



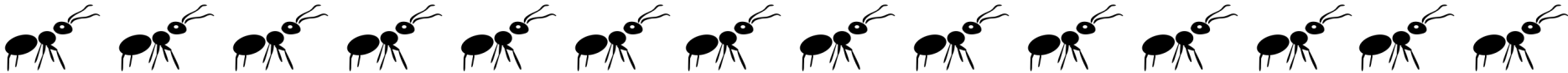
Ant Colony Optimization

Lizandra Raflesia | lrml@ecom.poli.br



Contexto

- Criada para solução de problemas computacionais que envolvam procura de caminhos em grafos;
- Comportamento das formigas ao saírem em busca de alimento;
- Muitas espécies de formigas são quase cegas;
- A comunicação é realizada através de uma substância química denominada **feromônio**;
- O feromônio é utilizado para criar caminhos ou trilhas

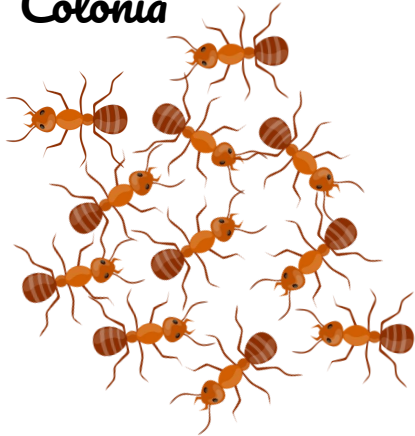


Inspiração Biológica

*Formigas andam
aleatoriamente*



Colônia



*Acha a
comida*



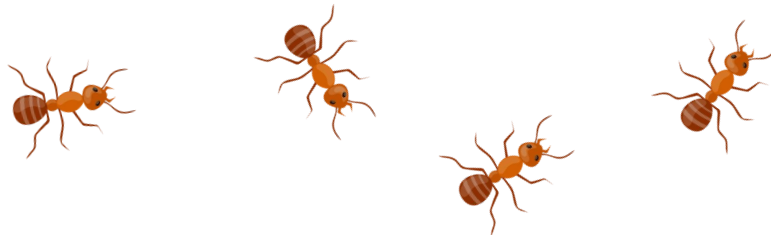
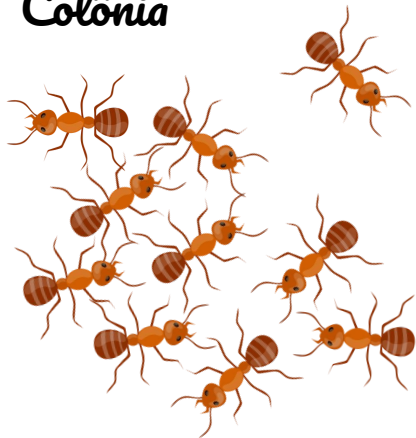
Inspiração Biológica

*Formigas andam
aleatoriamente*



Colônia

*Maior probabilidade de ir
pelo caminho de baixo*

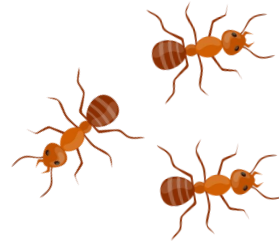


*Volta para a
colônia*

Inspiração Biológica

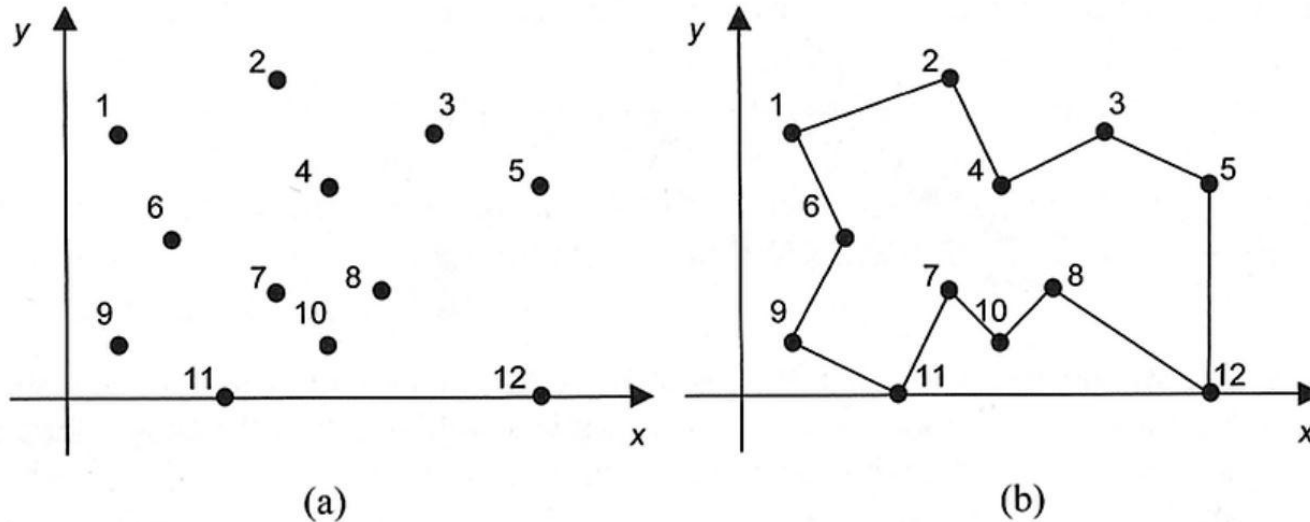


Colônia



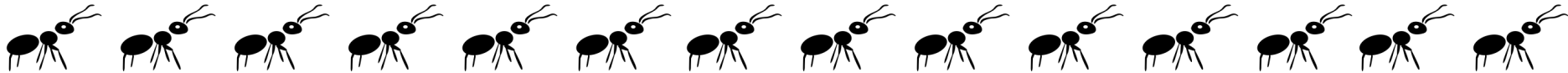
TSP - Problema do Caixeiro Viajante

- O viajante deve encontrar a menor rota pela qual visitará um dado número de cidades, passando por cada uma delas uma única vez;
- O objetivo é minimizar o custo (distância) da viagem;



Ant System

- Foi inicialmente usado para resolver o Problema do Caixeiro Viajante;
- Cada formiga irá construir uma solução movendo-se de uma cidade para outra:
 - ◆ No início, cada formiga é colocada em uma cidade diferente ou colocada aleatoriamente nas cidades consideradas;
 - ◆ Começando de uma cidade qualquer i , a formiga move-se escolhendo probabilisticamente uma das cidades vizinhas j



Ant System - Pseudocódigo

```
Coloque cada formiga em uma cidade aleatória
para  $t = 1$  até número de iterações
    para  $k = 1$  até  $m$ 
        enquanto a formiga  $k$  não construir a viagem  $S_k$ 
            Selecione a próxima cidade pela regra  $p_{ij}^k$ 
        fim enquanto
        Calcule a distância  $L_k$  da viagem  $S_k$ 
        se  $L_k < L^*$  então
             $S^* = S_k, L^* = L_k$ 
        fim se
    fim para
    Atualize os feromônios
fim para
retornar  $S^*$ 
```



Ant System

$$p_{ij}^k = \frac{(\tau_{ij})^\alpha (\eta_{ij})^\beta}{\sum_{l \in \mathcal{N}_i^k} (\tau_{il})^\alpha (\eta_{il})^\beta}, \quad \text{se } j \in \mathcal{N}_i^k,$$

- τ_{ij} é o feromônio associado ao caminho (i, j);
- α e β são parâmetros para determinar a influência do feromônio e a influência da distância;
- \mathcal{N}_i^k é a vizinhança factível da formiga k (i.e., o conjunto das cidades ainda não visitadas pela formiga k)



Ant System

→ Para cada aresta (i, j) existe um valor heurístico dado por:

$$\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$$

que representa a atratividade da formiga visitar a cidade i depois de visitar a cidade j, onde d_{ij} representa a distância entre as cidades i e j

→ A escolha da cidade destino é de acordo com a probabilidade de transição



Ant System

- Sobre o feromônio associado a aresta (i, j) ocorrem dois eventos:
 - ◆ A evaporação;
 - ◆ O depósito de feromônio de todas as formigas que passaram sobre (i, j)
- Depois que todas as formigas construíram suas viagens, o feromônio é atualizado

$$\Delta\tau_{ij}^{(k)} = \begin{cases} Q/L_k, & \text{se a aresta } (i, j) \text{ pertence a viagem } S_k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- $\Delta\tau_{ij}^{(k)}$ é a quantidade de feromônio que a formiga k deposita sobre a aresta (i, j);
- Q é uma constante



Ant System

→ O feromônio associado a aresta (i, j) é atualizado por:

$$\tau_{ij} = \underbrace{(1 - \rho)\tau_{ij}}_{\text{evaporação}} + \underbrace{\sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^{(k)}}_{\text{depósito}}$$

, onde, $0 < \rho \leq 1$ é a taxa de evaporação

→ Os critérios de parada são:

- ◆ Número máximo de iterações;
- ◆ Estagnação: é a situação na qual todas as formigas seguem sempre o mesmo percurso



Ant Colony System

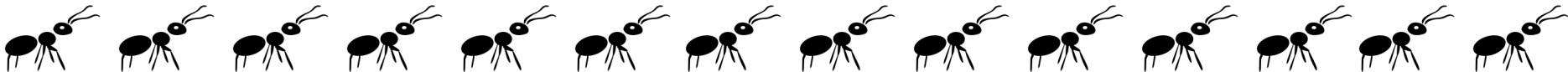
- Cada formiga deposita uma quantidade de feromônio que diminui de acordo com seu rank;
- Através de elitismo, faz uso de intensificação, escolhendo com maior probabilidade cidades promissoras:

$$j = \operatorname{argmax}_{l \in \mathcal{N}_i^k} \{ \tau_{il} (\eta_{il})^\beta \}$$

Caso contrário, utiliza a mesma regra de decisão do AS

- Atualização **global** de feromônio:

$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij} + \rho\Delta\tau_{ij}^{(bs)}, \quad \forall (i, j) \in T_{bs}$ Apenas a formiga best-so-far deposita feromônio depois de cada iteração

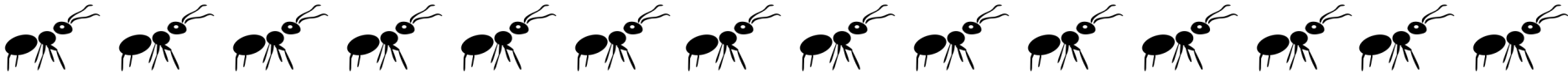


Ant Colony System

- A evaporação e depósito de feromônio somente ocorre nas arestas do percurso Tbs;
- Atualização **Local** do feromônio: é aplicado imediatamente após a formiga atravessar a aresta:

$\tau_{ij} = (1 - \xi)\tau_{ij} + \xi\tau_0$, onde τ_0 o nível mínimo de feromônio e $0 < \xi < 1$ são parametros determinados de maneiras empírica;

- A formiga remove o feromônio da aresta que acabou de atravessar

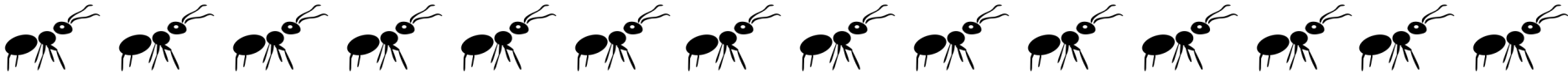


MMAS: MAX-MIN Ant System

- **Atualização do Feromônio:** feito somente pela melhor formiga. Somente as arestas visitadas pela melhor formiga são atualizadas:

$$\tau_{ij} = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij} + \Delta\tau_{ij}^{melhor}$$

- **Melhor formiga:** pode ser tanto a melhor formiga até o momento ou a melhor formiga de uma iteração. ACS foca na melhor formiga até o momento, enquanto MAX-MIN foca na melhor formiga de uma iteração;
- **Limites para a taxa de Feromônio:** para evitar a estagnação precoce, os rastros de feromônio são limitados a um intervalo: $[\tau_{min}, \tau_{max}]$



MMAS: MAX-MIN Ant System

- τ_{max} : definido por $\frac{1}{\rho \cdot L^*}$, onde L^* seria o tamanho do caminho ótimo;
 - ◆ Quando não se tem o conhecimento do valor acima, pode-se aproximar dele por L_b (tamanho do melhor caminho encontrado até o momento);

- τ_{min} :

$$\tau_{min} = \frac{\tau_{max} \cdot (1 - P_{dec})}{k \cdot P_{dec}}$$

onde:

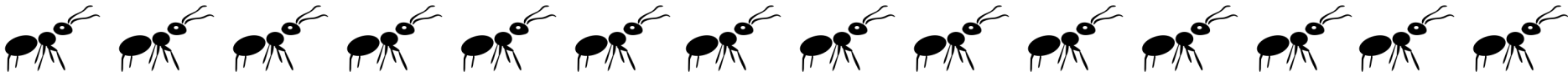
- k : número de escolhas que a formiga ainda pode fazer
- $P_{dec} = \sqrt[n-1]{P_{best}}$: é a probabilidade de uma formiga construir o melhor caminho até agora e n o número de passos no caminho

→



Referências

- [AS] https://www.researchgate.net/publication/5589170_Ant_System_Optimization_by_a_colony_of_cooperating_agents_IEEE_Trans_Syst_Man_Cybernetics_-_Part_B;
- [ACS] <http://people.idsia.ch/~luca/acs-ec97.pdf>;
- [MMAS] https://www.researchgate.net/publication/226007381_The_Ant_Colony_Optimization_Metaheuristic_Algorithms_Applications_and_Advances





Ant Colony Optimization

Lizandra Raflesia | lrml@ecom.poli.br

