

Series Temporales. Práctica 3

Departamento de Estadística e Investigación Operativa.

Grado en Estadística. Universidad de Sevilla

Suavizado exponencial

1. Introducción	2
2. La función HoltWinters	2
3. Suavizado exponencial simple	3
4. Suavizado exponencial doble de Holt	4
5. Suavizado exponencial triple de Holt	5
6. Ejercicios	6

1 Introducción

En esta práctica se mostrará cómo realizar un suavizado exponencial de series temporales en **R**.

Recordemos que los métodos de suavizado que se consideran responden al siguiente cuadro:

Tendencia	Estacionalidad	Método de alisado exponencial
NO	NO	Alisado exponencial simple
SI	NO	Alisado exponencial doble de Brown Alisado exponencial doble de Holt
SI	SI	Alisado exponencial de Holt Winters <ul style="list-style-type: none"> • Aditivo • Multiplicativo

2 La función HoltWinters

Se usará la función `HoltWinters(x, alfa, beta, gamma)`.

1. Se puede excluir la componente estacional usando `gamma= FALSE`.
2. Se puede excluir la tendencia usando `beta=FALSE`, en cuyo caso se ejecuta un análisis exponencial simple (si `gamma= FALSE`).

La función HoltWinters()

El cálculo de los parámetros se hace minimizando la suma de cuadrados de los residuos del modelo.

La forma de utilizar esta función es la siguiente:

```
HoltWinters(x, alpha = NULL, beta = NULL, gamma = NULL, seasonal =
c(" additive", "multiplicative"), start.periods = 2, .start = NULL,
b.start = NULL, s.start = NULL, optim.start = c(alpha = 0.3,
beta = 0.1, gamma = 0.1), optim.control = list())
```

Podemos obtener una descripción de la función en R con

```
?HoltWinters
```

En esta función `seasonal` es una cadena de carácter para seleccionar el tipo de modelo. Basta poner sólo los primeros caracteres, p.e., `seasonal = "mult"`.

Algunas de las componentes del resultado de la función `HoltWinters` son:

- **fitted**. Serie temporal múltiple con una columna con los datos ajustados, además del nivel, la tendencia y la componente estacional estimados en cada instante t .
- **x**. La serie original.
- **alpha**. El valor de alfa usado.
- **beta**. El valor de beta usado.
- **gamma**. El valor de gamma usado.

- **coefficients**. Un vector con las componentes a, b, s_1, \dots, s_p con las estimaciones del nivel, tendencia y componentes estacionales.
- **seasonal**. Los valores estacionales usados.
- **SSE**. La suma de cuadrados del error del ajuste obtenido.
- **call**. La orden usada.

3 Suavizado exponencial simple

Ejercicio 1. vamos a usar los datos del ejemplo 3.1 del tema 1.

R comienza la predicción en el instante 2 tomando $\hat{X}_1 = X_1$

```
> y=c(409,416,423,430,437,444,452,458,459,461,461)
> y=ts(y, start=2002)
> Pb3.simple=HoltWinters(y,alpha=0.8,beta=F,gamma=F)
> str(Pb3.simple)
> Pb3.simple$fitted
Time Series:
Start = 2003
End = 2012
Frequency = 1
      xhat      level
2003 409.0000 409.0000
2004 414.6000 414.6000
2005 421.3200 421.3200
2006 428.2640 428.2640
2007 435.2528 435.2528
2008 442.2506 442.2506
2009 450.0501 450.0501
2010 456.4100 456.4100
2011 458.4820 458.4820
2012 460.4964 460.4964
> plot(Pb3.simple) #representa valores observados y ajustados
```

Si deseamos que comience con otro valor, por ejemplo 440

```
> Pb3.simple.440=HoltWinters(y,alpha=0.8,beta=F,gamma=F, l.start=440)
```

Si deseamos que calcule el valor de α que minimiza la suma de cuadrados debida al error

```
> Pb3.simple.min=HoltWinters(y,beta=F,gamma=F)
```

