Graphische Datenverarbeitung WS17/18
Theorieübung 1

Salmah Ahmad (2880011) Markus Höhn (1683303)
Tobias Mertz (2274355) Steven Lamarr Reynolds (1620638)
Sascha Zenglein (2487032)

15. November 2017

Aufgabe 1: Pipeline

a) Aus was besteht der Input der Pipeline?

Der Input der Pipeline besteht aus einer gegebenen Szenenbeschreibung.

b) Zum Input gehören unter anderem „Objekte“. In welcher Form sind konkrete „Objekte“ im Input gegeben?

- (virtuelle) Kamera
- Dreidimensionale Objekte
- Lichtquellen
- Beleuchtungsalgorithmen
- Texturen
- ...

c) Was ist der Output der Pipeline?

Der Output der Pipeline ist ein 2D Bild der gegeben Szenenbeschreibung.

d) Weshalb ist eine Pipeline die aus n Abschnitten besteht (theoretisch) n-mal schneller als eine Pipeline mit nur einem Abschnitt?

Bei einer Pipeline mit n Abschnitten kann eine parallele Verarbeitung durchgeführt werden.

e) Weshalb ist die Pipeline Geschwindigkeit vom Bottleneck abhängig? Wieso warten die anderen Pipeline-Abschnitte bis der Bottleneck-Abschnitt fertig ist?

Der Bottleneck-Abschnitt ist der langsamste der Pipeline. Die Berechnung eines Frames basiert auf den Ergebnissen der vorausgegangenen Pipeline-Abschnitte. Daher ist die Geschwindigkeit der Pipeline abhängig vom langsamsten Verarbeitungsschritt.

Aufgabe 2: Model & View Transformation

a) Stellen Sie die Gleichung $(x, z)^T = f(u, v)$ auf, die die u, v Koordinaten in das Weltkoordinatensystem transformiert. Bestimmen Sie nun die Position der Szenenobjekte bezüglich des Weltkoordinatensystems.

$$f(u,v) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & r \cdot \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) & -\cos(\alpha) & -r \cdot \sin(\alpha) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ergebnisse:

- Sonne: $(0, 0)^T$
- Planet: $(-2\sqrt{3}, -2)^T$
- Mond: $(2 - 2\sqrt{3}, -3)^T$

b) Bestimmen Sie, welche Translation und welche Rotation auf die Szene ausgeübt werden müssen, um die Kamera in den Ursprung zu verschieben und anschließend die Blickrichtung nach -z zu rotieren.

- Translation: $(-2, -2\sqrt{3})^T$
- Winkel: $\arctan(\frac{2}{2\sqrt{3}}) = 30°$
- Rotation: $\begin{pmatrix} \cos(30°) & -\sin(30°) \\ \sin(30°) & cos(30°) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$

c) Berechnen Sie die Position der Szenenobjekte nach der Model- und View-Transformation. Fertigen Sie eine Skizze an.

Aufgabe 3: Optische Triangulation

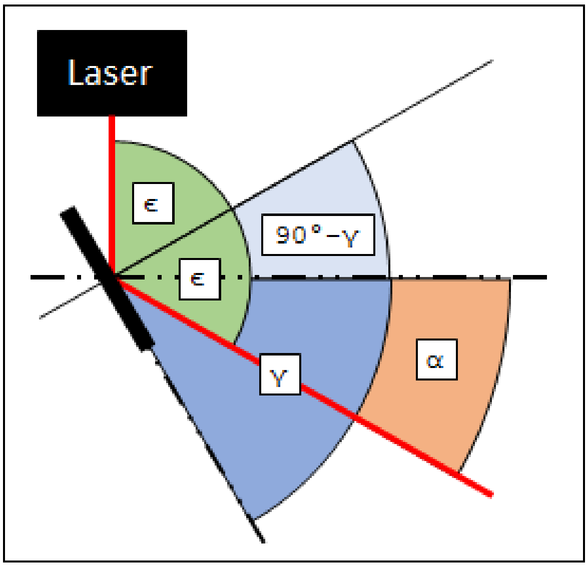
a) Stellen Sie die Gleichung $\beta = f_1(p)$ auf, um aus einer Pixelposition p den Winkel β zu berechnen. Verwenden Sie dabei die Koordinate des Pixelmittelpunktes!
Wie groß ist β, wenn der Laserpunkt in der Mitte von Pixel 5223 registriert wird?

$$f_1(p) = \arctan\left(\frac{|(\frac{p}{8191}) \cdot 48mm - 24mm)|}{24mm}\right) := \beta$$

$f_1(5223) = 15,3923°$

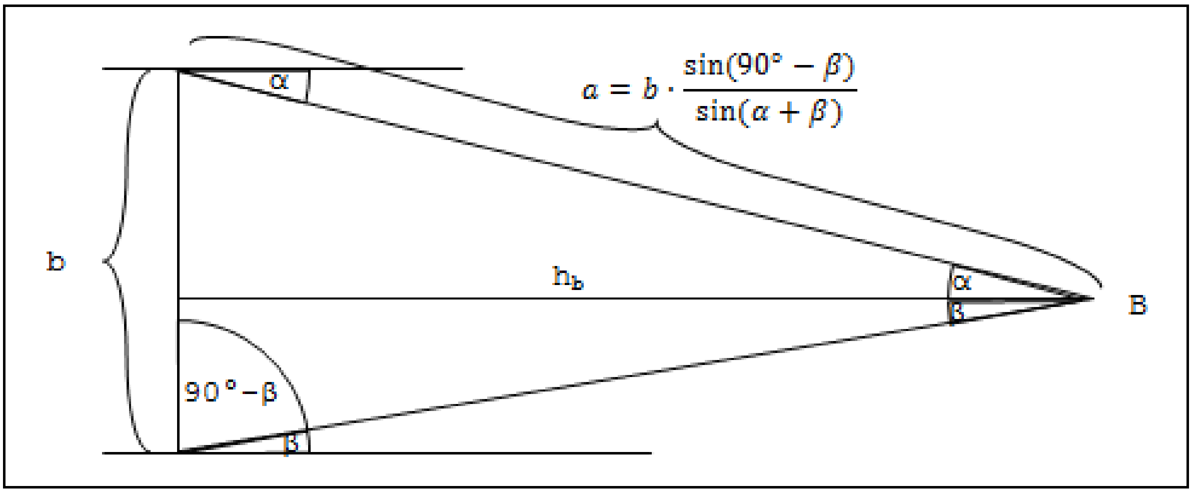
b) Stellen Sie die Gleichung $\alpha = f_2(\gamma)$ auf, um aus dem Spiegelwinkel γ den Winkel α zu berechnen.
Berechnen Sie $f_2(45°)$ und $f_2(77°)$.

- $f_2(45°) = 2 \cdot 45° - 90° = 0°$
- $f_2(77°) = 2 \cdot 77° - 90° = 64°$



$$\begin{aligned}\alpha &= \epsilon - (90^\circ - \gamma) \qquad mit \quad \epsilon = 90^\circ - (90^\circ - \gamma)\\ &= (90^\circ - (90^\circ - \gamma)) - (90^\circ - \gamma)\\ &= 90^\circ - 90^\circ + \gamma - 90^\circ + \gamma\\ &= 2\gamma - 90^\circ\end{aligned}$$

b) Berechnung α



c) Berechnung z

c) Stellen Sie die Gleichung $z = f_3(\alpha, \beta)$ auf, um aus den Winkeln α und β den Tiefenwert z zu berechnen.
Welcher Tiefenwert gehört zu den Winkeln $\alpha = 15^\circ$ und $\beta = 30^\circ$?

Mithilfe des Sinussatzes gilt:

$$a = b \cdot \frac{\sin(90^\circ - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$$

Weiter gilt:

$$\cos(\alpha) = \frac{h_b}{a}$$

Mit $h_b := z$ gilt:

$$z = f_3(\alpha, \beta) = \cos(\alpha) \cdot \frac{b \cdot \sin(90^\circ - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$$

Für $\alpha = 15^\circ$ und $\beta = 30^\circ$ folgt:

$$z = \cos(15^\circ) \cdot \frac{150mm \cdot \sin(90^\circ - 30^\circ)}{\sin(15^\circ + 30^\circ)} = 177.4519mm$$

d) Stellen Sie die Gleichung $x = f_4(\beta, z)$ auf, um aus dem Winkel β und z die x-Koordinate zu berechnen
Berechnen sie $f_4(40°, 100cm)$.

$$x = f_4(\beta, z) = \tan(\beta) \cdot z$$

$f_4(40°, 100cm) = \tan(40°) \cdot 100cm = 83,91m$

e) Stellen Sie nun die Gesamtgleichung $(x, z)^T = f_5(p, \gamma)$ auf, um aus der Pixelposition p und dem Winkel γ die Koordinaten $(x, z)^T$ des abgetasteten Punktes zu berechnen.

$$f_5(p, \gamma) = \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_4\langle f_1(p), f_3[f_2(\gamma), f_1(p)]\rangle \\ f_3[f_2(\gamma), f_1(p)] \end{pmatrix}$$

f) Zum Spiegelwinkel $\gamma = 67°$ wird ein Laserpunkt im Mittelpunkt von Pixel 5730 registriert. Welche Koordinaten hat der abgetastete Punkt mit oben beschriebenen Aufbau?

$$f_5(67°, 5730) = (43,8637, 109,9074)^T$$