Abgabemodalitäten

Deadline: 21.11.2017 um 9:50

Es wird eine Lösung pro Gruppe abgegeben. Die Lösung kann auf Moodle hochgeladen werden oder sie kann handschriftlich in der Übung abgegeben werden. Bitte die **Gruppennummer** auf allen Blättern angeben.

Aufgabe 1 Pipeline (3 Punkte)

Beantworten Sie die folgenden grundlegenden Fragen zur 3D Graphikpipeline, welche in der Vorlesung vorgestellt wurde.

a) Aus was besteht der Input der Pipeline?

0.5 Punkte

b) Zum Input gehören unter anderem "Objekte". In welcher Form sind konkret "Objekte" im Input gegeben?

0.5 Punkte

c) Was ist der Output der Pipeline?

0.5 Punkte

d) Weshalb ist eine Pipeline die aus n Abschnitten besteht (theoretisch) n-mal schneller als eine Pipeline mit nur einem Abschnitt?

0.5 Punkte

e) Weshalb ist die Pipeline Geschwindigkeit vom Bottleneck abhängig? Wieso warten die anderen Pipeline Abschnitte bis der Bottleneck-Abschnitt fertig ist?

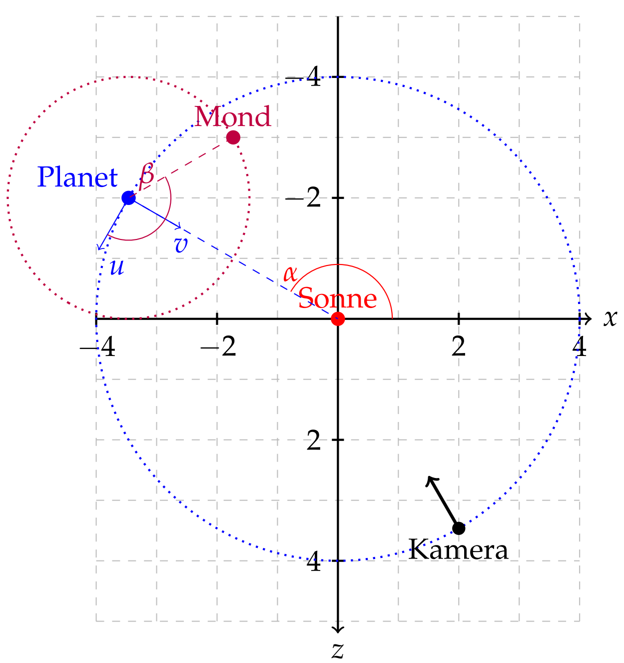
1 Punkt

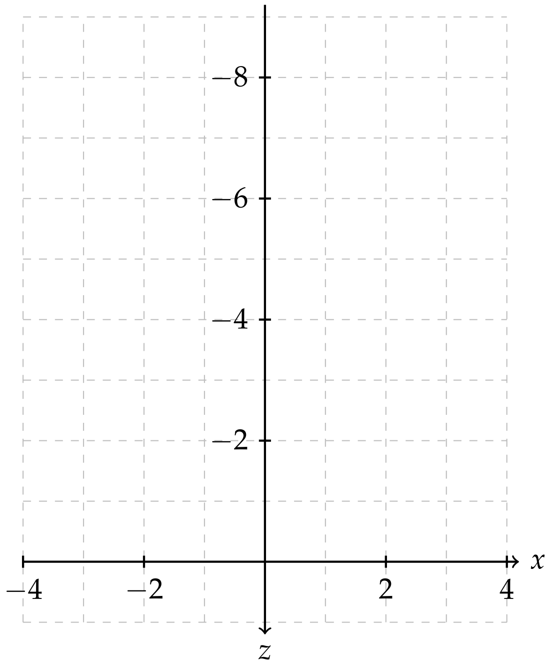
Aufgabe 2 Model & View Transformation (3 Punkte)

