LISTA DE EXERCÍCIOS

LISTA 1.1 – Parte B

(Equivalências proposicionais)

Leitura necessária:

- *Matemática Discreta e Suas Aplicações, 6ª Edição (Kenneth H. Rosen):*
  - *Capítulo 1.2: Equivalências Proposicionais*
- *Material suplementar:*
  - *Conjunto de slides: Aula 1.2 – Equivalências Proposicionais*

Revisão.

1. Responda formalmente às seguintes perguntas:
   (a) O que é uma tautologia? E uma contradição? E uma contingência?
   (b) A equivalência lógica entre duas proposições garante que elas são intercambiáveis em qualquer contexto lógico? Por quê?
   (c) Explique a diferença entre validade, satisfatibilidade e equivalência lógica no contexto da lógica proposicional.

Exercícios.

2. **(Rosen 1.2.[5, 6], adaptado)** Utilize tabelas verdade para verificar a propriedade distributiva e a segunda lei de De Morgan.
   (a) $p \lor (q \land r) \equiv (p \lor q) \land (p \lor r)$
   (b) $\neg(p \lor q) \equiv \neg p \land \neg q$

3. **(Rosen 7th ed. 1.3.[18, 21], adaptado)** Demonstre as equivalências lógicas manipulando os conectivos lógicos (Ou seja, usando as propriedades dos operadores vistas em sala, sem usar tabela da verdade).
   (a) $p \Rightarrow q$ *é equivalente a* $\neg q \Rightarrow \neg p$
   (b) $\neg(p \Leftrightarrow q)$ *é equivalente a* $\neg p \Leftrightarrow q$

4. **(Rosen 7th ed. 1.3.31, adaptado)** Várias operações lógicas e matemáticas apresentam uma propriedade chamada associatividade. Uma dada operação □ é associativa quando: A □ (B □ C) = (A □ B) □ C. Essa propriedade é válida, por exemplo, para a conjunção lógica ($\land$), para a soma de números reais e para a multiplicação de matrizes. Portanto, verifique se a implicação lógica é associativa. Ou seja, verifique se a seguinte equivalência é sempre verdadeira: $a \Rightarrow (b \Rightarrow c) \equiv (a \Rightarrow b) \Rightarrow c$. Caso não seja, determine para quais valores de verdade de a, b e c temos: $a \Rightarrow (b \Rightarrow c) \neq (a \Rightarrow b) \Rightarrow c$

5. **(Rosen 1.2.42, adaptado)** A forma normal disjuntiva de uma proposição lógica é uma forma padrão de se escrever proposições como uma disjunção de conjunções de variáveis proposicionais ou suas negações.
   (a) Suponha que uma tabela verdade em n variáveis proposicionais seja dada. Mostre que uma proposição composta desta tabela verdade pode ser formada tomando a disjunção das conjunções de variáveis ou suas negações, onde uma conjunção é incluída para cada combinação de valores para os quais a proposição composta assume o valor verdade.
   (b) Escreva $(p \rightarrow q) \land r$ *na forma normal disjuntiva*

6. **(Rosen 1.2.29, adaptado)** Mostre que $(p \Rightarrow q) \land (q \Rightarrow r) \land (r \Rightarrow p) \Rightarrow (r \Rightarrow q)$ é uma tautologia.

7. **(Rosen 1.2.43)** Um conjunto de operadores lógicos é chamado de funcionalmente completo quando todas as proposições compostas são logicamente equivalentes a uma proposição composta que envolva apenas esses operadores lógicos. Mostre que ¬, ∧ e ∨ formam um grupo de operadores logicamente funcionalmente completo. *(Dica: use o fato de que toda proposição composta é logicamente equivalente a outra na forma normal disjuntiva.)*

8. **(Rosen 1.2.60, adaptado)** Quais das proposições compostas abaixo são satisfatíveis?
   (a) $(p \lor q \lor r) \land (\neg p \lor q \lor s) \land (p \lor r \lor s) \land (\neg p \lor \neg r \lor s) \land (q \lor \neg r \lor s) \land (p \lor \neg q \lor \neg s) \land (p \lor r \lor \neg s) \land (\neg p \lor q \lor r)$
   (b) $(p \lor q \lor r) \land (\neg p \lor r \lor s) \land (\neg p \lor \neg r \lor s) \land (\neg p \lor q \lor \neg s) \land (\neg p \lor r \lor \neg s) \land (p \lor \neg q \lor r) \land (p \lor \neg r \lor s) \land (\neg q \lor \neg r \lor \neg s) \land (p \lor \neg r \lor \neg s)$
   (c) $(p \lor q \lor \neg r) \land (p \lor \neg q \lor \neg s) \land (p \lor \neg r \lor \neg s) \land (\neg p \lor \neg q \lor \neg s) \land (p \lor q \lor \neg s)$

9. **(Rosen 1.2.61)** Explique como um algoritmo para determinar se uma proposição composta é satisfatível pode ser usado para verificar se uma proposição composta é uma tautologia. *(Dica: Se p é a proposição composta em que você está interessado, aplique o algoritmo de satisfatibilidade em ¬p e interprete o resultado.)*