

Graphische Datenverarbeitung WS17/18

Theorieübung 3

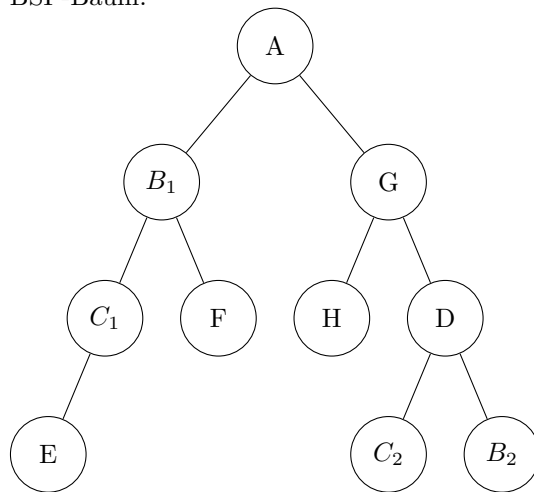
Salmah Ahmad (2880011) Markus Höhn (1683303)
Tobias Mertz (2274355) Steven Lamarr Reynolds (1620638)
Sascha Zenglein (2487032)

23. Januar 2018

Aufgabe 1: Räumliche Datenstrukturen (2 Punkte)

a) (1 Punkt)

BSP-Baum:



b) (1 Punkt)

Zeichenreihenfolge (Zuerst \rightarrow Zuletzt):

H, G, B_2 , D, C_2 , A, C_1 , E, B_1 , F

Aufgabe 2: Projektionen (5 Punkte)

a) a)

i i

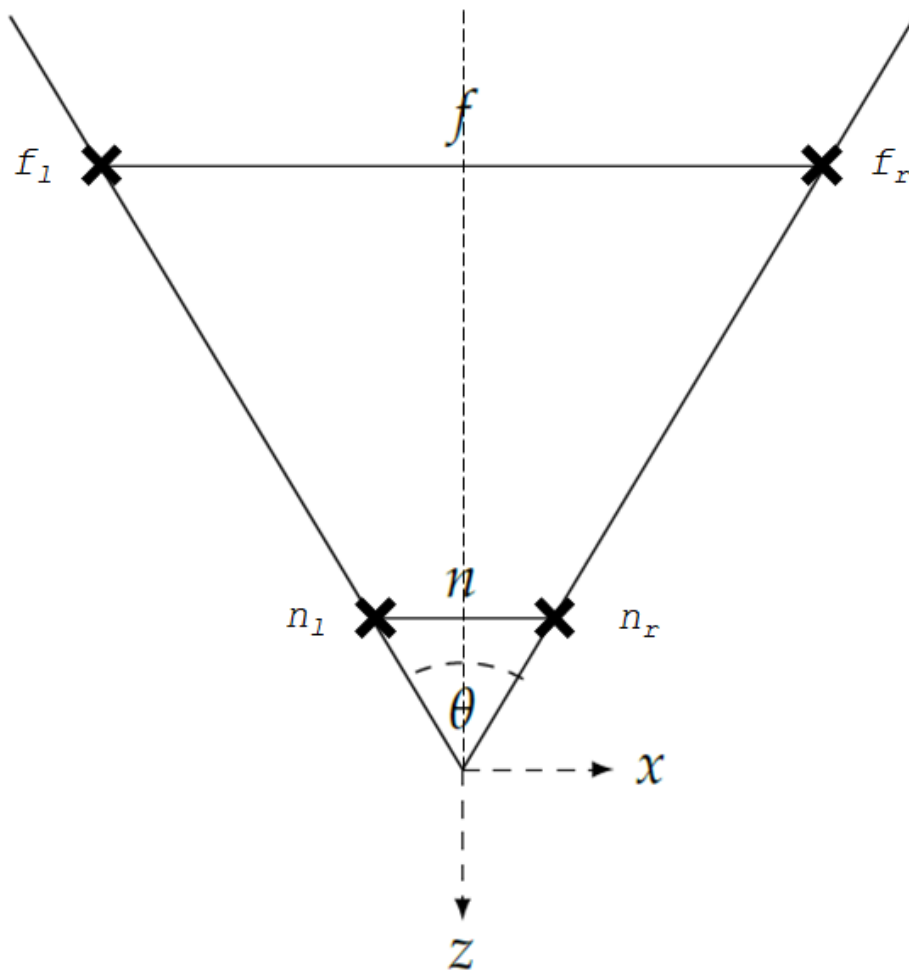
$$f_l = \begin{pmatrix} \tan(\frac{\theta}{2}) \cdot f \\ f \end{pmatrix}$$

