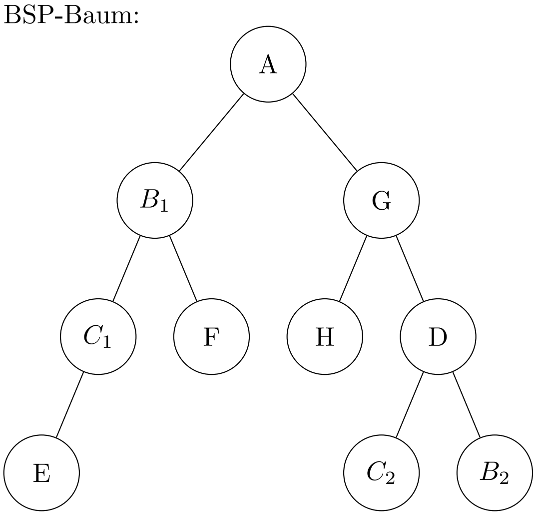
Salmah Ahmad (2880011) Markus Höhn (1683303)
Tobias Mertz (2274355) Steven Lamarr Reynolds (1620638)
Sascha Zenglein (2487032)

19. Dezember 2017

Aufgabe 1: Räumliche Datenstrukturen (2 Punkte)

a) (1 Punkt)

BSP-Baum:



b) (1 Punkt)

Zeichenreihenfolge (Zuerst → Zuletzt):
H, G, B_2, D, C_2, A, C_1, E, B_1, F

Aufgabe 2: Projektionen (5 Punkte)

a) a)

i i

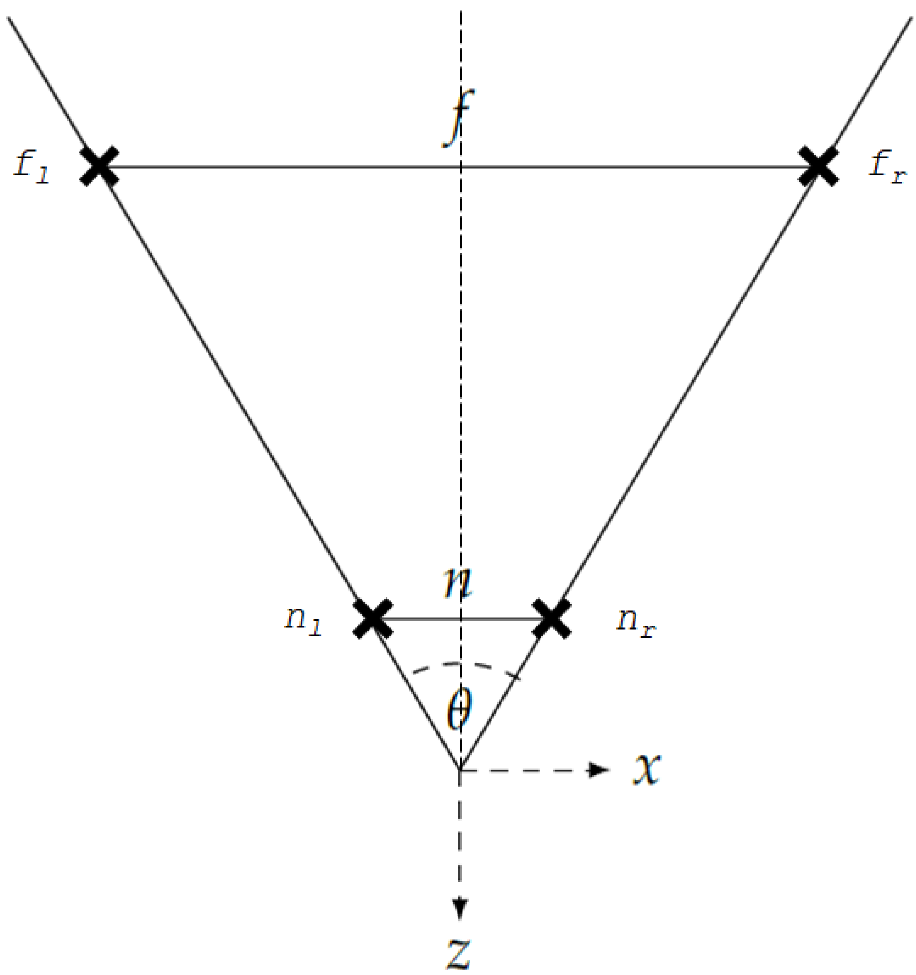
$f_l = \begin{pmatrix} tan(\frac{\theta}{2}) \cdot f \\ f \end{pmatrix}$

