



Experimento 5

Física Experimental IV

Grupo 3:

Felipe Mack (81335),
Gabriel Ferrauche (197314) e
Tiago de Paula (187679)

23 de Novembro de 2018

Resumo

Neste experimento foram estudados padrões de difração em fendas simples, duplas e múltiplas a fim de verificar a capacidade da utilização do modelo de difração de Fraunhofer na determinação da largura e separação de fendas. A fim de cumprir os objetivos deste experimento, luz aproximadamente monocromática de cor verde foi incidida em uma placa de vidro contendo diversas configurações de fendas e analisando os padrões de difração formados em um anteparo distante da fonte de luz. Ao fim do experimento os resultados obtidos para as características das fendas foram calculados pelo modelo citado e comparados com resultados obtidos utilizando um microscópio metrológico. Nossos resultados mostraram grande compatibilidade do modelo teórico com os valores experimentais, validando a possibilidade de se utilizar estes modelos teóricos para medidas mais complexas.

1 Introdução

Dentre todos os fenômenos ondulatórios, a difração possui uma posição de destaque. Sendo uma conclusão direta do princípio de Huygens-Fresnel, em que uma frente de onda funciona como várias novas fontes, a difração da luz em conjunto com a refração foram as grandes afrontas à teoria corpuscular da luz, concedida por Isaac Newton.

Utilizando da difração, Thomas Young derrubou, no início do século XIX, a teoria da luz como partícula. Ao montar um experimento com duas fendas de difração, ele mostrou um exemplo de interferência luminosa, com interferências construtivas e destrutivas, um fenômeno que não podia ser explicado pela teoria de Newton e provava a natureza ondulatória da luz.

Este experimento traz uma reconstrução de parte do experimento de Young, conhecido por “Experimento da Dupla Fenda”, bem como uma extensão dos resultados para a difração da luz em fendas simples, duplas e múltiplas.

Além da comprovação da natureza ondulatória da luz é possível determinar o comprimento de onda da luz incidente a partir dos padrões de interferência formados pela rede de difração.

Assim, este experimento tem como objetivos: observar os efeitos de difração em fendas simples e os efeitos de interferência em fendas simples e múltiplas; verificar as previsões do modelo de difração de Fraunhofer para fendas simples e sua validade para múltiplas fendas, comparando a medida da largura de uma fenda a partir de padrões de difração com a medida realizada com microscópio metrológico.

2 Materiais e Métodos

2.1 Procedimentos experimentais

Para as obtenção das medidas desejadas foi empregado um laser de luz verde aproximadamente monocromática ($\lambda = 532 \text{ nm}$ [Ant17]).

Inicialmente, foi feito o alinhamento do laser, de forma que as medições pudessem ser realizadas com precisão. Para tal, um vidro metálico contendo diversas fendas variadas (figura 1), impressas por litografia, foi alinhado perpendicularmente ao feixe do laser. Em seguida o feixe refletido foi alinhado com o feixe incidente, garantindo o alinhamento do trilho em que o vidro estava montado.

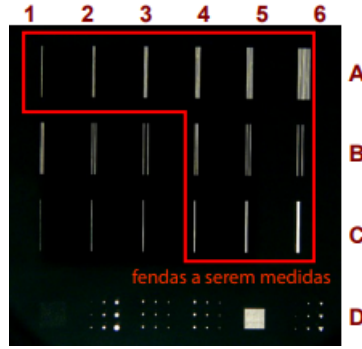


Figura 1: Vidro e fendas utilizadas

A fim de coletar os dados, buscando medir padrões de difração para fendas simples, o laser foi incidido na fenda C4, de forma que o padrão de difração pudesse ser observado em um papel milimetrado utilizado como anteparo. O procedimento foi repetido para as fendas C5 e C6.

Para esta situação, o modelo de difração de Fraunhofer [Gra75] mostra que:

$$\Delta y \approx \frac{2\lambda z}{b}$$

Sendo que Δy é a largura dos máximos da difração, z a separação entre o emissor de luz e o anteparo e λ o comprimento de onda da luz emitida. Com isso, dado que z pode ser medido experimentalmente e conhecendo o comprimento de onda, é possível determinar a largura das fendas b , sendo este o procedimento realizado pelo grupo.

Na sequência, foram medidos os padrões para fendas duplas, B4, B5 e B6, e múltiplas, de A1 a A6, utilizando o mesmo procedimento anterior. Vale ressaltar que, para as fendas duplas, as espessuras eram iguais, enquanto, para as fendas múltiplas, as aberturas e as separações eram, nominalmente, as mesmas, mudando apenas o número de fendas.

Aplicando o modelo de Fraunhofer [Gra75] sobre a interferência de fendas duplas, a separação entre máximos (ou mínimos) consecutivos no anteparo é dada por:

$$\Lambda \approx \frac{\lambda z}{h} \quad (1)$$

Onde que h é a separação entre as fendas. Assim, de forma análoga ao processo para fendas simples, é possível determinar a separação entre as fendas a partir do comprimento de onda da luz emitida. Para determinação da largura das fendas, bastou aplicar o modelo de Fraunhofer para difração em fenda simples, já que para fendas duplas o fenômeno de difração também ocorre juntamente com interferência.