$$f_r = \begin{pmatrix} -\tan(\frac{\theta}{2}) \cdot f \\ f \end{pmatrix}$$

$$n_l = \begin{pmatrix} \tan(\frac{\theta}{2}) \cdot n \\ n \end{pmatrix}$$

$$n_r = \begin{pmatrix} -\tan(\frac{\theta}{2}) \cdot n \\ n \end{pmatrix}$$

ii ii

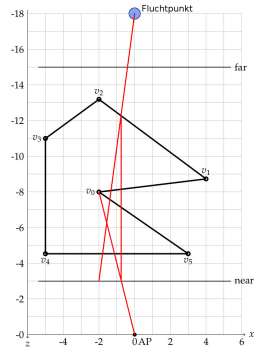


$$\begin{aligned}
f_l &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \frac{-f}{-n} & -f \\ 0 & -\frac{1}{-n} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tan(\frac{\theta}{2}) \cdot f \\ f \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{-n}{f} \cdot \tan(\frac{\theta}{2}) \cdot f \\ -\frac{-n}{f} \cdot (-f) - (-f - n) \\ 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} n \cdot \tan(\frac{\theta}{2}) \\ f \\ 1 \end{pmatrix} \\
f_r &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \frac{-f}{-n} & -f \\ 0 & -\frac{1}{-n} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\tan(\frac{\theta}{2}) \cdot f \\ f \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{-n}{f} \cdot (-\tan(\frac{\theta}{2})) \cdot f \\ -\frac{-n}{f} \cdot (-f) - (-f - n) \\ 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -n \cdot \tan(\frac{\theta}{2}) \\ f \\ 1 \end{pmatrix} \\
n_l &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \frac{-f}{-n} & -f \\ 0 & -\frac{1}{-n} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tan(\frac{\theta}{2}) \cdot n \\ n \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{-n}{n} \cdot \tan(\frac{\theta}{2}) \cdot n \\ -\frac{-n}{n} \cdot (-f) - (-f - n) \\ 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} n \cdot \tan(\frac{\theta}{2}) \\ n \\ 1 \end{pmatrix} \\
n_r &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \frac{-f}{-n} & -f \\ 0 & -\frac{1}{-n} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\tan(\frac{\theta}{2}) \cdot n \\ n \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{-n}{n} \cdot (-\tan(\frac{\theta}{2})) \cdot n \\ -\frac{-n}{n} \cdot (-f) - (-f - n) \\ 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -n \cdot \tan(\frac{\theta}{2}) \\ n \\ 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