$f_r = \begin{pmatrix} -tan(\frac{\theta}{2}) \cdot f \\ f \end{pmatrix}$

$n_l = \begin{pmatrix} tan(\frac{\theta}{2}) \cdot n \\ n \end{pmatrix}$

$n_r = \begin{pmatrix} -tan(\frac{\theta}{2}) \cdot n \\ n \end{pmatrix}$

ii ii



$$f_l = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \frac{-f}{-n} & -f \\ 0 & -\frac{1}{-n} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} tan(\frac{\theta}{2}) \cdot f \\ f \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{-n}{f} \cdot tan(\frac{\theta}{2}) \cdot f \\ -\frac{-n}{f} \cdot (-f) - (-f - n) \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} n \cdot tan(\frac{\theta}{2}) \\ f \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$f_r = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \frac{-f}{-n} & -f \\ 0 & -\frac{1}{-n} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -tan(\frac{\theta}{2}) \cdot f \\ f \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{-n}{f} \cdot (-tan(\frac{\theta}{2})) \cdot f \\ -\frac{-n}{f} \cdot (-f) - (-f - n) \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -n \cdot tan(\frac{\theta}{2}) \\ f \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$n_l = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \frac{-f}{-n} & -f \\ 0 & -\frac{1}{-n} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} tan(\frac{\theta}{2}) \cdot n \\ n \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{-n}{n} \cdot tan(\frac{\theta}{2}) \cdot n \\ -\frac{-n}{n} \cdot (-f) - (-f - n) \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} n \cdot tan(\frac{\theta}{2}) \\ n \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$n_r = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \frac{-f}{-n} & -f \\ 0 & -\frac{1}{-n} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -tan(\frac{\theta}{2}) \cdot n \\ n \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{-n}{n} \cdot (-tan(\frac{\theta}{2})) \cdot n \\ -\frac{-n}{n} \cdot (-f) - (-f - n) \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -n \cdot tan(\frac{\theta}{2}) \\ n \\ 1 \end{pmatrix}$$

iii iii

$r = n \cdot tan(\frac{\theta}{2}) \qquad l = -n \cdot tan(\frac{\theta}{2})$

$$f'_l = P_0 \cdot f_l = \begin{pmatrix} \frac{2}{r-l} & 0 & \frac{r+l}{l-r} \\ 0 & \frac{2}{f-n} & \frac{-f-n}{f-n} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n \cdot tan(\frac{\theta}{2}) \\ f \\ 1 \end{pmatrix}$$

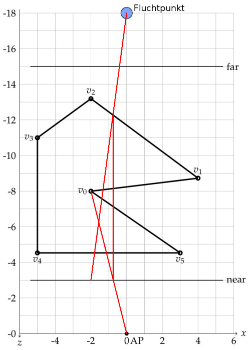
$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{n \cdot tan(\frac{\theta}{2})} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{f-n} & \frac{-f-n}{f-n} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n \cdot tan(\frac{\theta}{2}) \\ f \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$f'_r = P_0 \cdot f_r = \begin{pmatrix} \frac{1}{n \cdot tan(\frac{\theta}{2})} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{f-n} & \frac{-f-n}{f-n} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -n \cdot tan(\frac{\theta}{2}) \\ f \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