Já para uma quantidade generalizada N de fendas, a análise muda e passamos a pensar na largura dos máximos primários $\delta\gamma$, que é aproximadamente metade da largura da base e é dada por:

$$\delta y \approx \delta\gamma = \frac{\lambda z}{Nh} \quad (2)$$

Em que δy é a metade da largura da base dos máximos primários. Nota-se, também, que essa equação engloba o caso de fendas duplas, já que no caso específico de $N = 2$, teremos $\Lambda = 2\delta y \approx 2\frac{\lambda z}{2h} = \lambda z/h$

As fendas múltiplas de mesma separação (A2-A6) também foram utilizadas para comprovar a relação:

$$\delta y \propto \frac{1}{N}$$

Para tanto, montou-se um gráfico log-log de $\delta y \times N$ e, então, foi feita uma regressão linear do tipo $\log(\delta y) = A + B \log(N)$. Com essa regressão, B se torna o expoente de N na relação acima. A regressão foi seguindo o recomendado no Guia de Incertezas [08], bem como as incertezas de cada coeficiente.

A próxima etapa do experimento consistia da observação de padrões de difração com a luz incidindo em um fio de cabelo, onde foi utilizado um pequeno quadro de material plástico, de tamanho similar ao vidro utilizado anteriormente, com o fio de cabelo fixado em seu centro (figura 2). A luz foi incidida no feixe e o padrão gerado foi observado no anteparo. É importante notar que, de acordo com o Princípio de Babinet [Emi99], o modelo de Fraunhofer para fendas simples é aplicável para este padrão de difração, fazendo com que a determinação da largura do fio de cabelo seja análoga a determinação da largura de uma fenda simples.

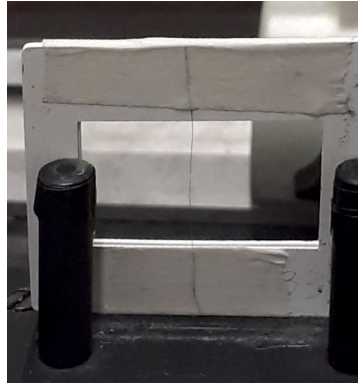


Figura 2: Fio de cabelo utilizado

A última etapa de observações foi feita analisando os padrões de difração em aberturas variadas, em geral, não sendo fendas. O mesmo procedimento citado anteriormente foi realizado para as aberturas D, com intuito de inferir o formato presente em cada uma.

Durante todos os procedimentos descritos anteriormente, fotos do anteparo foram tiradas utilizando um celular, a fim de analisar os padrões formados utilizando o *software* ImageJ[Way]. Assim possibilitando a determinação das distâncias dos mínimos de difração (Δy), dos máximos de interferência (Λ) e a largura da base dos máximos primários ($2\delta y$). Além disso, o grupo determinou que a resolução do papel e a medição do distanciamento do anteparo foram as principais fontes de incerteza a serem consideradas. Vale citar que outras fontes de incerteza, como o posicionamento (paralaxe) e resolução da câmera também foram identificadas apesar de não serem consideradas durante o processamento dos dados, pois se tratavam de incertezas de difícil abordagem e buscou-se minimizá-las durante a coleta de dados.

Por fim, utilizando um microscópio metrológico, foram medidas as larguras das fendas (b), a separação entre elas (h) e a quantidade de fendas (N), em todas as situações anteriores. Também foram evitadas medições repetidas com esse equipamento, no caso, as separações e as larguras das fendas da linha A, que eram iguais. Para a utilização desse microscópio, foram identificadas como incertezas sua resolução e paralaxe na leitura.

2.2 Incertezas

Começando pela incerteza das medidas dimensionais do experimento, a trena usada para medir a distância z da fenda ao anteparo (papel milimetrado). Como são medições analógicas, considerou-se uma distribuição

triangular, fazendo a incerteza da medição ser:

$$u_{\text{medição}} = \text{resolução} \times \frac{\sqrt{6}}{12}$$

Também assumiu-se uma incerteza de calibração de posicionamento da trena, como a incerteza de medição do ponto 0 cm. Esta incerteza poderia ser determinada de forma idêntica à anterior, dessa forma, $u_{\text{calibração}} = u_{\text{medição}}$. A incerteza total então seria:

$$\begin{aligned} u_{\text{total}} &= \sqrt{u_{\text{calibração}}^2 + u_{\text{medição}}^2} \\ &= u_{\text{medição}} \sqrt{2} \\ &= \text{resolução} \times \frac{\sqrt{3}}{6} \end{aligned}$$

Já para o caso do papel milimetrado do anteparo, esse tipo de incerteza não é aplicável, porém, como a medição é dada por dois pontos, teremos duas incertezas $u_{\text{medição}}$, o que torna a incerteza total igual a da trena. Um ponto a expor sobre essa medida é que ela é encontrada a partir de duas dimensões, o que complica os cálculos da incerteza. Porém, esse valor é encontrado pelo **ImageJ**[Way], onde o resultado é bem mais preciso, o que deixa válida a assunção de que possa ser considerada apenas a incerteza de uma das dimensões.

