



# 博弈论

张冠湘

2014 4

华南理工大学经贸学院物流工程系

Email: [gxzhang@scut.edu.cn](mailto:gxzhang@scut.edu.cn)





## 第十二章 合作博弈的要素

- ❖ 同一博弈问题的理性解往往有多个，有两种最为重要，一种是不考虑其他人，只需最大化个人收益的非合作解，另一种是以整体收益最优为目标，参与者相互协调的合作解。
- ❖ 非合作博弈：参与者**无法**协调相互之间的战略选择，非合作博弈得到的解为非合作博弈解；
- ❖ 合作博弈：参与者**可以**协调相互之间的战略选择，合作博弈得到的解为合作博弈解
- ❖ **如果参与者的战略可以相互协调，什么样的战略选择才会带来整体最大收益呢？**





# 第十二章 合作博弈的要素

**12.1 自行车交易**

**12.2 可信的承诺**

**12.3 房地产开发**

**12.4 合作博弈的几个概念和要点**

**12.5 顺风车**

**12.6 一些政治联盟**

**12.7 国际联盟博弈**





## 12.1 自行车交易

- ❖ 乔伊有一辆自行车，但身无分文，他给自行车子估计货币价值是80美元。米奇有100美元，没有自行车，他认为一台自行车值100美元。
- ❖ 可供两人选择战略是出让或保留。乔伊可以将自行车卖给米奇，也可以不卖；而米奇可用手中任意数量的美元交换自行车，或者一分不给。

假如把该问题看做非合作博弈，其结果与囚徒困境十分相似  
对于两个人来说保留都是占优战略，  
(保留，保留) 都是占优战略均衡

假设乔伊把自行车卖给米奇，  
米奇要支付90美元

|               |    | 乔伊 (车值80美元) |         |
|---------------|----|-------------|---------|
|               |    | 出让          | 保留      |
| 米奇<br>(100美元) | 出让 | 110, 90     | 10, 170 |
|               | 保留 | 200, 0      | 100, 80 |



## 12.1 自行车交易

- ❖ 市场中往往存在着能够促使买卖双方进行互利交易的机构，这样就可以得到我们所期望的合作博弈解，即收益矩阵左上方的选择。当乔伊和米奇对交易问题达成一致时，他们就结成了联盟，将协调各自的战略
- ❖ 这个时候，自行车交易不再是非合作博弈，而变成了合作博弈问题

在合作博弈中，买卖双方的转让支付是与协议联系在一起的，这种支付叫做**旁支付**。

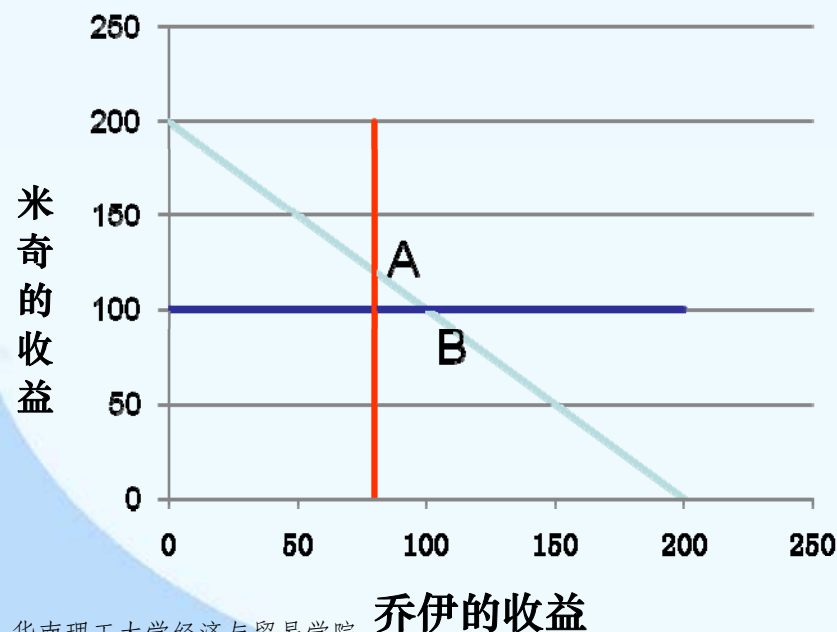
假设乔伊把自行车卖给米奇，米奇要支付**90**美元

|               |    | 乔伊（车值80美元） |         |
|---------------|----|------------|---------|
|               |    | 出让         | 保留      |
| 米奇<br>(100美元) | 出让 | 110, 90    | 10, 170 |
|               | 保留 | 200, 0     | 100, 80 |



## 12.1 自行车交易

- ❖ 前面的表并不是故事的全部，把自行车价格定在90美元只是其中一种情况，其价格可以升高或者降低，那么价格定为多少合适呢？
- ❖ 可行解是A、B之间的蓝线上的所有点
- ❖ 解集：允许旁支付的情况下，在保证每个参与者至少获得非合作博弈收益的基础上，使总收益达到最大值的所有合作联盟。



假设乔伊把自行车卖给米奇，  
米奇要支付90美元

|               |    | 乔伊（车值80美元） |         |
|---------------|----|------------|---------|
|               |    | 出让         | 保留      |
| 米奇<br>(100美元) | 出让 | 110, 90    | 10, 170 |
|               | 保留 | 200, 0     | 100, 80 |





# 第十二章 合作博弈的要素

12.1 自行车交易

12.2 可信的承诺

**12.3 房地产开发**

12.4 合作博弈的几个概念和要点

12.5 顺风车

12.6 一些政治联盟

12.7 国际联盟博弈





## 12.3 房地产开发

杰伊是一个房地产开发商，他希望把两块或更多的地产聚集在一起联合开发。凯、劳拉、马克各有一块地产，分别以K、L、M表示。杰伊详细地列出了地产所有者可能组成的各种联盟形式以及相应的收益

该博弈问题的解集包括两种可能的联盟结构，一个是**大联盟**(KLM)，另一个是第二行的(KL)(M)，总收益为11，多于其他选择。

大联盟

( grand coalition )

联盟结构  
(coalition structure)

|   | 联盟          | 收益          |
|---|-------------|-------------|
| 1 | (KLM)       | ( 11 )      |
| 2 | (KL) (M)    | (7) (4)     |
| 3 | (KM) (L)    | (4) (4)     |
| 4 | (LM) (K)    | (4) (4)     |
| 5 | (K) (L) (M) | (3) (3) (3) |

单人联盟 ( singleton coalition )





## 12.3 房地产开发

大联盟中，马克、凯和劳拉可以分别退出联盟，退出后收益可以达到4，为了保证三人都在联盟之中，必须使每人的收益至少为4，而大联盟的总收益只有11，所以**大联盟不稳定**

**第二行的联盟是一个稳定的联盟，因为任何参与者都不会因脱离联盟组成新的联盟而获益，我们称之为核。合作博弈的核包括所有能使联盟保持稳定的结盟方式**

通过旁支付进行调整。如果劳拉和凯都退出联盟，两人的收益则分别为3，要想这两个人加入联盟，则必须满足两人最低收益分别为3，一共是6。两人结盟的收益也恰好为7。所以通过旁支付使凯和劳拉每人分得3.5，马克得4，这一联盟就可以保持稳定

|   | 联盟          | 收益          |
|---|-------------|-------------|
| 1 | (KLM)       | ( 11 )      |
| 2 | (KL) (M)    | (7) (4)     |
| 3 | (KM) (L)    | (4) (4)     |
| 4 | (LM) (K)    | (4) (4)     |
| 5 | (K) (L) (M) | (3) (3) (3) |



## 12.3 房地产开发

- ❖ 在一个新的合作项目中，杰伊面对的是诺琳、皮特、和昆西，分别以N、P、Q表示。
- ❖ 与上例一样，解集是大联盟（NPQ）和第二行的（NP）（Q）
- ❖ 每人如果退出联盟，均可获得3的收益。所以要使他们结盟，必须使他们的收益至少为3。
- ❖ 如果旁支付适当，第二行的联盟结构是稳定的
- ❖ 大联盟中，若收益为（4,4,3），第一行是稳定的
- ❖ 若收益分别为（3.5,3.5,4），则诺琳和皮特可以退出联盟，建成（NP）联盟，收益可达到8，所以，只要保持昆西的收益为3，诺琳与皮特的收益之和为8，且（NP）收益在（3,5）至（5,3）之间大联盟就可以保持稳定
- ❖ 在这个例子中，前两行的联盟结构是稳定的，构成了这个博弈的核。

|   | 联盟          | 收益          |
|---|-------------|-------------|
| 1 | (NPQ)       | (11)        |
| 2 | (NP) (Q)    | (8) (3)     |
| 3 | (NQ) (P)    | (4) (3)     |
| 4 | (PQ) (N)    | (4) (3)     |
| 5 | (N) (P) (Q) | (3) (3) (3) |



# 第十二章 合作博弈的要素

12.1 自行车交易

12.2 可信的承诺

12.3 房地产开发

**12.4 合作博弈的几个概念和要点**

12.5 顺风车

12.6 一些政治联盟

12.7 国际联盟博弈





## 12.4 合作博弈的几个概念和要点

### ❖ 合作博弈分析的要点

- 分析重点放在收益不同的联盟形式的选择上
- 博弈的核通常包含在解集中
- 收益往往是用货币来衡量的。联盟成员可以支付货币的方式弥补参与者放弃其他联盟形式的损失，此种货币支付叫做旁支付
- 以是否与货币联系在一起为标准，可以把合作博弈分为**存在转移效用**和**不存在转移效用**两类。





## 12.4 合作博弈的几个概念和要点

- ❖ 联盟成员（可能经过贿赂、旁支付和金钱交易之后）的所得，被称做一种**配置**，包括两方面：**联盟结构和联盟成员的收益**
- ❖ **有效配置**意味着博弈的所有潜力都已被挖掘，如果想使某些人变得更好，就不得不损害其他人的利益，这种资源配置状态称为**帕累托最优（Pareto optimum）**
- ❖ 很多情况下，**有效的配置不止一个**，博弈论才会出现**解集的概念**。







## 12.4 合作博弈的几个概念和要点

- ❖ **解集是全部有效（帕累托最优）联盟结构与收益分配方式的集合**，参与者们至少可以获得非合作博弈下的收益。解集是一个带普遍意义的概念不管是否存在旁支付
- ❖ **存在旁支付的博弈中，解集由所有能够带来最大收益的协调战略组成。**（如前面的两个房地产的例子）
- ❖ **合作博弈的核**包含所有使团体中的**任何成员都不能从联盟重组中获益**的配置方案，核囊括了**所有不被占优**（理解此处占优的概念）的配置方式
- ❖ **合作博弈中的核的数量是任意的，可以是一个、多个甚至没有，不存在核的博弈，没有稳定的联盟，不管联盟结构如何，总有部分成员会从退出联盟中获得利益，这种博弈叫空核博弈**







## 12.4 合作博弈的几个概念和要点

- ❖ **解集中**，如果可以增加某人的收益，同时任何其他人的收益又没有降低，则博弈者团体必定没有有效地协调他们的战略。此时，组建新的联盟可以提高团体的总收益，实现有效率的解。

再看第二个房地产开发的例子，**(NP)**联盟总收益为8

对于**(NQ)(P)**和**(PQ)(N)**来说，吸引第三人加入形成大联盟**(NPQ)**能够增加团体的总收益。因此可以说，对于**(NQ)(P)**、**(PQ)(N)**和**(N)(P)(Q)**，大联盟**(NPQ)**占优。

而对于所有**N**与**P**的收益之和小于8的大联盟，联盟结构**(NP)(Q)**占优。(也即在这种情况下**N**与**P**可以组建小联盟提高收益)

|   | 联盟          | 收益          |
|---|-------------|-------------|
| 1 | (NPQ)       | ( 11 )      |
| 2 | (NP) (Q)    | (8) (3)     |
| 3 | (NQ) (P)    | (4) (3)     |
| 4 | (PQ) (N)    | (4) (3)     |
| 5 | (N) (P) (Q) | (3) (3) (3) |



# 第十二章 合作博弈的要素

12.1 自行车交易

12.2 可信的承诺

12.3 房地产开发

12.4 合作博弈的几个概念和要点

**12.5 顺风车**

12.6 一些政治联盟

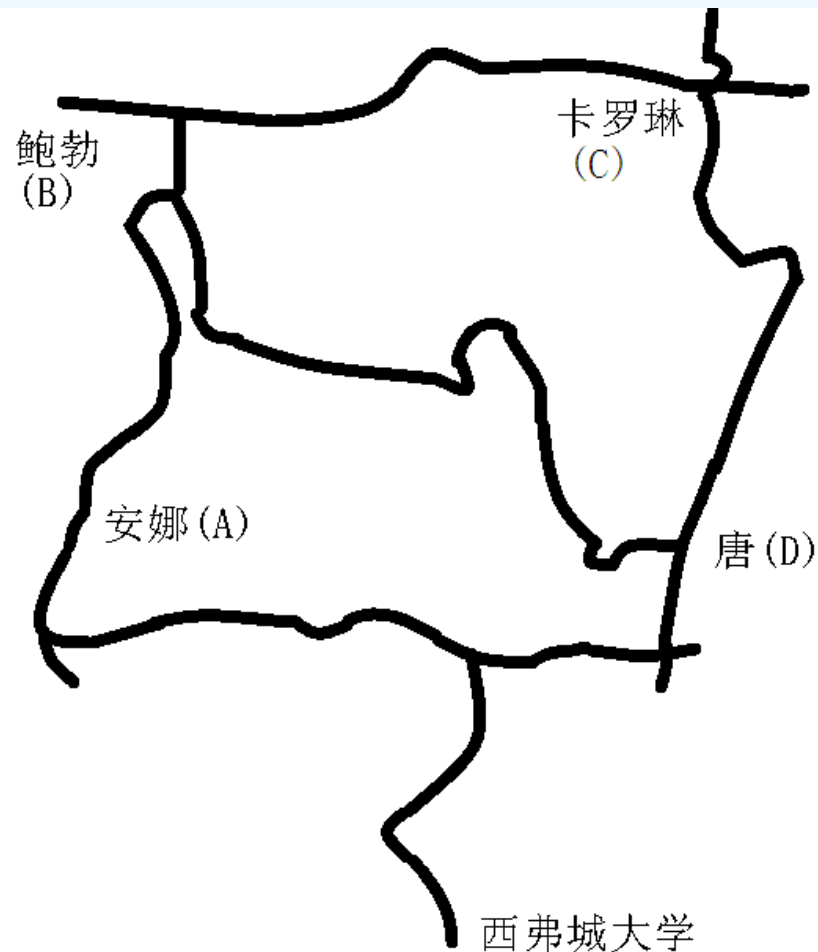
12.7 国际联盟博弈





## 12.5 顺风车

- ❖ 安娜 (A)、鲍勃 (B)、卡罗琳 (C) 和唐 (D) 就职于西费城大学，每天上班要从费城西部郊区开车到学校。他们对合伙使用汽车（也叫顺风车）上下班十分感兴趣
- ❖ 不存在旁支付，顺风车成为无转移效用博弈问题，不必考虑联盟总收益，只考虑每个人的收益状况
- ❖ 将受益表达为每个人上班路途中的消耗

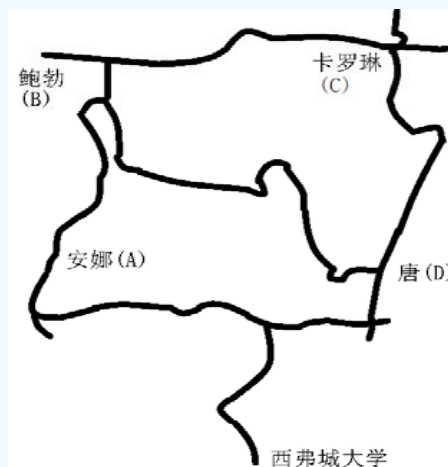




## 12.5 顺风车

- ❖ 解集内的联盟结构应该满足：1.有效率（帕累托最优）；2.参与者至少能够获得单人联盟可以得到的收益
- ❖ 第1行的联盟结构较第4行弱占优，比较第13行和第1行，大联盟相对于第13行强占优，如果某联盟结构被弱占优或强占优，就可以将其从这个解集中剔除
- ❖ 第6行至第15行被大联盟强占优，第4行被大联盟弱占优，所以本例的解集是第1至3行和第5行的联盟结构

本例的核是第2行和第5行的联盟结构。大联盟被第3行和第5行的联盟结构占优，第3行的联盟结构被第2行的联盟结构占优



| 路线 | 联盟结果            | 收益                  |
|----|-----------------|---------------------|
| 1  | (ABCD)          | (7, 7, 7, 7)        |
| 2  | (ABC) (D)       | (6, 6.5, 9) (12)    |
| 3  | (ABD) (C)       | (6.5, 7, 6.5) (16)  |
| 4  | (ACD) (B)       | (8, 8, 7) (13)      |
| 5  | (A) (BCD)       | (11) (7, 6.5, 6)    |
| 6  | (AB) (CD)       | (8, 7) (7, 8)       |
| 7  | (AC) (BD)       | (9, 7) (8, 9)       |
| 8  | (AD) (BC)       | (7, 9) (8, 7)       |
| 9  | (AB) (C) (D)    | (8, 7) (16, 12)     |
| 10 | (AC) (B) (D)    | (9, 7) (13) (12)    |
| 11 | (AD) (B) (C)    | (7, 9) (13) (16)    |
| 12 | (A) (B) (CD)    | (11) (13) (7, 8)    |
| 13 | (A) (C) (BD)    | (11) (16) (8, 9)    |
| 14 | (A) (D) (BC)    | (11) (12) (8, 7)    |
| 15 | (A) (B) (C) (D) | (11) (13) (16) (12) |



- ❖ **解集**是全部有效（帕累托最优）联盟结构与收益分配方式的集合，参与者们至少可以获得非合作博弈下的收益。
- ❖ 合作博弈的**核**包含所有使团体中的任何成员都不能从联盟重组中获益的配置方案，核囊括了**所有不被占优的配置方式**
- ❖ 对于无旁支付的情况
  - 解集：帕累托最优，**占优是从每一个个体的角度来考虑**（如果想要使某些人变得更好，就不得不损害其他人的利益）
  - 核：利用占优联盟的标准进行分析，与帕累托最优类似，只关心联盟个体的收益
- ❖ 对于有旁支付的情况
  - 解集：帕累托最优，解集由所有能够带来**最大收益**的协调战略组成。（如前面的两个房地产的例子）
  - 核：占优是从**“联盟”的总体收益的角度来考虑**

| 路线 | 联盟结果            | 收益                  |
|----|-----------------|---------------------|
| 1  | (ABCD)          | (7, 7, 7, 7)        |
| 2  | (ABC) (D)       | (6, 6.5, 9) (12)    |
| 3  | (ABD) (C)       | (6.5, 7, 6.5) (16)  |
| 4  | (ACD) (B)       | (8, 8, 7) (13)      |
| 5  | (A) (BCD)       | (11) (7, 6.5, 6)    |
| 6  | (AB) (CD)       | (8, 7) (7, 8)       |
| 7  | (AC) (BD)       | (9, 7) (8, 9)       |
| 8  | (AD) (BC)       | (7, 9) (8, 7)       |
| 9  | (AB) (C) (D)    | (8, 7) (16, 12)     |
| 10 | (AC) (B) (D)    | (9, 7) (13) (12)    |
| 11 | (AD) (B) (C)    | (7, 9) (13) (16)    |
| 12 | (A) (B) (CD)    | (11) (13) (7, 8)    |
| 13 | (A) (C) (BD)    | (11) (16) (8, 9)    |
| 14 | (A) (D) (BC)    | (11) (12) (8, 7)    |
| 15 | (A) (B) (C) (D) | (11) (13) (16) (12) |





# 第十二章 合作博弈的要素

12.1 自行车交易

12.2 可信的承诺

12.3 房地产开发

12.4 合作博弈的几个概念和要点

12.5 顺风车

**12.6 一些政治联盟??**

12.7 国际联盟博弈







## 12.6 一些政治联盟

- ❖ 博弈论中联盟的概念源于议会政治，议会中的部分党派必须结为联盟，获得议会中的绝对多数投票权，以支持某一共同的提案，如果没有联盟，将通不过任何提案，不得不重新大选，这是议会政府的一般规则
- ❖ 假定中欧共和国是一个拥有议会政府的典型国家该国议会由三个实力强大的党派组成。各党派的投票权和立场如下
- ❖ 假定禁止腐败现象，排除了旁支付的可能性，联盟中各个政党只有在本方议案通过之后才能得到回报

| 党派         | 投票权 | 立场   |
|------------|-----|--|
| 保守党 (CC)   | 40% | 该党派对道德和家庭问题十分保守，对经济问题态度比较温和，赞成有利于小型工商业和农业的政策 |
| 社会劳动党 (SL) | 40% | 该党派赞成有利于劳动者的政策，提供经济系统的中央集权，对道德与家庭问题态度中立      |
| 激进党 (R)    | 20% | 该党派支持市场自由化，限制政府权力，大力提供家庭价值观和道德观的解放           |



## 12.6 一些政治联盟

- ❖ 规则：只有全体联盟成员都不明确反对的议案，联盟才会通过，也即联盟成员对某议案的收益均大于或者等于0
- ❖ 解集囊括了所有的联盟结果
- ❖ 第5行的情况要进行改选，第1行被第2、3、4行占优，第2、3行被第4行占优，所以，第4行的联盟结构是核

| 议案 |                    | 政党的支持得分     |               |            |
|----|--------------------|-------------|---------------|------------|
|    |                    | 保守党<br>(CC) | 社会劳动党<br>(SL) | 激进党<br>(R) |
| 1  | 自由贸易               | 1           | -3            | 10         |
| 2  | 同性恋受社会安全保障         | -10         | 0             | 9          |
| 3  | 削减税收和医疗待遇          | 3           | -10           | 8          |
| 4  | 对与进口产品竞争的农民和商人予以补贴 | 6           | 3             | -10        |

| 联盟 |               | 通过的<br>议案 | 党派与收益 |     |     |
|----|---------------|-----------|-------|-----|-----|
|    |               |           | CC    | SL  | R   |
| 1  | (CC, SL, R)   | 0         | 0     | 0   | 0   |
| 2  | (CC, R) (SL)  | 1, 3      | 4     | -13 | 18  |
| 3  | (CC) (SL, R)  | 2         | -10   | 0   | 9   |
| 4  | (CC, SL) (R)  | 4         | 6     | 3   | -10 |
| 5  | (CC) (SL) (R) | 0         | 0     | 0   | 0   |



# 第十二章 合作博弈的要素

12.1 自行车交易

12.2 可信的承诺

12.3 房地产开发

12.4 合作博弈的几个概念和要点

12.5 顺风车

12.6 一些政治联盟

**12.7 国际联盟博弈**





## 12.7 国际联盟博弈

- ❖ 不同国家间的旁支付并不多见，但国与国相互资助的现象经常发生，因此可以把国际联盟看做存在转移效用的博弈问题。
- ❖ 大联盟该博弈的解集的唯一联盟结构，总收益最大，大联盟稳定吗？
- ❖ 用R、S、W、分别代表三个国家得到的收益，则只有满足如下条件，大联盟才能成为该博弈的核：

$$R+S \geq 14$$

$$R+W \geq 14$$

$$S+W \geq 14$$

三个等式相加，得

$$R+S+R+W+S+W \\ = 2(R+S+W) \geq 3 \times 14 = 42$$

即  $R+S+W \geq 21$

然而，大联盟的收益仅为18，

小于21，不能满足上面的不等式，因此，该博弈问题没有核。是一个空核博弈，它告诉我们，联盟间的竞争不可能形成稳定的联盟结构

|      |   | 乌特兰     |         |         |         |
|------|---|---------|---------|---------|---------|
|      |   | 陆地上     |         | 近海处     |         |
|      |   | 圣吉亚     |         | 圣吉亚     |         |
|      |   | 西       | 东       | 西       | 东       |
| 兰尼斯坦 | 北 | 6, 6, 6 | 7, 7, 1 | 7, 1, 7 | 0, 0, 0 |
|      | 南 | 0, 0, 0 | 4, 4, 4 | 4, 4, 4 | 1, 7, 7 |



# 小结

- ❖ 合作博弈是一种参与者通过制定可信或具有约束力的承诺，以协调相互之间战略选择的博弈
- ❖ 解集是全部有效（帕累托最优）配置（联盟结构与收益分配方式）的集合，参与者们至少可以获得非合作博弈下的收益。
- ❖ 合作博弈的核包含所有使团体中的任何成员都不能从联盟重组中获益的配置方案，核囊括了所有不被占优的配置方式
- ❖ 对于无旁支付的情况
  - 解集：帕累托最优，占优是从每一个个体的角度来考虑（如果想要使某些人变得更好，就不得不损害其他人的利益）
  - 核：占优是从“联盟”的每一个个体收益的角度来考虑
- ❖ 对于有旁支付的情况
  - 解集：帕累托最优，解集由所有能够带来最大收益的协调战略组成。（如前面的两个房地产的例子）
  - 核：占优是从“联盟”的总体收益的角度来考虑
- ❖ 核必定包含在解集内，也可能与解集相同，可能是解集的子集，也可能是空集。







华南理工大学经济与贸易学院







# 小 结

- ❖ **合作博弈是一种参与者通过制定可信或具有约束力的承诺，以协调相互之间战略选择的博弈**
- ❖ **解集由全部有效率的战略组合与旁支付构成，旁支付能够保证每个参与者都不会因为合作而降低收益。**
- ❖ **核由不被占优的联盟结构组成，不被占优是指联盟成员无法因离开原有联盟，组建新联盟而获益。**
- ❖ **核必定包含在解集内，也可能与解集相同，可能是解集的子集，也可能是空集。**





## 12.2 可信的承诺

- ❖ 人们按照合作博弈解行事，则任何非常数和博弈理论上都可转化为双赢博弈
- ❖ 非在常数和博弈中，合作博弈才是唯一理性的结果
- ❖ 实际情况却是，我们每天都会遇到非合作博弈问题，非合作博弈似乎才是现实当中常数和博弈的写照
- ❖ 当参与者不能对合作战略作出可信承诺时，将产生非合作博弈解，通货膨胀就是一个典型的例子