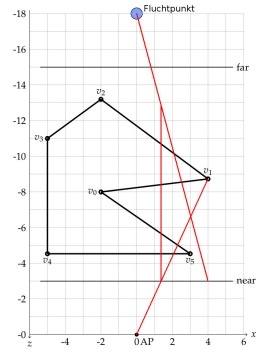
iii iii

$$\begin{aligned}
r &= n \cdot \tan(\frac{\theta}{2}) \quad l = -n \cdot \tan(\frac{\theta}{2}) \\
f'_l &= P_0 \cdot f_l = \begin{pmatrix} \frac{2}{r-l} & 0 & \frac{r+l}{l-r} \\ 0 & \frac{2}{f-n} & \frac{-f-n}{f-n} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n \cdot \tan(\frac{\theta}{2}) \\ f \\ 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \frac{1}{n \cdot \tan(\frac{\theta}{2})} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{f-n} & \frac{-f-n}{f-n} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n \cdot \tan(\frac{\theta}{2}) \\ f \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\
f'_r &= P_0 \cdot f_r = \begin{pmatrix} \frac{1}{n \cdot \tan(\frac{\theta}{2})} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{f-n} & \frac{-f-n}{f-n} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -n \cdot \tan(\frac{\theta}{2}) \\ f \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\
n'_l &= P_0 \cdot n_l = \begin{pmatrix} \frac{1}{n \cdot \tan(\frac{\theta}{2})} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{f-n} & \frac{-f-n}{f-n} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n \cdot \tan(\frac{\theta}{2}) \\ n \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \\
n'_r &= P_0 \cdot n_r = \begin{pmatrix} \frac{1}{n \cdot \tan(\frac{\theta}{2})} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{f-n} & \frac{-f-n}{f-n} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -n \cdot \tan(\frac{\theta}{2}) \\ n \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

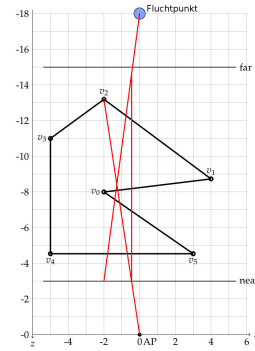
b) b)