Para ambos os casos anteriores resolução = 1 mm, e, então, $u_{\text{total}} = 0.3$ mm. Dentre as medidas calculadas desta maneira, é importante lembrar do valor de z e sua incerteza, a qual determinou-se $\Delta z = 0.3$ mm.

Agora, para os valores calculados a partir do modelo de difração de Fraunhofer, foram feitas as devidas propagações de incertezas, tendo como referência o padrão do INMETRO, o GUM[08]. O primeiro desses valores é o b , da equação 2.1, cujas derivadas parciais são:

$$\begin{aligned} \frac{\partial b}{\partial z} &= \frac{2\lambda}{\Delta y} \\ \frac{\partial b}{\partial \lambda} &= \frac{2z}{\Delta y} \\ \frac{\partial b}{\partial (\Delta y)} &= -\frac{2\lambda z}{(\Delta y)^2} \end{aligned}$$

Porém, como não existe uma incerteza associada a λ , tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta b &= \sqrt{\left(\frac{\partial b}{\partial z}\right)^2 (\Delta z)^2 + \left(\frac{\partial b}{\partial (\Delta y)}\right)^2 (\Delta(\Delta y))^2} \\ &= \frac{2\lambda}{\Delta y} \sqrt{(\Delta z)^2 + z^2 \left(\frac{\Delta(\Delta y)}{\Delta y}\right)^2} \end{aligned}$$

Também faz parte do procedimento experimental a redução numérica da incerteza. Dessa forma, é importante o cálculo de n_y máximos, em vez de apenas um. Assim, a medida passa a ser $n_y \Delta y$, com a mesma incerteza do Δy original. A nova incerteza então passar a ser:

$$\Delta(\Delta y) = \frac{\Delta(n_y \Delta y)}{n_y} = \frac{u_{\text{total}}}{n_y}$$

Com um processo bem similar foi aplicado na separação h das fendas duplas, pela eq. 1, chega-se em:

$$\Delta h = \frac{\lambda}{\Lambda} \sqrt{(\Delta z)^2 + z^2 \left(\frac{\Delta \Lambda}{\Lambda}\right)^2}$$

Aplicando o mesmo processo de redução da incerteza, isto é, medindo $n_\Lambda \Lambda$, no lugar de somente Λ , a incerteza reduz para $\Delta \Lambda = u_{\text{total}}/n_\Lambda$ também.

Para a separação de múltiplas fendas (eq. 2), a propagação é novamente muito similar, resultando em:

$$\Delta h = \frac{\lambda}{N \delta y} \sqrt{(\Delta z)^2 + z^2 \left(\frac{\Delta \delta y}{\delta y}\right)^2}$$

Nesse caso, no entanto, a redução de incerteza usada anteriormente não é aplicável.

Para a medida final, com o microscópio metrológico, voltam as incertezas de medidas experimentais. A incerteza de leitura é similar àquela usada na trena, porém julgou-se necessário considerar uma incerteza de paralaxe, devido a leitura com a lupa. Tal procedimento assume uma distribuição retangular, pois pode facilmente mudar a leitura uma casa acima ou abaixo, de acordo com a posição do observador. Assim:

$$u_{\text{medição}} = \frac{\text{resolução}}{2\sqrt{6}} = \text{resolução} \times \frac{\sqrt{6}}{12}$$

$$u_{\text{paralaxe}} = \frac{2 \text{ resolução}}{2\sqrt{3}} = \text{resolução} \times \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Delta L_i = u_{\text{total}} = \sqrt{u_{\text{medição}}^2 + u_{\text{paralaxe}}^2} = \text{resolução} \times \frac{\sqrt{6}}{4}$$

Então, como $b = L_2 - L_1$ e $h = L_3 - L_1$:

$$\Delta b = \Delta h = \sqrt{(\Delta L_i)^2 + (\Delta L_j)^2} = u_{\text{total}}\sqrt{2} = \text{resolução} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Sendo que a resolução do equipamento é $1 \mu\text{m}$, a incerteza é $\Delta b = \Delta h = 0.9 \mu\text{m}$.

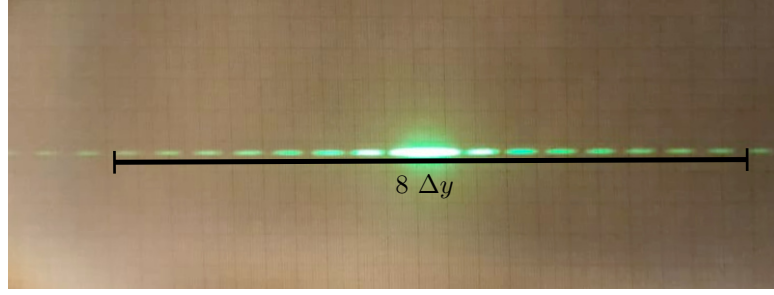
3 Resultados

Abaixo seguem os a imagens dos padrões de difração gerados, juntamente com as tabelas de dados calculados a partir das mesmas, além daqueles obtidos com microscópio metrológico.

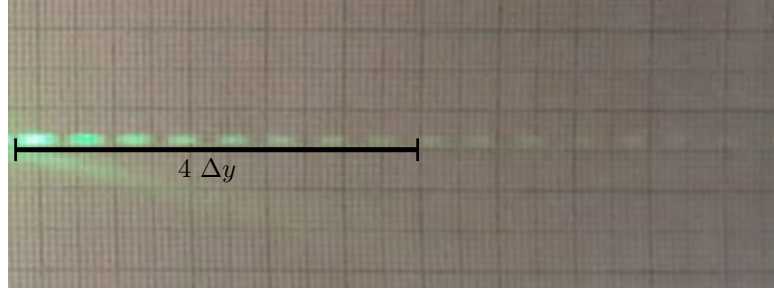
3.1 Fendas C

| Fenda | n_y | $n_y \Delta y$ [mm] | Δy [mm] | b [μm] | |
|-------|-------|---------------------|------------------|-----------------------|-----------------|
| | | | | Calculado | Microscópio |
| C4 | 8 | 205.6 ± 0.3 | 25.69 ± 0.04 | 76.3 ± 0.1 | 71.0 ± 0.9 |
| C5 | 4 | 53.4 ± 0.3 | 13.34 ± 0.07 | 147.1 ± 0.8 | 144.0 ± 0.9 |
| C6 | 20 | 128.5 ± 0.3 | 6.43 ± 0.01 | 305.5 ± 0.7 | 319.0 ± 0.9 |

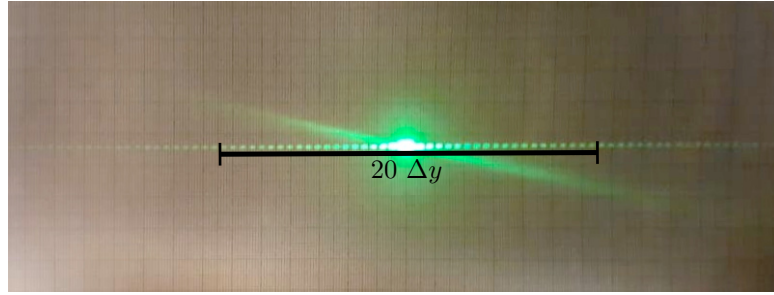
Tabela 1: Dados obtidos para os padrões de difração das fendas da linha C



(a) C4



(b) C5



(c) C6

Figura 3: Fotos dos padrões de difração das fendas C

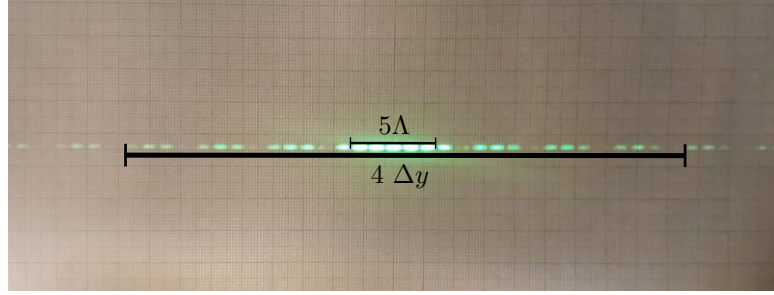
3.2 Fendas B

| Fenda | n_y | $n_y \Delta y$ [mm] | Δy [mm] | n_Λ | $n_\Lambda \Lambda$ [mm] | Λ [mm] |
|-------|-------|---------------------|------------------|-------------|--------------------------|-----------------|
| B4 | 4 | 182.7 ± 0.3 | 45.67 ± 0.07 | 5 | 27.9 ± 0.3 | 5.58 ± 0.06 |
| B5 | 5 | 226.2 ± 0.3 | 45.23 ± 0.06 | 11 | 35.3 ± 0.3 | 3.21 ± 0.03 |
| B6 | 5 | 224.7 ± 0.3 | 44.95 ± 0.06 | 6 | 14.2 ± 0.3 | 2.36 ± 0.05 |

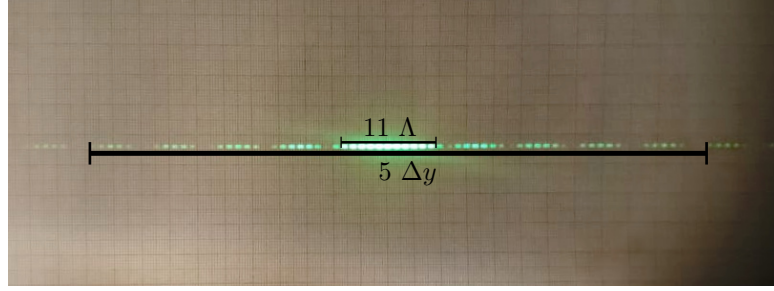
Tabela 2: Dados obtidos para os padrões de difração das fendas da linha B

| Fenda | b [μm] | | h [μm] | |
|-------|-----------------------|----------------|-----------------------|-----------------|
| | Calculado | Microscópio | Calculado | Microscópio |
| B4 | 42.99 ± 0.07 | 43.0 ± 0.9 | 176 ± 2 | 180.0 ± 0.9 |
| B5 | 43.42 ± 0.06 | 39.0 ± 0.9 | 306 ± 3 | 301.0 ± 0.9 |
| B6 | 43.67 ± 0.06 | 41.0 ± 0.9 | 416 ± 8 | 422.0 ± 0.9 |

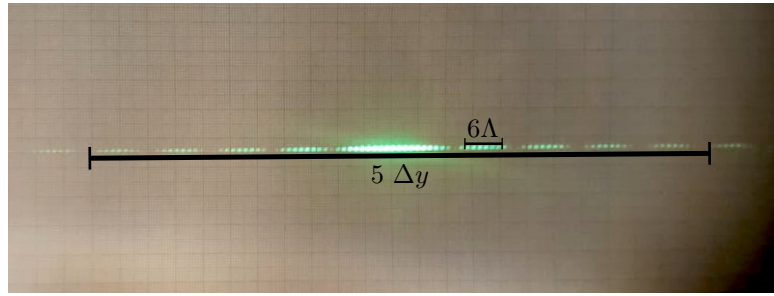
Tabela 3: Dimensões encontradas para cada fenda da linha B



(a) B4



(b) B5



(c) B6

Figura 4: Fotos dos padrões de difração das fendas B

3.3 Fendas A

| Fenda | Número de fendas | n_y | $n_y \Delta y$ [mm] | Δy [mm] | n_Λ | $n_\Lambda \Lambda$ [mm] | Λ [mm] | δy [mm] |
|-------|------------------|-------|---------------------|-----------------|-------------|--------------------------|-----------------|-----------------|
| A1 | 1 | 2 | 160.7 ± 0.3 | 80.4 ± 0.1 | — | — | — | — |
| A2 | 2 | 2 | 163.1 ± 0.3 | 81.5 ± 0.1 | 6 | 59.6 ± 0.3 | 9.93 ± 0.05 | 4.96 ± 0.02 |
| A3 | 3 | 3 | 236.9 ± 0.3 | 79.0 ± 0.1 | — | — | — | 3.4 ± 0.1 |
| A4 | 4 | 1.5 | 123.3 ± 0.3 | 82.2 ± 0.2 | — | — | — | 2.5 ± 0.1 |
| A5 | 5 | 3 | 228.0 ± 0.3 | 75.9 ± 0.1 | — | — | — | 2.0 ± 0.1 |
| A6 | 10 | 1 | 82.1 ± 0.3 | 82.1 ± 0.3 | — | — | — | 1.1 ± 0.1 |

Tabela 4: Dados obtidos para os padrões de difração das fendas da linha A

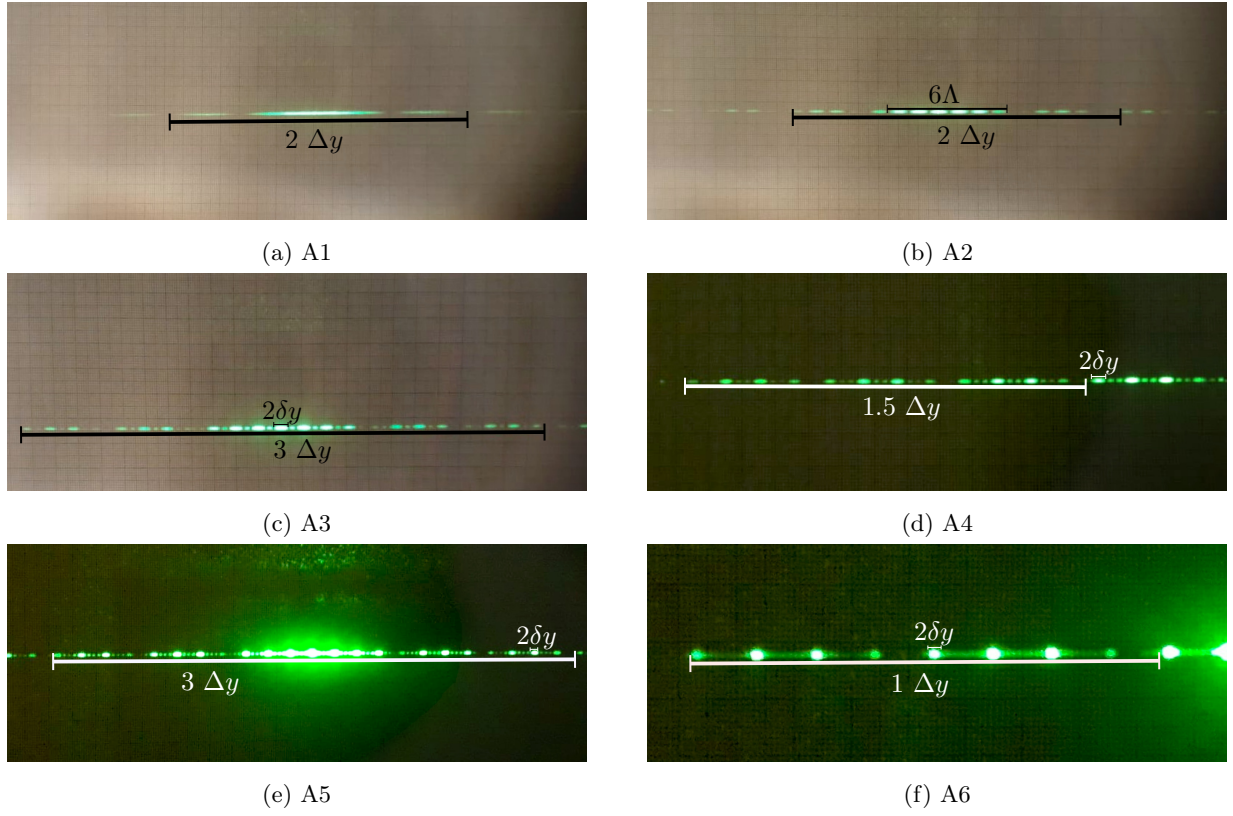


Figura 5: Fotos dos padrões de difração das fendas A

| Fenda | Número de fendas | b [μm] | | h [μm] | |
|-------|------------------|-----------------------|----------------|-----------------------|-----------------|
| | | Calculado | Microscópio | Calculado | Microscópio |
| A1 | 1 | 24.43 ± 0.04 | 24.0 ± 0.9 | — | — |
| A2 | 2 | 24.08 ± 0.04 | 24.0 ± 0.9 | 98.9 ± 0.5 | 100.0 ± 0.9 |
| A3 | 3 | 24.86 ± 0.03 | 24.0 ± 0.9 | 95.7 ± 0.4 | 100.0 ± 0.9 |
| A4 | 4 | 23.88 ± 0.06 | 24.0 ± 0.9 | 99.6 ± 0.6 | 100.0 ± 0.9 |
| A5 | 5 | 25.83 ± 0.03 | 24.0 ± 0.9 | 97.6 ± 0.7 | 100.0 ± 0.9 |
| A6 | 10 | 23.90 ± 0.08 | 24.0 ± 0.9 | 94.2 ± 0.1 | 100.0 ± 0.9 |

Tabela 5: Dimensões encontradas para cada fenda da linha A

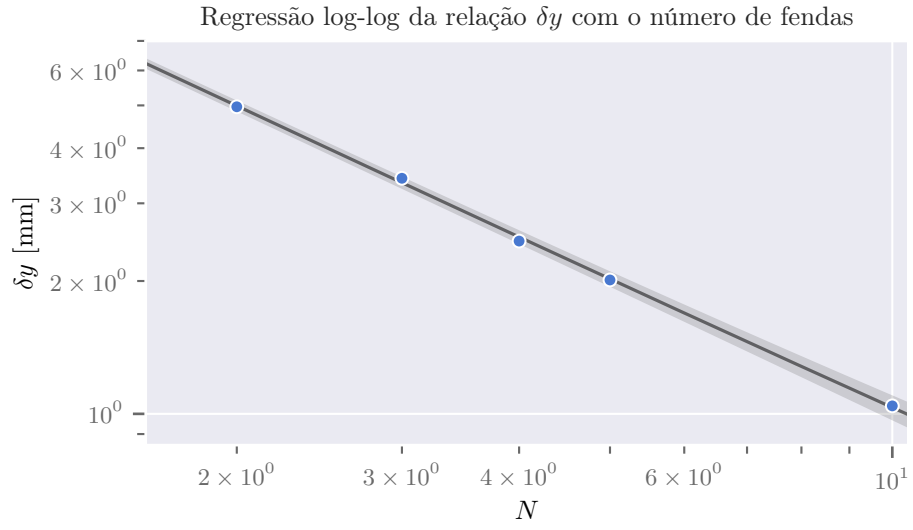


Figura 6: Regressão $\log(\delta y) \times \log(N)$, com bandas de incerteza

| Coefficiente | Valor |
|--------------|------------------|
| A | 0.99 ± 0.01 |
| B | -0.98 ± 0.02 |

Tabela 6: Coeficientes da regressão $\log(\delta y) \times \log(N)$

3.4 Fio de cabelo

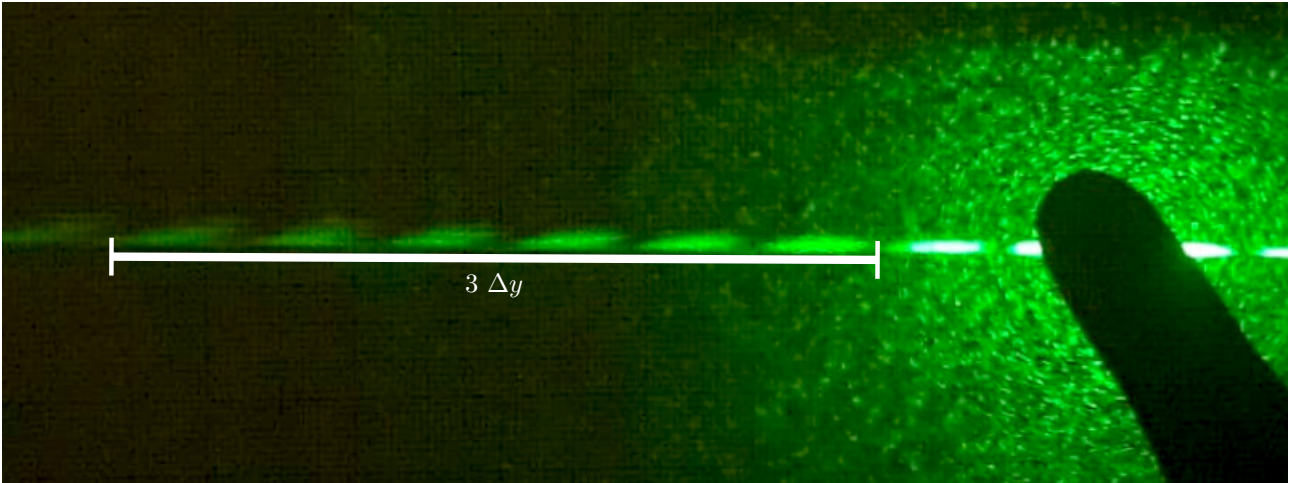


Figura 7: Padrão de difração no fio de cabelo. O dedo de um dos membros do grupo foi utilizado a fim de reduzir a saturação da câmera

| Medida | Valor |
|----------------|----------------------------|
| n_y | 3 |
| $n_y \Delta y$ | $101.6 \pm 0.3 \text{ mm}$ |
| Δy | $33.9 \pm 0.1 \text{ mm}$ |
| b | $57.9 \pm 0.2 \mu\text{m}$ |

Tabela 7: Dados obtidos para o padrão de difração no fio de cabelo

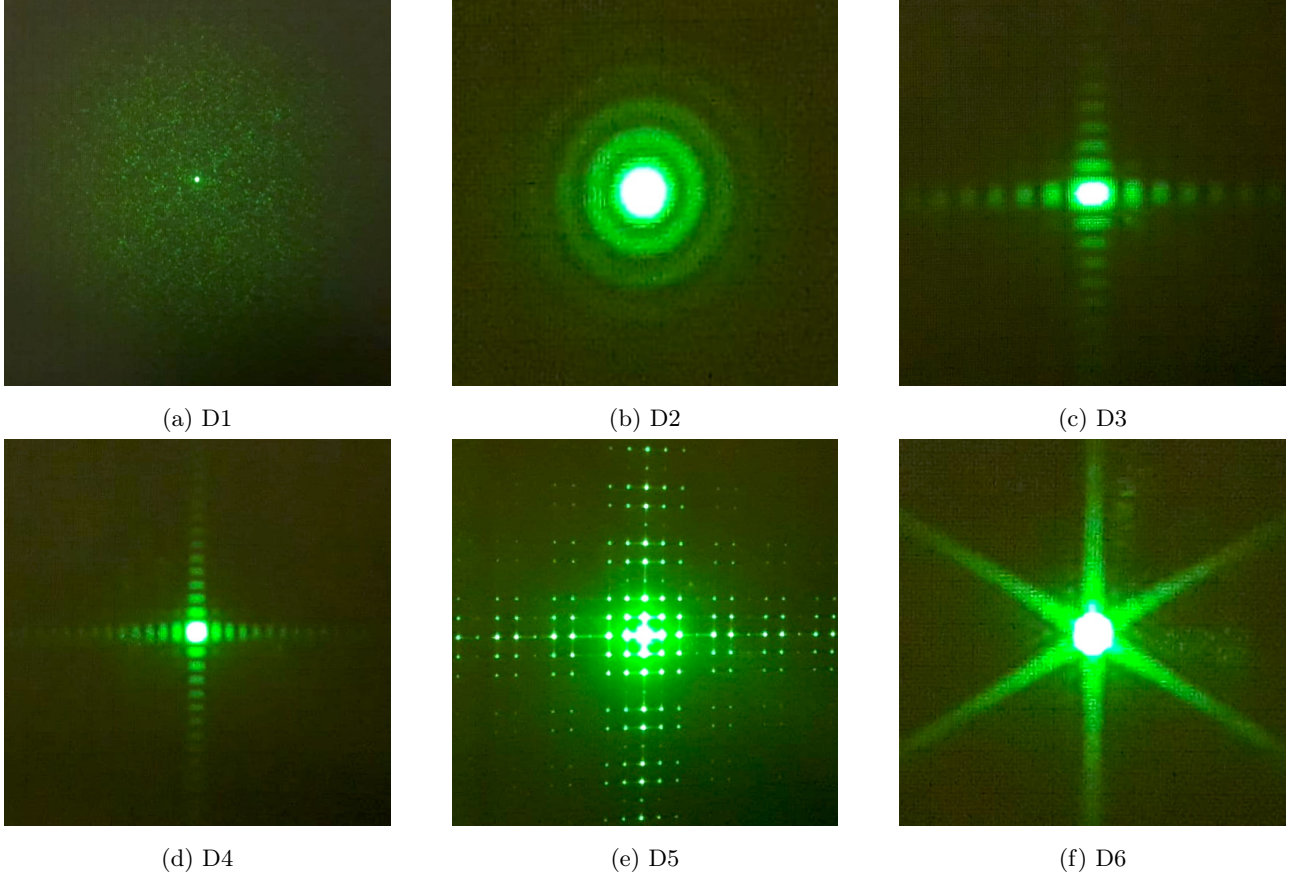


Figura 8: Fotos dos padrões de difração das fendas D

4 Discussão

A partir dos resultados observados na seção 3, a proximidade entre os valores obtidos a partir de cálculos, seguindo o modelo de Fraunhofer e aqueles obtidos com microscópio metrológico, é possível observar que o modelo citado demonstrou grande coerência. Os valores obtidos tanto para a largura das fendas quanto para a separação das mesmas foram condizentes para ambas as formas de medição, ou seja, demonstraram resultados similares, verificando as previsões de Fraunhofer.

A tabela 3 com as dimensões das fendas B mostraram que as medidas calculadas pelo modelo teórico tem bem menos variância nos resultados, sendo que a espessura deveria ser a mesma para todas as fendas, mudando apenas suas separações. foi visto que para os valores calculados, o desvio padrão dos resultados é bem menor que os mesmo valores medidos com o microscópio. Isso mostra que o modelo teórico tem resultados mais confiáveis e também que a incerteza encontrada é condizente com os resultados, se aproximando bem do desvio padrão das 3 medidas nos dois casos.

Em todos os conjuntos de fendas, de A a C, as grandezas mensuradas tiveram diferenças numéricas da ordem de micrômetros. Assim evidenciou-se que, pelo modelo de Fraunhofer é possível determinação da das grandezas das fendas de difração.

Para as fendas múltiplas de mesmas dimensões, a regressão na figura 6 deu os resultados na tabela 6 com $B \approx -1$. Com isso, o experimento também demonstrou que a largura dos máximos primários de interferência depende inversalmente da quantidade de fendas, não apenas da separação delas. Novamente, mais um resultado que seria esperado, seguindo o modelo teórico.

Na medição do fio de cabelo, o resultado foi algo próximo de $60\mu\text{m}$ (tab. 7). Esse valor bate com outros resultados de fontes variadas, como também com os valores das fontes da publicação[Bri99] de Brian Ley sobre o assunto. Nessa dissertação a margem mais abrangente é de $17\mu\text{m}$ até $181\mu\text{m}$, porém vários dos outros valores apresentados orbitavam em torno do resultado encontrado no experimento. Novamente, mais um método válido para a medição usada.

Em relação às imagens observadas na figura 8, as mesmas demonstraram que o padrão de difração observado no anteparo não só depende da largura, separação e quantidade de fendas, mas como também do formato e disposição das fendas. Assim, evidenciando que o padrões de difração e interferência observados podem ser muito diversos, dependendo fortemente das condições experimentais presentes, em especial, das características dimensionais das fendas.

5 Conclusão

Ao fim do experimento o grupo determinou que o procedimento experimental empregado foi efetivo para averiguar a validade do modelo de difração de Fraunhofer.

Seguindo o modelo proposto e utilizando os dados coletados no laboratório, os objetivos do experimento puderam ser atingidos com resultados satisfatórios. Tais resultados foram averiguados, pela proximidade das medidas dimensionais das fendas de difração, realizadas utilizando as medidas do anteparo e com microscópio metrológico.

Em suma, o experimento obteve resultados satisfatórios. O mesmo permitiu que os objetivos fossem atingidos, verificando as hipóteses, em especial, da validade do uso de padrões de difração como forma de medir dimensões das fendas que foram utilizadas para gera-los. Além disso, também foi possível entender o procedimento experimental para que o diâmetro de um fio de cabelo pudesse ser obtido da mesma maneira e averiguado pelo microscópio.

Referências

- [Gra75] Grant R. Fowles. *Introduction to Modern Optics*. 2ª ed. New York City: Holt McDougal, 1975.
- [Bri99] Brian Ley. «Diameter of a Human Hair». Em: *The Physics Factbook* (1999). URL: <https://hypertextbook.com/facts/1999/BrianLey.shtml>.
- [Emi99] Emil Wolf, Max Born. *Principles of optics*. 7ª ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. URL: <http://assets.cambridge.org/97805216/42224/sample/9780521642224ws.pdf>.
- [08] *Guia para a expressão de incerteza de medição*. INMETRO. 2008. URL: http://www.inmetro.gov.br/noticias/conteudo/iso_gum-versao_site.pdf.
- [Ant17] Antônio C. Costa, Gustavo S. Wiederhecker, Hugo L. Fragnito. «Difração da luz por fendas». Em: IFGW, Unicamp. Outubro de 2017.
- [Way] Wayne Rasband. *ImageJ, Image Processing and Analysis in Java*. National Institutes of Health. URL: <https://imagej.nih.gov/ij/>.