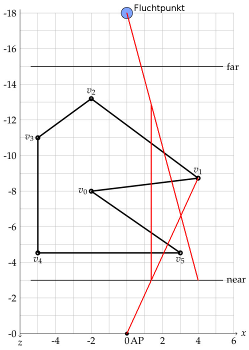
$$n'_l = P_0 \cdot n_l = \begin{pmatrix} \frac{1}{n \cdot tan(\frac{\theta}{2})} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{f-n} & \frac{-f-n}{f-n} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n \cdot tan(\frac{\theta}{2}) \\ n \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$n'_r = P_0 \cdot n_r = \begin{pmatrix} \frac{1}{n \cdot tan(\frac{\theta}{2})} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{f-n} & \frac{-f-n}{f-n} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -n \cdot tan(\frac{\theta}{2}) \\ n \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

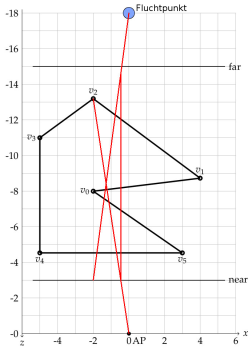
b)



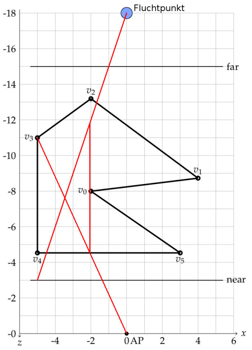
(a) 0



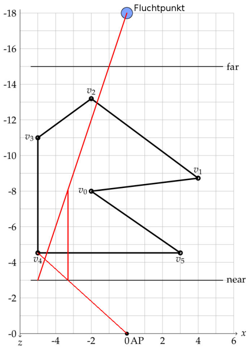
(b) 1



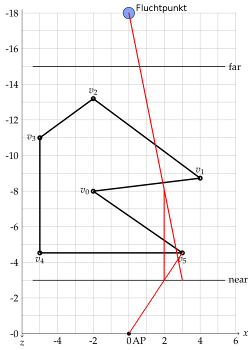
(c) 2



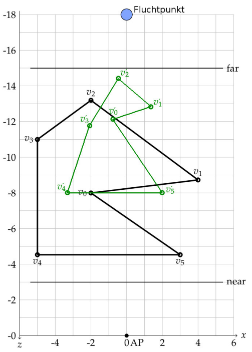
(d) 3



(e) 4



(f) 5



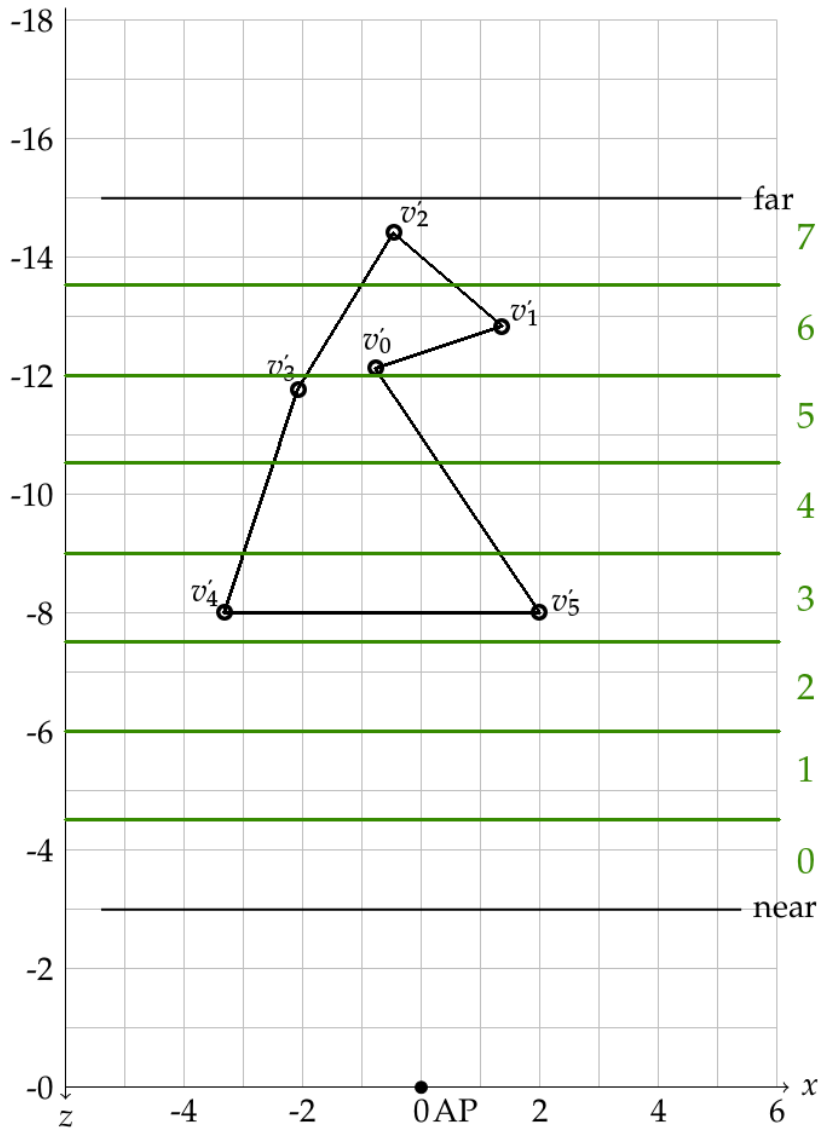
(g) full

Alle Ergebnisse

c)

$z'_0 = 6$
$z'_1 = 6$
$z'_2 = 7$
$z'_3 = 5$
$z'_4 = 3$

$z'_5 = 3$



d) d)

$$z' = f(z) = z \cdot \left(1 + \frac{f}{n}\right) - f$$

$$z' + f = z \cdot \left(1 + \frac{f}{n}\right)$$

$$\frac{z' + f}{1 + \frac{f}{n}} = z = g(z')$$

Tiefenwert 1:
$[g(-4.5), g(-6)] = \left[\frac{-4.5-15}{1+\frac{15}{3}}, \frac{-6-15}{1+\frac{15}{3}}\right] = \left[-\frac{19.5}{6}, -\frac{21}{6}\right] = [-3.25, -3.5]$
Tiefenwert 6:
$[g(-12), g(-13.5)] = \left[\frac{-12-15}{1+\frac{15}{3}}, \frac{-13.5-15}{1+\frac{15}{3}}\right] = \left[-\frac{27}{6}, -\frac{28.5}{6}\right] = [-4.5, -4.75]$

Aufgabe 3: Clipping (3 Punkt)

CSA: OURL

Dreieck: $A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 16 \\ 5 \end{pmatrix}$

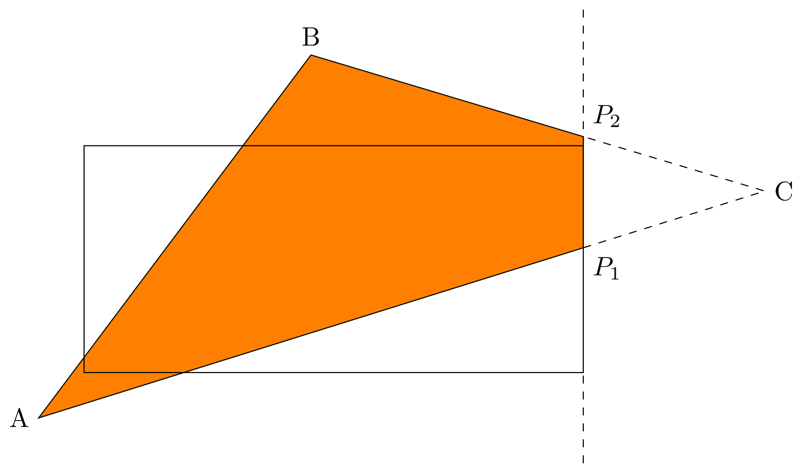
Fenster: $Q_{min} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad Q_{max} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix}$

Rechts:
CSA für die Dreieckskanten:
Endpunkte: A: 0101, B: 1000, C: 0010
AB: A & B = 0000, A | B = 1101
AC: A & C = 0000, A | C = 0111
BC: B & C = 0000, B | C = 1010
Clipping: $\left(Q_1 = \begin{pmatrix} 12 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad Q_2 = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad n = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$
Schnittpunkte nach Liang-Barsky berechnen. CSA ergibt AC und BC als schneidende Segmente.