Comparemos

```
> Pb3.simple$SSE
> Pb3.simple.440$SSE
> Pb3.simple.min$SSE
```

Predicciones

```
> predict(Pb3.simple, n.ahead=5)
Time Series:
Start = 2013
End = 2017
Frequency = 1
      fit
[1,] 460.8993
[2,] 460.8993
[3,] 460.8993
[4,] 460.8993
[5,] 460.8993
```

Ejercicio 2. Predecir la tendencia de la serie de paro de los años 2003 a 2012 en el año 2013, usando un suavizado exponencial simple.

```
> paro <- read.csv("paro.csv", header=T, sep=";", dec=",")
> paro$Total <- gsub("
.", "", paro$Total)
> paro$Total <- gsub(",", ".", paro$Total)
> paro$Total=as.numeric(paro$Total,2)
> serie1=ts(data=paro$Total,frequency=4,start=c(2003,1))
> serie1
> paro.hw=HoltWinters(serie1,beta=F,gamma=F)
> plot(serie1)
> paro.hw$fitted
> lines(paro.hw$fitted[,1],col="red")
> predict(paro.hw,n.ahead=4)
> plot(serie1,xlim=c(2003,2013))
> lines(paro.hw$fitted[,1],col=2)
> lines(predict(paro.hw,n.ahead=4),col=2)
```

4 Suavizado exponencial doble de Holt

Ejercicio 3. vamos a usar los datos del ejemplo 3.3 del tema 1 ($\alpha = 0,5$ y $\beta = 0,1$).

R comienza la predicción en el instante 3 tomando $L_2 = X_2$ y $b_2 = X_2 - X_1$.

```
> Pb3.doble=HoltWinters(y,alpha=0.5, beta=0.1,gamma=F)
> Pb3.doble$fitted
Time Series:
Start = 2004
End = 2012
Frequency = 1
      xhat    level    trend
2004 423.0000 416.0000 7.000000
2005 430.0000 423.0000 7.000000
2006 437.0000 430.0000 7.000000
2007 444.0000 437.0000 7.000000
2008 451.0000 444.0000 7.000000
2009 458.5500 451.5000 7.050000
2010 465.2975 458.2750 7.022500
2011 468.8564 462.1487 6.707625
2012 471.2430 464.9282 6.314806
```

¿Qué hace R?

año	j	X_j	L_{j-1}	b_{j-1}	\hat{X}_j
2002	1	409			
2003	2	416			
2004	3	423	$L_2 = X_2 = 416$	$b_2 = X_2 - X_1 = 7$	$\hat{X}_3 = 423$
2005	4	430	$L_3 = \alpha X_3 + (1 - \alpha)(L_2 + b_2) = 423,00$	$b_3 = \beta(L_3 - L_2) + (1 - \beta)b_2 = 7,00$	$\hat{X}_4 = 430,00$
2006	5	437	$L_4 = \alpha X_4 + (1 - \alpha)(L_3 + b_3) = 430,00$	$b_4 = \beta(L_4 - L_3) + (1 - \beta)b_3 = 7,00$	$\hat{X}_5 = 437,00$
2007	6	444	$L_5 = \alpha X_5 + (1 - \alpha)(L_4 + b_4) = 437,00$	$b_5 = \beta(L_5 - L_4) + (1 - \beta)b_4 = 7,00$	$\hat{X}_6 = 444,00$
2008	7	452	$L_6 = \alpha X_6 + (1 - \alpha)(L_5 + b_5) = 444,00$	$b_6 = \beta(L_6 - L_5) + (1 - \beta)b_5 = 7,00$	$\hat{X}_7 = 451,00$
2009	8	459	$L_7 = \alpha X_7 + (1 - \alpha)(L_6 + b_6) = 451,50$	$b_7 = \beta(L_7 - L_6) + (1 - \beta)b_6 = 7,05$	$\hat{X}_8 = 458,55$
2010	9	461	$L_8 = \alpha X_8 + (1 - \alpha)(L_7 + b_7) = 458,28$	$b_8 = \beta(L_8 - L_7) + (1 - \beta)b_7 = 7,02$	$\hat{X}_9 = 465,30$
2011	10	461	$L_9 = \alpha X_9 + (1 - \alpha)(L_8 + b_8) = 462,15$	$b_9 = \beta(L_9 - L_8) + (1 - \beta)b_8 = 6,71$	$\hat{X}_{10} = 468,86$
2012	11	461	$L_{10} = \alpha X_{10} + (1 - \alpha)(L_9 + b_9) = 464,93$	$b_{10} = \beta(L_{10} - L_9) + (1 - \beta)b_9 = 6,31$	$\hat{X}_{11} = 471,24$

Si deseamos que comience con otros valores, por ejemplo 440 y 1

```
> Pb3.doble.440.1=HoltWinters(y,alpha=0.5,beta=0.1,gamma=F, l.start=440, b.start=1)
```

Si deseamos que calcule los valores de α y β que minimizan la suma de cuadrados debida al error

```
> Pb3.doble.min=HoltWinters(y,gamma=F)
```

Comparemos

```
> Pb3.doble$$SSE
> Pb3.doble.440.1$$SSE
> Pb3.doble.min$$SSE
```

Predicciones

```
> predict(Pb3.doble, n.ahead=3)
Time Series:
Start = 2013
End = 2015
Frequency = 1
      fit
[1,] 471.9242
[2,] 477.7268
[3,] 483.5295
```

5 Suavizado exponencial triple de Holt

Observaciones: X_1, X_2, \dots, X_n

Constantes de suavización: $\alpha, \beta, \gamma \in [0, 1]$

Consultar la función `HoltWinters` para expresiones del ajuste y valores iniciales.

Por defecto ajusta un modelo aditivo

Ejemplo: utilizamos el conjunto de datos `co2`

```
> help(co2) #para informacion sobre este dataset
```

```
> co2
> m=HoltWinters(co2)
> plot(m)           #plot de valores ajustados y observados
> plot(fitted(m))   #plot de valores ajustados y de las componentes estimadas en cada paso
```

Predicciones

```
> prediccion=predict(m, n.ahead=12)
> prediccion
```

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug
1998	365.1079	365.9664	366.7343	368.1364	368.6674	367.9508	366.5318	364.3799
	Sep	Oct	Nov	Dec				
1998	362.4731	362.7520	364.2203	365.6741				

Gráfica final:

```
> plot(co2,xlim=c(1959,1998))
> lines(m$fitted[,1],col=2)
> lines(prediccion,col=4)
```

6 Ejercicios

1. Predecir la serie de paro para el año 2013, a partir de los datos obtenidos entre 2003 y 2012.

```
paro <- read.csv("paro.csv", header=T, sep=";",dec=",")
paro$Total <- gsub("\\\\.", "", paro$Total)
paro$Total <- gsub(",", ".", paro$Total)
paro$Total=as.numeric(paro$Total,2)
serie1=ts(data=paro$Total,frequency=4,start=c(2003,1))
serie1
paro.hw=HoltWinters(serie1,seasonal = c("add"))
plot(serie1)
paro.hw$fitted
lines(paro.hw$fitted[,1],col="red")
predict(paro.hw,n.ahead=4)
plot(serie1,xlim=c(2003,2013))
lines(paro.hw$fitted[,1],col=2)
lines(predict(paro.hw,n.ahead=4),col=2)
```

2. Realiza un suavizado exponencial simple a la serie de datos del Problema 9 del tema 1, siguiendo el enunciado ¿es adecuado?
3. Realiza un suavizado exponencial doble de Holt a la serie del Problema 11 del tema 1, apartado b), siguiendo el enunciado ¿es adecuado?.