Gegeben sei eine kleine Weltraumszene mit einer Sonne, einem Planeten und einem Mond (siehe Skizze). Die Sonne befindet sich im Ursprung des 2D-Weltkoordinatensystems $(x, z)^\mathsf{T}$. Der Planet kreist im Abstand 4 um die Sonne und befindet sich im Augenblick bei Winkelposition $\alpha = 150°$. Weiter gibt es ein orthonormales $(u, v)^\mathsf{T}$-Planetenkoordinatensystem, dessen Ursprung sich im Planetenmittelpunkt befindet. Die v-Achse zeigt zum Sonnenmittelpunkt, die u-Achse ist orthogonal zu v. Der Mond kreist um den Planeten mit einer Entfernung von 2, und hat die aktuelle Winkelposition von $\beta = 150°$ in Bezug auf das $(u, v)^\mathsf{T}$-Planetenkoordinatensystem.

Die Kamera der Szene befindet sich bei $(x, z)^\mathsf{T} = \left(2, 2\sqrt{3}\right)^\mathsf{T}$ und schaut auf die Sonne.

Prof. Dr. Dieter W. Fellner
M.Sc. Roman Getto
Julian Zobel





Es soll nun die Model- und View-Transformation an dieser Szene vollzogen werden:

a) Stellen Sie die Gleichung $(x, z)^\mathsf{T} = f(u, v)$ auf, die die u, v Koordinaten in das Weltkoordinatensystem transformiert. Bestimmen Sie nun die Positionen der Szenenobjekte (Sonne, Planet, Mond) bezüglich des Weltkoordinatensystems.

   Bemerkung: Beachten Sie, dass in den Koordinatensystemen das u dem x und das v dem z entspricht.

   Hinweis: Bestimmen sie den Ursprung und die Achsen u, v des Planetenkoordinatensystems im Weltkoordinatensystem.

   Hinweis: Eine einfache Rotation reicht nicht aus, da zwischen den Koordinatensystemen zusätzlich eine Spiegelung enthalten ist.

   Hinweis: Da die z-Achse nach unten zeigt ist der mathematisch positive Drehsinn die Drehung im Uhrzeigersinn.

   1 Punkt

b) Bestimmen Sie, welche Translation und welche Rotation auf die Szene ausgeübt werden müssen, um die Kamera in den Ursprung zu verschieben und anschließend die Blickrichtung nach $-z$ zu rotieren.

   Bemerkung: Entsprechend der OpenGL-Konvention ist hier die Ziel-Blickrichtung $-z$.

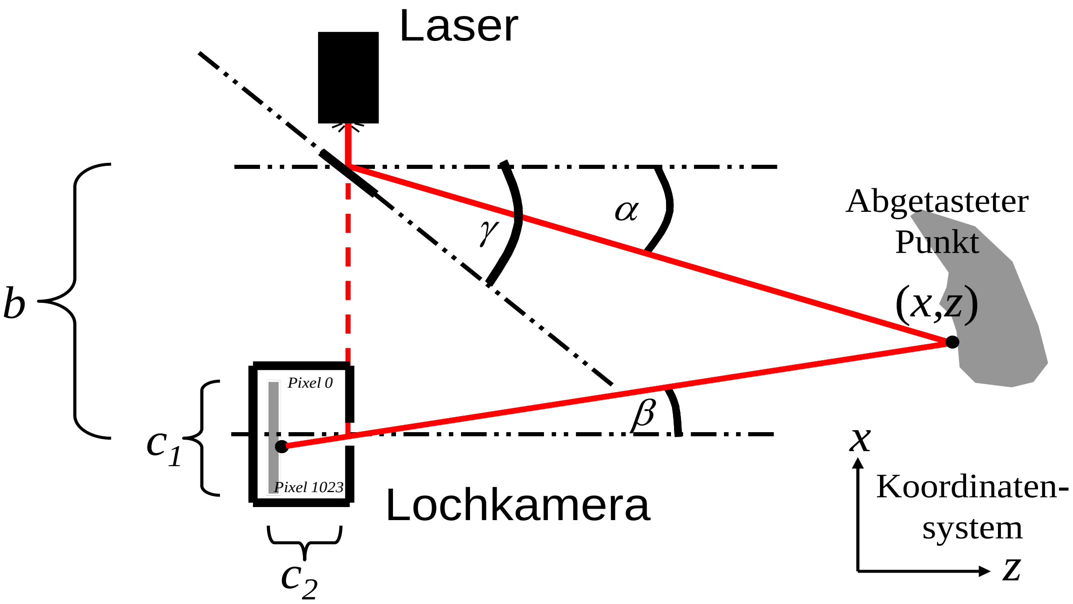
   1 Punkt

c) Berechnen Sie die Positionen der Szenenobjekte nach der Model- und View-Transformation. Fertigen Sie eine Skizze an.

   1 Punkt

Aufgabe 3 Optische Triangulation (4 Punkte)

In dieser Aufgabe soll die Mathematik eines 3D-Scanners nachvollzogen werden, so dass es theoretisch möglich wäre, solch ein Gerät nachzubauen. Gegeben sei ein Aufbau zur aktiven optischen Triangulation (ähnlich zu Folie 22 im *Foliensatz input*). Der Einfachheithalber nehmen wir eine idealisierte Kamera (Lochkameramodell) anstatt eines Linsensystems an.



Zu Beginn sind folgende Größen bekannt:

- Die Basislänge $b = 150$ cm
- Der Spiegelwinkel γ
- Die Länge $c_1 = 48$ mm des Vollformat-Photochips (x-Auflösung 8192 Pixel) in der Kamera. Die Achse $x = 0$ verläuft also zwischen Pixel 4095 und $4096 \in [0, 8191]$.
- Der Abstand $c_2 = 24$ mm des Photochips vom Loch der Kamera
- Die Position des Kameralochs im $(x, z)^\mathsf{T}$-Koordinatensystem ist $(0, 0)^\mathsf{T}$. Der Ursprung des Systems befindet sich also im Kameraloch und wurde nur zur besseren Übersicht rechts unten im Bild platziert.
- Wir haben es hier mit einer idealisierten Welt zu tun, in der alle in der Kamera eintreffenden Strahlen das Kameraloch, also Koordinate $(0, 0)^\mathsf{T}$, passieren.

a) Stellen Sie die Gleichung $\beta = f_1(p)$ auf, um aus einer Pixelposition p (Ganzzahl zwischen 0 und 8191) den Winkel β zu berechnen. Verwenden sie dabei die Koordinate des Pixelmittelpunktes!

Wie groß ist β, wenn der Laserpunkt in der Mitte von Pixel 5223 registriert wird?

1 Punkt

b) Stellen Sie die Gleichung $\alpha = f_2(\gamma)$ auf, um aus dem Spiegelwinkel γ den Winkel α zu berechnen.

Berechnen Sie $f_2(45^\circ)$ und $f_2(77^\circ)$.

0.5 Punkte

Prof. Dr. Dieter W. Fellner
M.Sc. Roman Getto
Julian Zobel

c) Stellen Sie die Gleichung $z = f_3(\alpha, \beta)$ auf, um aus den Winkeln α und β den Tiefenwert z zu berechnen.

Welcher Tiefenwert gehört zu den Winkeln $\alpha = 15°$ und $\beta = 30°$?

0.5 Punkte

d) Stellen Sie die Gleichung $x = f_4(\beta, z)$ auf, um aus dem Winkel β und z die x-Koordinate zu berechnen.

Berechnen Sie $f_4(40°, 100\ \text{cm})$.

0.5 Punkte

e) Stellen Sie nun die Gesamtgleichung $(x, z)^\mathsf{T} = f_5(p, \gamma)$ auf, um aus der Pixelposition p und dem Winkel γ die Koordinaten $(x, z)^\mathsf{T}$ des abgetasteten Punktes zu berechnen. Kürzen Sie sich aufhebende tan und atan Funktionen.

1 Punkt

f) Zum Spiegelwinkel $\gamma = 67°$ wird ein Laserpunkt im Mittelpunkt von Pixel 5730 registriert. Welche Koordinaten hat der abgetastete Punkt mit oben beschriebenem Aufbau?

0.5 Punkte

Prof. Dr. Dieter W. Fellner
M.Sc. Roman Getto
Julian Zobel