$$P_1 = A + \frac{Q_1 \cdot n - A \cdot n}{(C - A) \cdot n} \cdot (C - A) = \frac{-60}{-80} \cdot C = \begin{pmatrix} 12 \\ 3.75 \end{pmatrix}$$

$$P_2 = B + \frac{Q_1 \cdot n - B \cdot n}{(C - B) \cdot n} \cdot (C - B) = B + \frac{-30}{-50} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \end{pmatrix} = B + \begin{pmatrix} 6 \\ -1.8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6.2 \end{pmatrix}$$

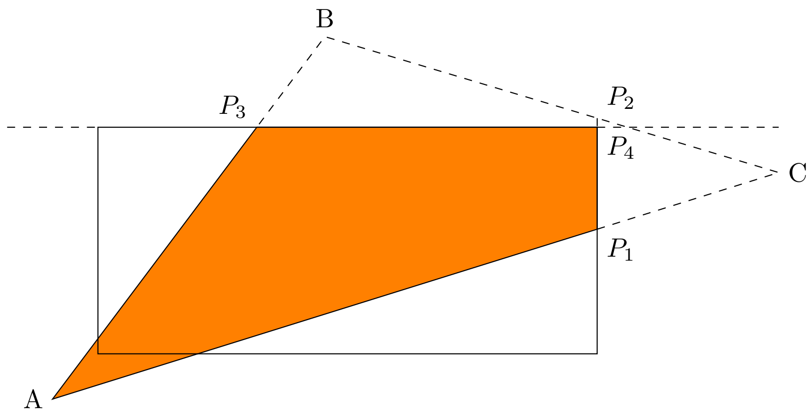
Neue Eckpunkte: $\{A, B, P_2, P_1\}$
Visualisierung:



Oben:
CSA für die Liniensegmente:
Endpunkte: A: 0101, B: 1000, P_1: 0000, P_2: 1000
AB: A & B = 0000, A | B = 1101
BP_2: B & P_2 = 1000, B | P_2: 1000
P_1P_2: P_2 & P_1 = 0000, P_2 | P_1: 1000
P_1A: P_1 & A: 0000, P_2 | A: 0101
Clipping: $\left(Q_1 = \begin{pmatrix}1\\6\end{pmatrix}, \quad Q_2 = \begin{pmatrix}12\\6\end{pmatrix}, \quad n = \begin{pmatrix}0\\-11\end{pmatrix}\right)$
Schnittpunkte nach Liang-Barsky berechnen. CSA ergibt P_1P_2 und AB als schneidende Segmente.

$$
\begin{aligned}
P_3 &= A + \frac{Q_1 \cdot n - A \cdot n}{(B-A)\cdot n} \cdot (B-A) = \frac{-66}{-88} \cdot B = 0.75 \cdot B &&= \begin{pmatrix}4.5\\6\end{pmatrix}\\
P_4 &= P_1 + \frac{Q_1 \cdot n - P_1 \cdot n}{(P_2-P_1)\cdot n} \cdot P_2 - P_1\\
&= \begin{pmatrix}12\\3.75\end{pmatrix} + \frac{-24,75}{-26,95} \cdot \begin{pmatrix}0\\2,45\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}12\\3.75\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0\\2,25\end{pmatrix} &&= \begin{pmatrix}12\\6\end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

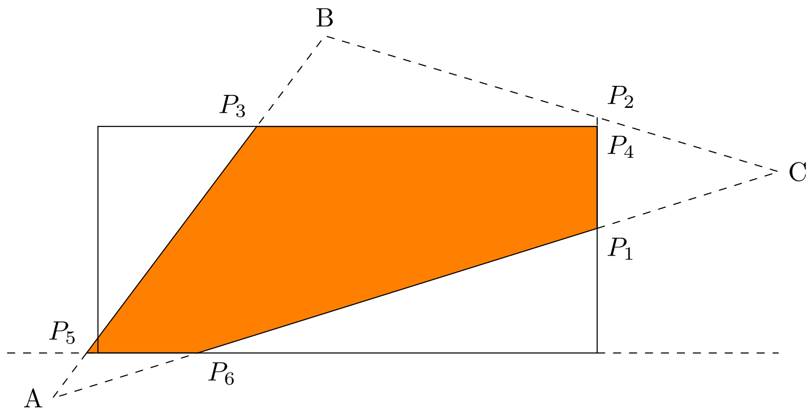
Neue Eckpunkte: $\{A, P_3, P_4, P_1\}$
Visualisierung:



Unten:
CSA für die Liniensegmente:
Endpunkte: A: 0101, P_3: 0000, P_4: 0000, P_1: 0000
AP_3: A & P_3: 0000, A | P_3: 0101
$P_3P_4 : P_3 \ \& \ P_4 : 0000, P_3 \mid P_4 : 0000$
$P_1P_4 : P_1 \ \& \ P_4 : 0000, P_1 \mid P_4 : 0000$
$AP_1 : P_1 \ \& \ A : 0000, P_1 \mid A : 0101$
Clipping: $\left(Q_1 = \begin{pmatrix} 12 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad Q_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad n = \begin{pmatrix} 0 \\ 11 \end{pmatrix} \right)$
Schnittpunkte nach Liang-Barsky berechnen. CSA ergibt P_3A und P_1A als schneidende Segmente.

$$\begin{aligned}
P_5 &= P_3 + \frac{Q_1 \cdot n - P_3 \cdot n}{(A - P_3) \cdot n} \cdot (A - P_3) = P_3 + \frac{-55}{66} \cdot \begin{pmatrix} -4.5 \\ -6 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 4.5 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3.75 \\ -5 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0.75 \\ 1 \end{pmatrix} \\
P_6 &= P_1 + \frac{Q_1 \cdot n - P_1 \cdot n}{(A - P_1) \cdot n} \cdot (A - P_1) = P_1 + \frac{-30,25}{-41,25} \cdot \begin{pmatrix} -12 \\ -3.75 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 12 \\ 3.75 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8.8 \\ -2,75 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 3.2 \\ 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Neue Eckpunkte: $\{P_5, P_3, P_4, P_1, P_6\}$
Visualisierung:



Links:
CSA für die Liniensegmente:
Endpunkte: P_5: 0001, P_3: 0000, P_4: 0000, P_1: 0000, P_6: 0000
$P_5P_3 : P_5 \,\&\, P_3 : 0000,\; P_5 \mid P_3 : 0001$
$P_3P_4 : P_3 \,\&\, P_4 : 0000,\; P_3 \mid P_3 : 0000$
$P_4P_1 : P_4 \,\&\, P_1 : 0000,\; P_4 \mid P_3 : 0000$
$P_1P_6 : P_1 \,\&\, P_6 : 0000,\; P_1 \mid P_3 : 0000$
$P_6P_5 : P_6 \,\&\, P_5 : 0000,\; P_6 \mid P_3 : 0001$
Clipping: $\left(Q_1 = \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix},\quad Q_2 = \begin{pmatrix}1\\6\end{pmatrix},\quad n = \begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}\right)$
Schnittpunkte nach Liang-Barsky berechnen. CSA ergibt P_6P_5 und P_3P_5 als schneidende Segmente.

$$
\begin{aligned}
P_7 &= P_6 + \frac{Q_1 \cdot n - P_6 \cdot n}{(P_5 - P_6) \cdot n} \cdot (P_5 - P_6) = P_6 + \frac{-11}{-12.25} \cdot \begin{pmatrix}-2,45\\0\end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix}3.2\\1\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-2.2\\0\end{pmatrix} &= \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} \\
P_8 &= P_3 + \frac{Q_1 \cdot n - P_3 \cdot n}{(P_5 - P_3) \cdot n} \cdot (P_5 - P_3) = P_3 + \frac{-17.5}{-18.75} \cdot \begin{pmatrix}-3,75\\-5\end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix}4.5\\6\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-3.5\\-\frac{14}{3}\end{pmatrix} &= \begin{pmatrix}1\\\frac{4}{3}\end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

Neue Eckpunkte: $\{P_7, P_8, P_3P_4, P_1, P_6\}$
Visualisierung: