GDV1 Theorieübung 4 (10 Punkte)

Abgabemodalitäten

Abgabetermin: 30.01.2018 um 9:50

Es wird eine Lösung pro Gruppe abgegeben. Die Lösung kann auf Moodle hochgeladen werden oder sie kann handschriftlich in der Übung abgegeben werden. Bitte die **Gruppennummer** auf allen Blättern angeben.

Aufgabe 1 Beleuchtung (4 Punkte)

a) Neben dem RGB-Farbmodell existiert z.B. auch das HSV-Farbmodell. Dabei wird eine Farbe durch die drei Werte **H**ue, **S**aturation und **V**alue definiert. Hue gibt den Farbwert auf einem Farbkreis in Grad an (Werte in [0,360)). Saturation ist die Sättigung in % (Werte in [0,100]). Value ist die Helligkeit in % (Werte in [0,100]).

   Gegeben sei ein Magenta im RGB-Raum als (255,0,255) und ein Grün im RGB-Raum als (0,255,0).

   Es soll nun eine lineare Interpolation der Werte vom vorgegebenen Magenta zum vorgegebenen Grün im RGB und im HSV Farbraum erzeugt werden.

   i. Recherchieren Sie wie RGB Werte in HSV Werte transformiert werden. Geben Sie die HSV Werte für das vorgegebene Magenta und für das vorgegebene Grün an.

   ii. Geben Sie jeweils eine Funktion für den RGB-Raum $f_{RGB}(x) = (R, G, B)$ und für den HSV-Raum $f_{HSV}(x) = (H, S, V)$ an, die für ein $x \in [0, 1]$ von Pink zu Grün linear interpoliert. Das heißt es soll $f_{RGB}(0) = (255, 0, 255)$ und $f_{RGB}(1) = (0, 255, 0)$.

   iii. Recherchieren Sie wie der RGB-Würfel und der HSV-Kegel aussehen. Beide sind räumliche Darstellungen der jeweiligen Farbräume. Zeichnen Sie den Würfel und den Kegel und markieren Sie jeweils den räumlichen Verlauf der Interpolation von Magenta nach Grün in beiden Farbräumen.

   iv. Berechnen Sie für $f_{RGB}(x)$ und $f_{HSV}(x)$ mehrere Werte $x \in [0, 1]$ der Interpolation und finden Sie heraus welche Farben diesen Werten entsprechen. Wie sieht farblich die Interpolation von Magenta nach Grün im RGB Raum aus? Wie sieht die Interpolation im HSV Raum aus? Erklären Sie kurz warum derart unterschiedliche Interpolationen von Magenta nach Grün in den beiden Farbräumen entstehen.

1 Punkt

Prof. Dr. Dieter W. Fellner
M.Sc. Roman Getto
Julian Zobel

b) Betrachten Sie die folgende Tabelle, welche die Eigenschaften der Beleuchtungs-Modelle aus der Vorlesung aufsteigend nach der Anzahl der Dimensionen darstellt.

Dim.	Modell	Variablen (E = Lichteinfall, A = Lichtausgang)	Darstellbarer Effekt/Material	Beispiel
3	Isotropic BRDF	E-höhenwinkel + A-höhenwinkel + A-richtungswinkel	Isotropes Material	Papier, Plastik
4	BRDF	+ E-richtungswinkel	Homogenes Material	Gebürstetes Metall
6	Spatially Varying BRDF	+ E-position (2D)	Inhomogenes Material	Holzmaserung
8	BSSRDF	+ A-position (2D)	Subsurface Scattering	Haut, Marmor
9	Scattering Function	+ E-wellenlänge	Fluoreszenz	Fluorit
12	allgemeines Reflexionsmodell	+ A-wellenlänge, E-Zeitpunkt, A-Zeitpunkt	Phosphoreszenz	Leuchtstab

Die Grafikpipeline sieht vor, dass alle Dreiecke getrennt und damit auch parallel bearbeitet werden. Die Auswertung der Beleuchtungsgleichung soll also möglichst auch für jeden Vertex unabhängig von der restlichen Szene geschehen. Deshalb sind in der klassischen Grafikpipeline eigentlich nur lokale Beleuchtungsmodelle vorgesehen (Während Raytracing globale Effekte berücksichtigen kann). Begründen Sie welche der 6 Beleuchtungsmodelle lokal berechnet werden können und welche nicht. Gehen sie dabei insbesondere darauf ein ob und welche der darstellbaren Effekte bzw. Material lokal berechenbar sind.

Bemerkung: Es ist natürlich immer möglich globale Effekte in die Rasterisierung zu integrieren indem globale Beleuchtungsteile (z.B. duch Radiosity) in der Anwendungsphase vorberechnet werden. Derartige Möglichkeiten sollen Sie hier aber nicht berücksichtigen.

1 Punkt

c) Die Gleichung des Phong Reflexionsmodells lautet

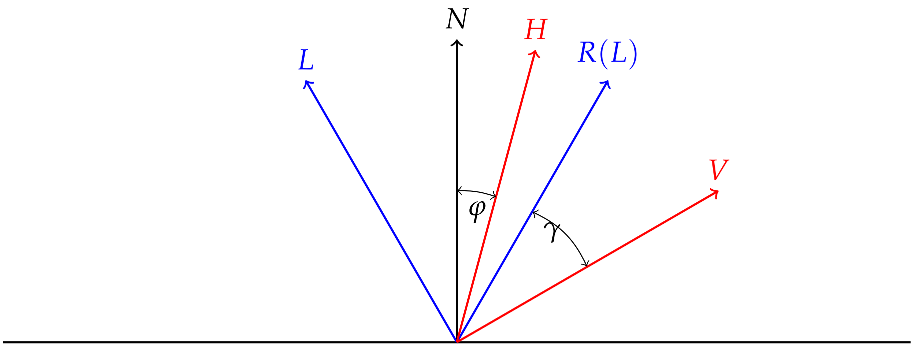
$$I_P = f_P(\gamma) = (R(L)^T \cdot V)^k \cdot E = \cos^k(\gamma) \cdot E$$

und die des Blinn-Phong Reflexionsmodells:

$$I_{BP} = f_{BP}(\varphi) = (H^T \cdot N)^k \cdot E = \cos^k(\varphi) \cdot E$$

Zu berücksichtigen ist außerdem die zusätzliche Bedingung dass das Skalarprodukt (bzw. der cosinus) in beiden Formeln größer als 0 sein muss. Ansonsten wird das Ergebnis gleich 0 gesetzt. Meistens wird zusätzlich auch noch gefordert dass das Skalarprodukt zwischen N und V positiv ist (Der Betrachter also überhaupt die Vorderseite der Fläche sehen kann).

Eine schematische Darstellung der Winkel und Vektoren sieht folgendermaßen aus :



Die Winkel γ und φ sind nicht identisch, wodurch auch die Reflexionsmodelle Phong und Blinn-Phong nicht identisch sind. Da die Modelle aber ohnehin nicht physikalisch korrekte Reflektion simulieren, ist keines der Modelle die richtige oder falsche Wahl. Beide Modelle simulieren den Effekt, dass weniger Licht reflektiert wird, je größer der Winkel zwischen idealer Reflektionsrichtung und Betrachterrichtung ist.

Gegeben Sei:

$$N = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, V = \begin{pmatrix} \sqrt{0.5} \\ \sqrt{0.5} \\ 0 \end{pmatrix}, H = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{6}}{6} \\ \frac{\sqrt{6}}{3} \\ -\frac{\sqrt{6}}{6} \end{pmatrix}, \|L+V\| = \sqrt{3}, k = 1 \text{ und } I_{BP} = \frac{\sqrt{6}}{3} \approx 0.82$$

Berechnen Sie I_P, E, γ, ϕ, L und $R(L)$.

Bemerkung: Falls L, N und V in einer Ebene liegen, ist $\gamma = 2\varphi$. Dies ist in dieser Aufgabe jedoch nicht der Fall.

1 Punkt

d) Existiert ein Fall bei dem $\gamma = \varphi$, obwohl $I_B \neq 0$ bzw. $I_{BP} \neq 0$?

0.5 Punkte

e) Ist es möglich, dass $I_P = 0$, obwohl $I_{BP} > 0$?

0.5 Punkte

Aufgabe 2 Texturierung (2 Punkte)

a) Wie lautet die Umkehrfunktion $(u, v)^T = F_{\text{inv map}}(x, y, z)$ für normalisierte Texturkoordinaten (d.h. $u, v \in [0, 1]$) beim Zylinder-Mapping? Gegeben sei also x, y, z sowie die Zylinderparameter r und h.

Hinweis: Für die u-Koordinate müssen Sie zunächst den Winkel θ zwischen der z-Achse und der Projektion des Punktes (x, y, z) auf die x-z-Ebene berechnen. Außerdem müssen Sie für die u-Koordinate eine Fallunterscheidung angeben.

1 Punkt

b) Gegeben sei folgende Grauwert-Textur. Berechnen Sie die zugehörige Summed Area Table C_{sat}. Welchen Wert besitzt C_{avg} für das schraffierte Rechteck? Wieviele Texturzugriffe sparen wir bei der Berechnung von C_{avg} in dem Beispiel durch den Einsatz der SAT?

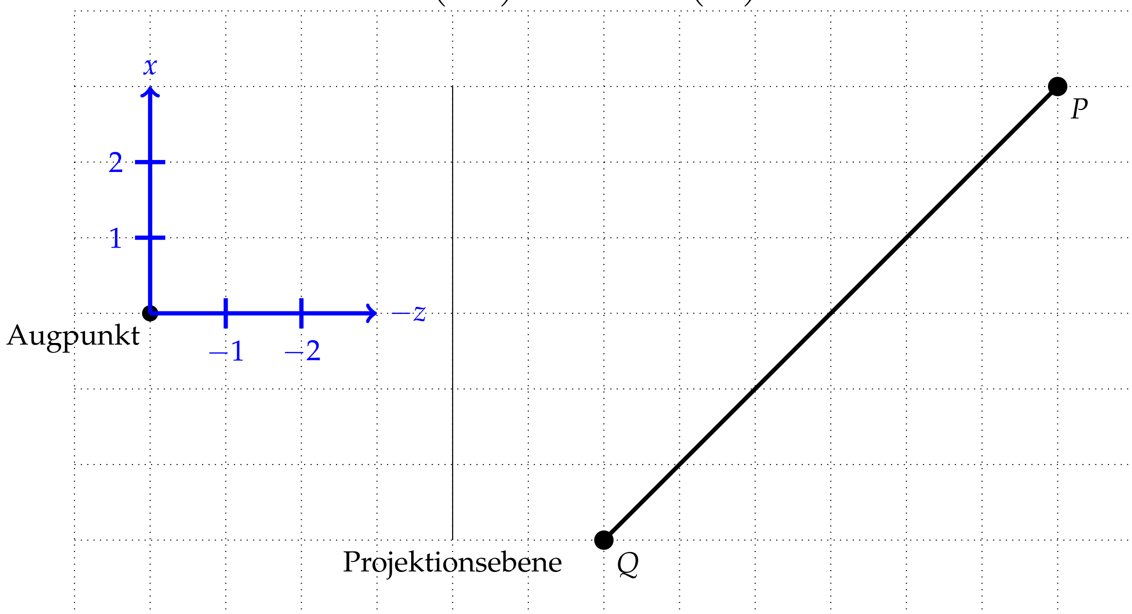
1 Punkt

5	1	2	4	2
2	3	4	1	1
2	1	1	3	1
2	2	1	3	5
0	2	2	3	1

Aufgabe 3 Perspektivisch korrekte Texturierung (4 Punkte)

In dieser Aufgabe soll die perspektivische Korrektur des Texturparameters berechnet werden. Gegeben sei eine Szene (vgl. Folie 57, Foliensatz *10-Texture*) in der xz-Ebene mit dem Augpunkt im Ursprung, Blickrichtung entlang $-z$, die Projektionsebene bei $z = -4$ und den zwei Punkten:

$$P = \begin{pmatrix} 3 \\ -12 \end{pmatrix} \text{ und } Q = \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix}$$



a) Bestimmen Sie die auf die Projektionsebene perspektivisch projizierten Punkte p und q von P und Q. Stellen Sie die Geradengleichungen $l_1(s)$ mit $s \in [0,1]$ für das Liniensegment von P nach Q und $l_2(t)$ mit $t \in [0,1]$ für das Liniensegment von p nach q auf.

Begründen Sie, warum $l_2(t)$ nicht das perspektivisch projizierte Liniensegment $l_1(s)$ ist.

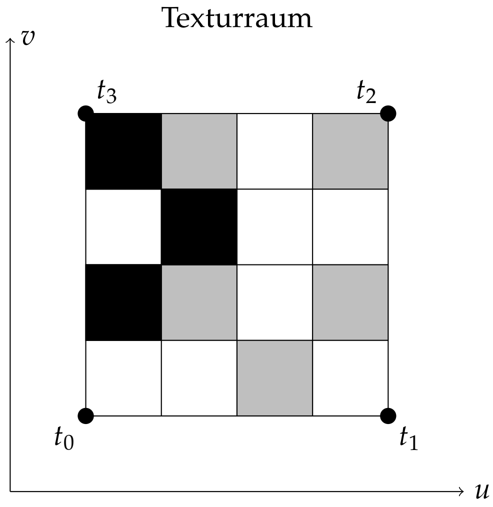
1 Punkt

b) Stellen Sie die Gleichung $l_3(s)$ für das perspektivisch projizierte Liniensegment $l_1(s)$ auf.

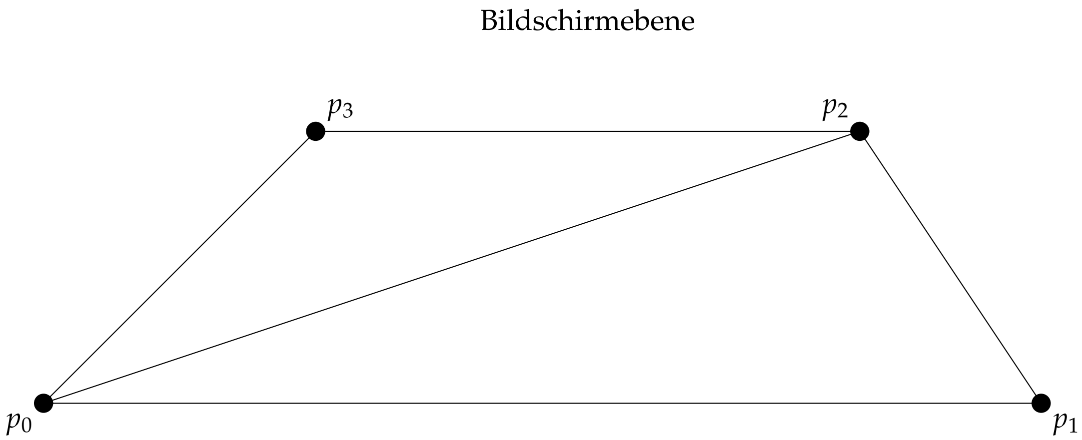
1 Punkt

c) Finden Sie durch Gleichsetzen von $l_2(t)$ und $l_3(s)$ die Abhängigkeit von s und t. Lösen Sie die Gleichung nach s auf. Begründen Sie warum es bei der Texturierung notwendig ist nach s umzustellen. **1 Punkt**

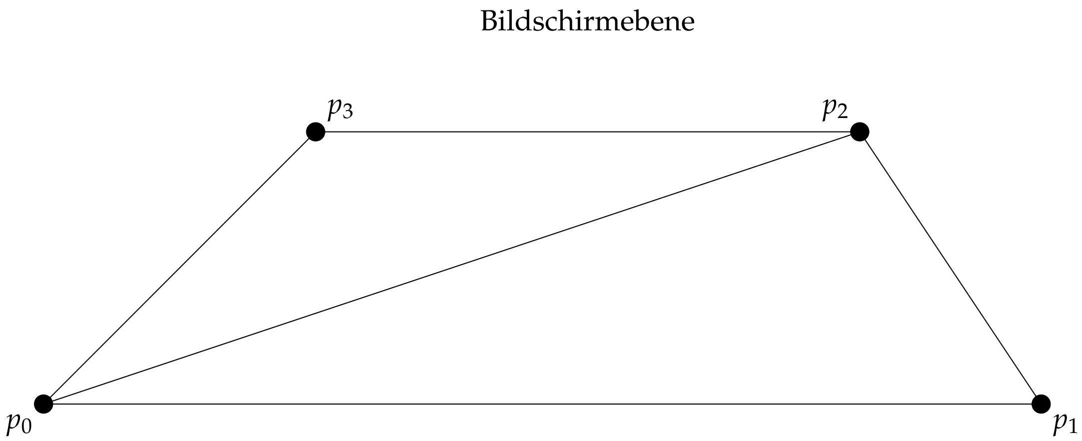
d) Gegeben sei folgende Textur, welche auf ein in die Tiefe gekippt und geschertes **Quadrat** (bestehend aus zwei Dreiecken) aufgebracht werden soll. Den Eckpunkten p_i sind die Texturkoordinaten $t_i = (u_i, v_i)$ für $i = \{0, 1, 2, 3\}$ zugewiesen.



Skizzieren Sie das Ergebnis der Texturierung des perspektivisch transformierten Quadrats, wenn **keine** perspektivische Korrektur vorgenommen wird.



Skizzieren Sie das Ergebnis der Texturierung des perspektivisch transformierten Quadrats **mit** perspektivischer Korrektur.



1 Punkt