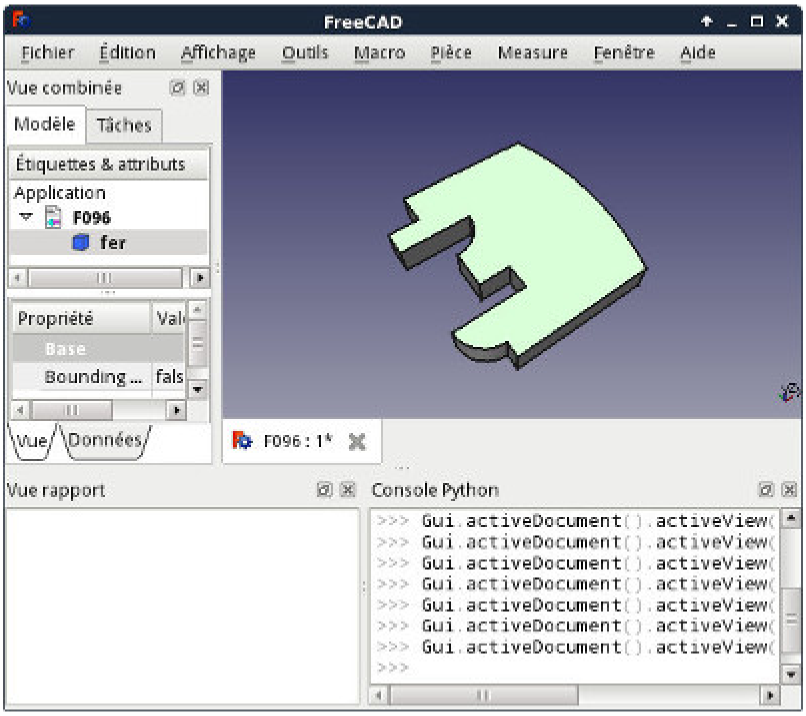
# Arc de cercle pour FreeCAD

Mourad Arnout

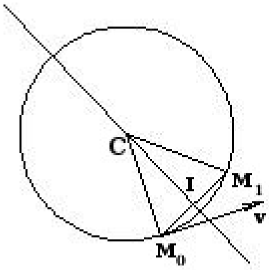
16 mai 2016

**Résumé**

Cet article fait partie d'un projet d'atelier menuiserie pour FreeCAD. La syntaxe de ce logiciel pour concevoir une section comprenant des rainures, des congés et des languettes est effroyablement compliquée. Les concepteurs de FreeCAD ont dû avoir du Java au biberon. Dans cet article on va définir un arc par un point de départ, un point d'arrivée et le vecteur tangent au premier point.



# 1 Coordonnées du centre de l'arc de cercle




Il s'agit de tracer un arc de cercle partant de $M_0$, arrivant en $M_1$ et tangent à $\vec{v}$ en $M_0$. Dans FreeCAD le vecteur $\vec{v}$ sera défini par son angle $a$ avec l'axe des abscisses.

Soit $C$ le centre de ce cercle et $I$ le milieu du segment $[M_0M_1]$.

Un point $M(x, y)$ appartient à la droite $(M_0C)$ si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{v}(\cos a, \sin a)$ et $\overrightarrow{M_0C}(x - x_0, y - y_0)$ sont orthogonaux :

$$(x - x_0)\cos a + (y - y_0)\sin a = 0 \tag{1}$$

Le centre $C$ appartient aussi à la médiatrice de $[M_0, M_1]$. On en fait autant avec $\overrightarrow{M_0M_1}$ et $\overrightarrow{IM}$ qui sont orthognaux :

$$(x_1 - x_0)(x - \frac{x_0 + x_1}{2}) + (y_1 - y_0)(y - \frac{y_0 + y_1}{2}) \tag{2}$$

*On aurait pu aussi écrire que* $MM_0^2 = MM_1^2$.

On va maintenant arranger un peu nos affaires.

$$\cos a.x + \sin a.y = x_0 \cos a + y_0 \sin a \tag{3}$$

$$(x_1 - x_0)x + (y_1 - y_0)y = \frac{x_1^2 - x_0^2 + y_1^2 - y_0^2}{2} \tag{4}$$

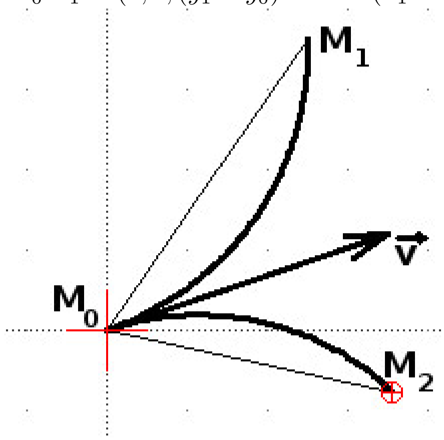
Il ne reste plus qu'à résoudre le système de deux équations à deux inconnues $x$ et $y$. Un de mes anciens profs de physique prétendait "il n'y a qu'une solution, c'est la bonne". Ici la bonne solution c'est celle des déterminants que je rappellerai en bas de page. On obtient aussitôt :

$$x = \frac{(y_1 - y_0)(x_0 \cos a + y_0 \sin a) - \frac{1}{2}(x_1^2 - x_0^2 + y_1^2 - y_0^2)\sin a}{(y_1 - y_0)\cos a - (x_1 - x_0)\sin a} \tag{5}$$

$$y = \frac{\frac{1}{2}(x_1^2 - x_0^2 + y_1^2 - y_0^2)\cos a - (x_1 - x_0)(x_0 \cos a + y_0 \sin a)}{(y_1 - y_0)\cos a - (x_1 - x_0)\sin a} \tag{6}$$

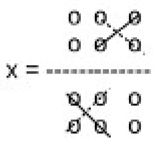
# 2 Orientation du plan

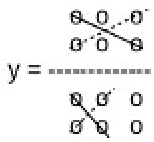
Le diable se cache dans les détails, et en math le diable c'est souvent des un cauchemar d'orientation. FreeCAD trace ces arcs toujours dans le sens trigonométrique. Entre 30 ° et 45 ° il fait un petit arc, mais entre 45 ° et 30 ° il fait le grand tour. Il faut donc bien lui indiquer l'angle de départ et l'angle d'arrivée. Voyez le petit dessin. Pour l'arc $M_0M_1$ il faut lui donner en premier l'angle en $M_0$ alors que pour l'arc $M_0M_2$ il faut donner l'angle à l'arrivée en premier. La solution miracle est le produit vectoriel $\vec{v} \wedge \overrightarrow{M_0M_1}$. S'il est positif le sens est trigonométrique, sinon il est rétrograde. Dans notre cas simple : $\vec{v} \wedge \overrightarrow{M_0M_1} = (0, 0, (y_1 - y_0)\cos a - (x_1 - x_0)\sin a)$




## 3 Système linéaire de deux équations à deux inconnues

Ci-dessous le schéma de calcul : Produit en traits plein - produit en pointillés. Les autres méthodes par substitution ou par élimination sont à réserver à ceux qui ont du temps à perdre.




*Il n'y a que le premier qui commence par le bas.*

*Ainsi si* $ab' - a' \neq 0$ *:* $\left\{ \begin{array}{ll} ax + by & = c \\ a'x + b'y & = c' \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{ll} x & = \dfrac{b'c - bc'}{ab' - a'b} \\ y & = \dfrac{ac' - a'c}{ab' - a'b} \end{array} \right.$