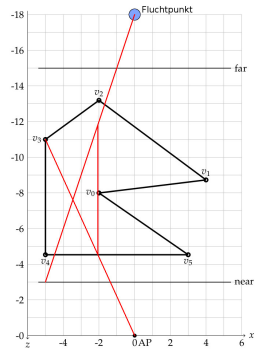
(a) 0



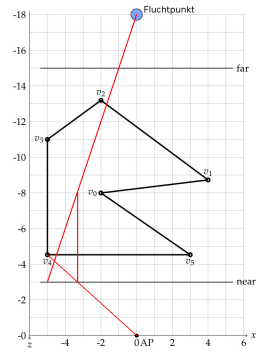
(b) 1



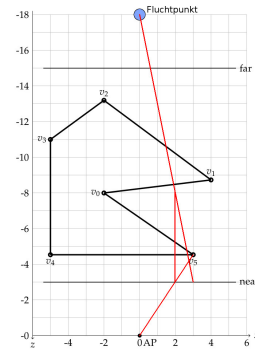
(c) 2



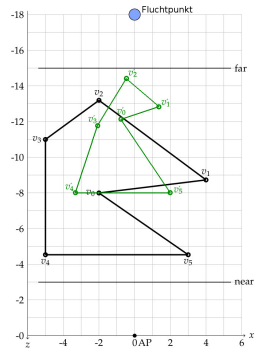
(d) 3



(e) 4



(f) 5

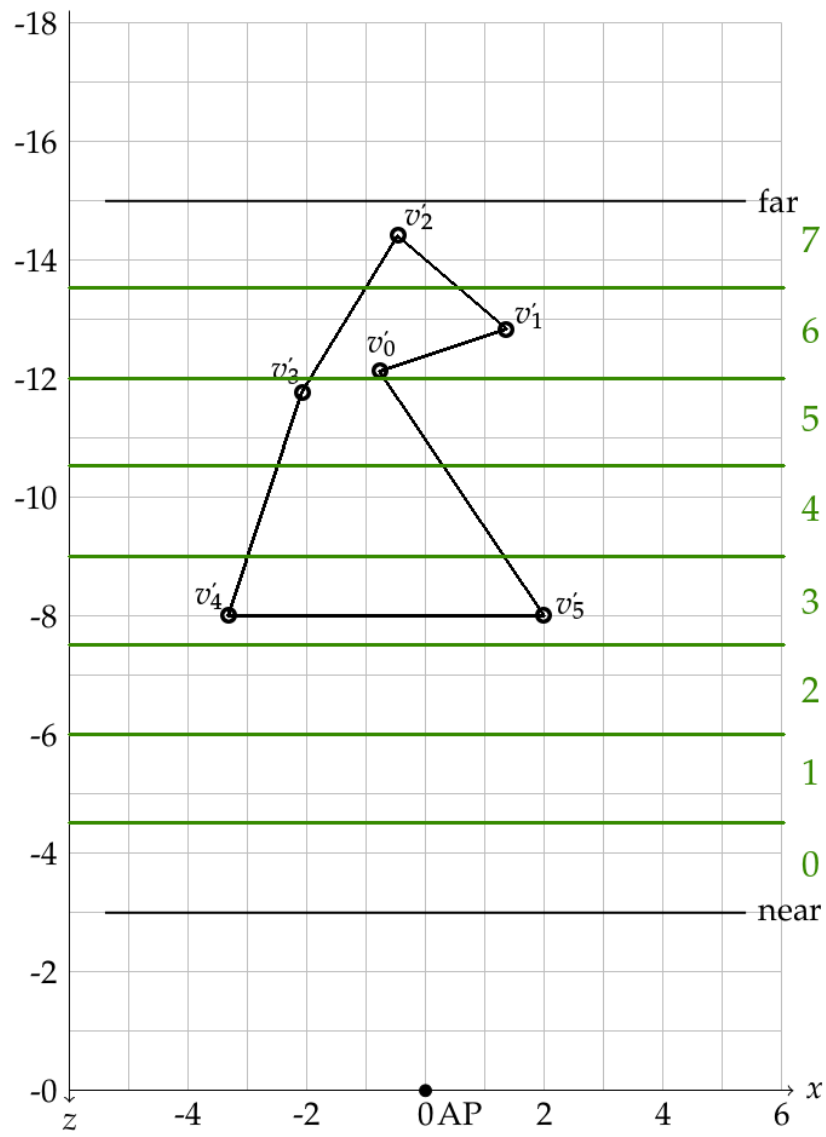


(g) alle Punkte

Alle Ergebnisse

c) c)

$$\begin{aligned} z'_0 &= 6 \\ z'_1 &= 6 \\ z'_2 &= 7 \\ z'_3 &= 5 \\ z'_4 &= 3 \\ z'_5 &= 3 \end{aligned}$$



d) d)

$$z' = f(z) = z \cdot \left(1 + \frac{f}{n}\right) - f$$

$$z' + f = z \cdot \left(1 + \frac{f}{n}\right)$$

$$\frac{z' + f}{1 + \frac{f}{n}} = z = g(z')$$

Tiefenwert 1:

$$[g(-4.5), g(-6)] = \left[\frac{-4.5-15}{1+\frac{15}{3}}, \frac{-6-15}{1+\frac{15}{3}} \right] = \left[-\frac{19.5}{6}, -\frac{21}{6} \right] = [-3.25, -3.5]$$

Tiefenwert 6:

$$[g(-12), g(-13.5)] = \left[\frac{-12-15}{1+\frac{15}{3}}, \frac{-13.5-15}{1+\frac{15}{3}} \right] = \left[-\frac{27}{6}, -\frac{28.5}{6} \right] = [-4.5, -4.75]$$

Aufgabe 3: Clipping (3 Punkt)

CSA: OURL

Dreieck: $A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 16 \\ 5 \end{pmatrix}$

Fenster: $Q_{min} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $Q_{max} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix}$

Rechts:

CSA für die Dreiecksseiten:

Endpunkte: A: 0101, B: 1000, C: 0010

AB: $A \& B = 0000$, $A \mid B = 1101$

AC: $A \& C = 0000$, $A \mid C = 0111$

BC: $B \& C = 0000$, $B \mid C = 1010$

Clipping: $\left(Q_1 = \begin{pmatrix} 12 \\ 1 \end{pmatrix}, Q_2 = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix}, n = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$

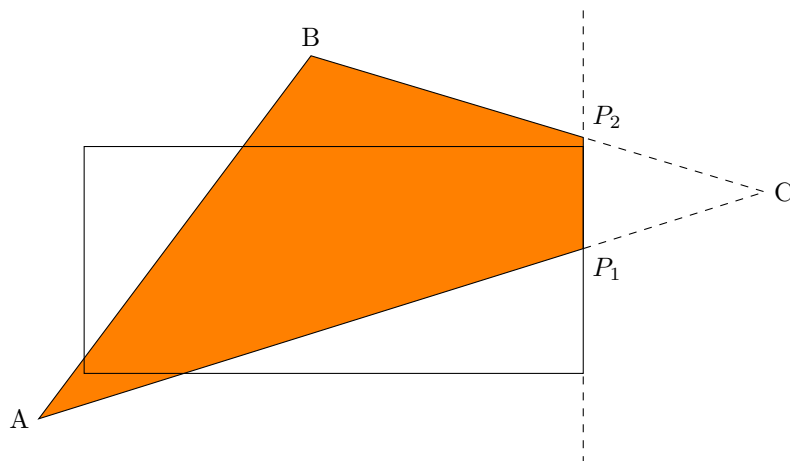
Schnittpunkte nach Liang-Barsky berechnen. CSA ergibt AC und BC als schneidende Segmente.

$$P_1 = A + \frac{Q_1 \cdot n - A \cdot n}{(C - A) \cdot n} \cdot (C - A) = \frac{-60}{-80} \cdot C = \begin{pmatrix} 12 \\ 3.75 \end{pmatrix}$$

$$P_2 = B + \frac{Q_2 \cdot n - B \cdot n}{(C - B) \cdot n} \cdot (C - B) = B + \frac{-30}{-50} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \end{pmatrix} = B + \begin{pmatrix} 6 \\ -1.8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6.2 \end{pmatrix}$$

Neue Eckpunkte: $\{A, B, P_2, P_1\}$

Visualisierung:



Oben:

CSA für die Liniensegmente:

Endpunkte: A: 0101, B: 1000, P_1 : 0000, P_2 : 1000

AB: $A \& B = 0000$, $A \mid B = 1101$

BP_2 : $B \& P_2 = 1000$, $B \mid P_2 = 1000$

P_1P_2 : $P_2 \& P_1 = 0000$, $P_2 \mid P_1 = 1000$

P_1A : $P_1 \& A = 0000$, $P_2 \mid A = 0101$

Clipping: $\left(Q_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad Q_2 = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad n = \begin{pmatrix} 0 \\ -11 \end{pmatrix} \right)$

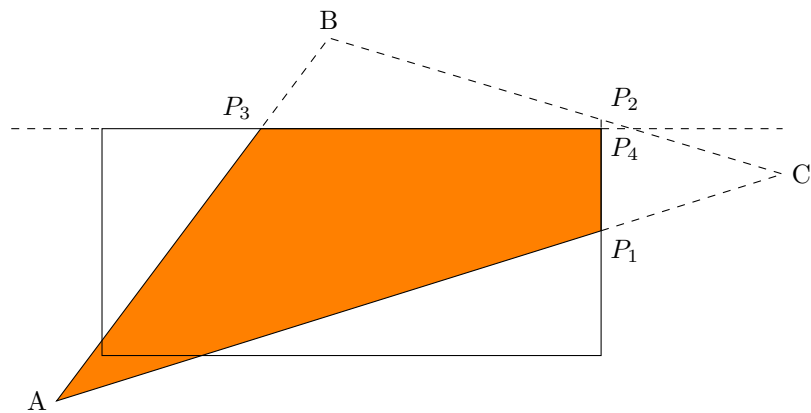
Schnittpunkte nach Liang-Barsky berechnen. CSA ergibt P_1P_2 und AB als schneidende Segmente.

$$P_3 = A + \frac{Q_1 \cdot n - A \cdot n}{(B - A) \cdot n} \cdot (B - A) = \frac{-66}{-88} \cdot B = 0.75 \cdot B = \begin{pmatrix} 4.5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} P_4 &= P_1 + \frac{Q_2 \cdot n - P_1 \cdot n}{(P_2 - P_1) \cdot n} \cdot (P_2 - P_1) \\ &= \begin{pmatrix} 12 \\ 3.75 \end{pmatrix} + \frac{-24.75}{-26.95} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2.45 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 3.75 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2.25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Neue Eckpunkte: $\{A, P_3, P_4, P_1\}$

Visualisierung:



Unten:

CSA für die Liniensegmente:

Endpunkte: A: 0101, P_3 : 0000, P_4 : 0000, P_1 : 0000

AP_3 : A & P_3 : 0000, A | P_3 : 0101

P_3P_4 : P_3 & P_4 : 0000, P_3 | P_4 : 0000

P_1P_4 : P_1 & P_4 : 0000, P_1 | P_4 : 0000

AP_1 : P_1 & A: 0000, P_1 | A: 0101

Clipping: $\left(Q_1 = \begin{pmatrix} 12 \\ 1 \end{pmatrix}, Q_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, n = \begin{pmatrix} 0 \\ 11 \end{pmatrix}\right)$

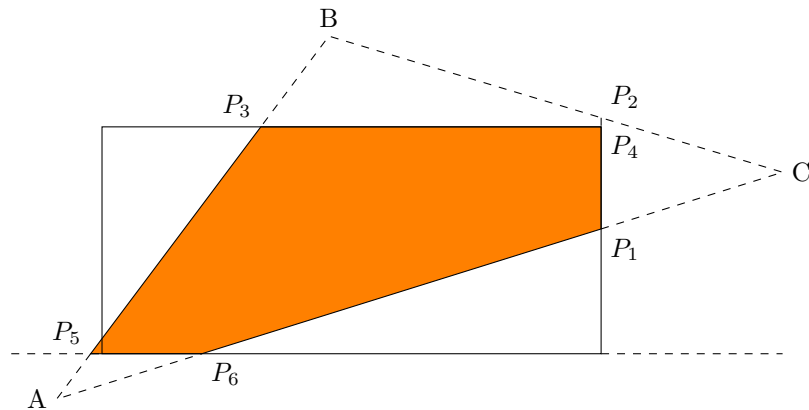
Schnittpunkte nach Liang-Barsky berechnen. CSA ergibt P_3A und P_1A als schneidende Segmente.

$$\begin{aligned} P_5 &= P_3 + \frac{Q_1 \cdot n - P_3 \cdot n}{(A - P_3) \cdot n} \cdot (A - P_3) = P_3 + \frac{-55}{66} \cdot \begin{pmatrix} -4.5 \\ -6 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4.5 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3.75 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.75 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_6 &= P_1 + \frac{Q_2 \cdot n - P_1 \cdot n}{(A - P_1) \cdot n} \cdot (A - P_1) = P_1 + \frac{-30,25}{-41,25} \cdot \begin{pmatrix} -12 \\ -3.75 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 12 \\ 3.75 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8.8 \\ -2,75 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.2 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Neue Eckpunkte: $\{P_5, P_3, P_4, P_1, P_6\}$

Visualisierung:



Links:

CSA für die Liniensegmente:

Endpunkte: P_5 : 0001, P_3 : 0000, P_4 : 0000, P_1 : 0000, P_6 : 0000

P_5P_3 : P_5 & P_3 : 0000, $P_5 \mid P_3$: 0001

P_3P_4 : P_3 & P_4 : 0000, $P_3 \mid P_3$: 0000

P_4P_1 : P_4 & P_1 : 0000, $P_4 \mid P_3$: 0000

P_1P_6 : P_1 & P_6 : 0000, $P_1 \mid P_3$: 0000

P_6P_5 : P_6 & P_5 : 0000, $P_6 \mid P_3$: 0001

Clipping: $\left(Q_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad Q_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad n = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$

Schnittpunkte nach Liang-Barsky berechnen. CSA ergibt P_6P_5 und P_3P_5 als schneidende Segmente.

$$\begin{aligned} P_7 &= P_6 + \frac{Q_1 \cdot n - P_6 \cdot n}{(P_5 - P_6) \cdot n} \cdot (P_5 - P_6) = P_6 + \frac{-11}{-12.25} \cdot \begin{pmatrix} -2,45 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3,2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2,2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ P_8 &= P_3 + \frac{Q_2 \cdot n - P_3 \cdot n}{(P_5 - P_3) \cdot n} \cdot (P_5 - P_3) = P_3 + \frac{-17,5}{-18,75} \cdot \begin{pmatrix} -3,75 \\ -5 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4,5 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3,5 \\ -\frac{14}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{4}{3} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Neue Eckpunkte: $\{P_7, P_8, P_3P_4, P_1, P_6\}$

Visualisierung:

