

LISTA DE EXERCÍCIOS
LISTA 05
(Métodos de demonstração)

Leitura necessária:

- *Matemática Discreta e Suas Aplicações, 6ª Edição (Kenneth H. Rosen):*
 - *Capítulo 1.6: Introdução a Demonstrações*
 - *Capítulo 1.7: Métodos de Demonstração e Estratégia*
-

Exercícios.

1. **(Rosen, 8th Edition, 1.7.11 adaptado)** Prove ou disprove que o produto de dois números irracionais é sempre irracional. Qual técnica de demonstração você usou?
2. **(Rosen 1.6.6, adaptado)** Use uma demonstração direta para mostrar que o produto de dois números pares é par.
3. **(Rosen, 8th Edition, 1.7.9, adaptado)** Use uma demonstração direta para mostrar que todo número inteiro ímpar é a diferença de dois quadrados. [Dica: Encontre a diferença entre os quadrados de $k+1$ e k , onde k é um número inteiro positivo.]
4. Use uma demonstração por contradição para provar que $\sqrt{3}$ é irracional. Dica: use o fato que se a^2 é múltiplo de 3, então a também é múltiplo de 3.
5. **(Rosen 1.6.13, adaptado)** Demonstre que se x é irracional, então $1/x$ é irracional.
6. **(Rosen 1.6.18)** Demonstre que, se n é um número inteiro e $3n + 2$ é par, então n é par, usando uma demonstração por contraposição e uma demonstração por contradição.
7. **(Rosen, 8th Edition, 1.8.12 adaptado)** Mostre que $2135466887^{4684} + 41$ ou $2135466887^{4684} + 42$ não é um quadrado perfeito. Sua demonstração é construtiva? (Dica: não tente calcular os valores dos números)
8. **(Rosen 1.7.12, adaptado)** Demonstre ou refute que se x é um número inteiro positivo, então $x^2 > x$.
9. **(Rosen, 8th Edition, 1.7.27, adaptado)** Use uma prova por contradição para mostrar que não existe um número racional r tal que $r^3 + r + 1 = 0$. [Dica: Suponha que $r = \frac{a}{b}$ seja uma raiz, onde a e b são inteiros e $\frac{a}{b}$ está na forma irredutível. Obtenha uma equação envolvendo apenas inteiros multiplicando por b^3 . Em seguida, analise se a e b são pares ou ímpares.]
10. Use uma demonstração direta para provar que $\max(a, b) \geq \text{med}(a, b) \geq \min(a, b)$, onde \min , med e \max são as funções que recebem dois números reais e retornam, respectivamente, o menor deles, o maior deles e a média aritmética deles.
11. Mostre que entre dois números reais quaisquer existe um número racional.