Physikalisches Anfängerpraktikum II für Lehramtsstudierende

Name: Marius Pfeiffer | Matrikel-Nr.: 4188573
E-Mail: marius.pfeiffer@stud.uni-heidelberg.de

Betreut durch: Kristian Köhler | 17.12.2024 & 13.01.2025

Versuch 241: Wechselstromeigenschften von RLC-Gliedern

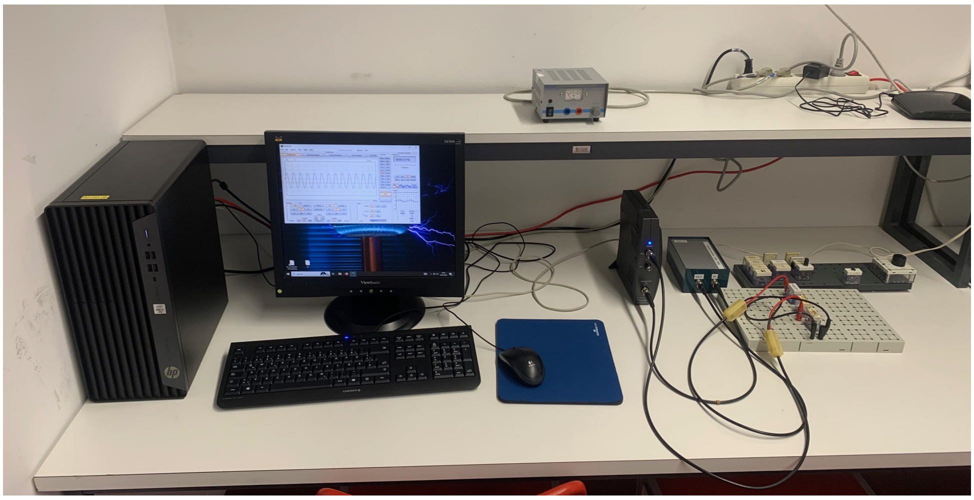

Abbildung 1: Versuchsaufbau

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

In Versuch 241 setzen wir uns mit sogenannten RLC-Schaltungen, also elektrische Schaltungen, welche Widerstände (R), Spulen (L) und Kondensatoren (C) verbinden. In Wissenschaft und Technik haben diese Schaltungen eine vielfältige und weitreichende Menge an Anwendungsfällen. Hierzu gehört zum Beispiel die Erzeugung von Schwingungen in Funktionsgeneratoren, wie sie auch im Praktikum oft zur Anwendung kommen. Die Frequenzabhängigkeit des Wechselstromwiderstandes, der sogenannten Impedanz, kann dazu verwendet werden, um Filterschaltungen zu realisieren. Weiter finden RLC-Glieder in der Signalverarbeitung und Störunterdrückung Anwendung, um beispielsweise Messsignale aufzubereiten und präzisere Messungen zu ermöglichen. Effekte von Widerständen, Induktivitäten und Kapazitäten treten auch in anderen Bauelementen und Kabeln auf. Das Verständnis der Effekte dieser hilft uns, Schaltungen entsprechend zu optimieren, sowie Fehler und Verfälschungen besser Interpretieren zu können.

1.1 Physikalische Grundlagen

Verhalten eines RC-Gliedes im Zeitbereich

Zunächst betrachten wir das Verhalten eines RC-Gliedes, also einer Schaltung aus einem Widerstand und einem Kondensator in einer Schaltung mit einer Gleichspannungsquelle, wie in Abbildung TODO: abbildung dargestellt. Wird der Stromkreis geschlossen, so beginnt der Kondensator sich aufzuladen. Der Aufladevorgang ist abschlossen, sobald die Spannung am Kondensator die Eingangsspannung U_E erreicht. Nach der Kirchhoff'schen Maschenregel gilt, dass die Eingangsspannung U_E gleich der Summe der Spannung am Kondensator U_C und am Widerstand U_R entspricht, also

$$U_E = U_C + U_R = U_C + RI. \tag{1}$$

Der Strom I entspricht gerade der zeitlichen Änderung der Kondensatorladung $I = \dot{Q} = C\dot{U}_C$, wodurch wir die Differentialgleichung

$$U_E = U_C + RC\dot{U}_C \tag{2}$$

erhalten. Als Lösung dieser Differentialgleichung erhalten wir

$$U_C(t) = U_E\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right) \tag{3}$$

Hierbei haben wir mit $\tau = RC$ die Zeitkonstante eingeführt. Erneut nach der Maschenregel können wir aus diesem Ergebnis den Verlauf der Spannung am Widerstand

$$U_R(t) = U_E\mathrm{e}^{-t/\tau}, \tag{4}$$

sowie nach dem Ohm'schen Gesetz den Strom

$$I(t) = \frac{U_R(t)}{R} = I_0\mathrm{e}^{-t/\tau} \tag{5}$$

herleiten. Wir sehen nun, dass die Kondensatorladung exponentiell bis U_E ansteigt, während der Strom von $I_0 = \frac{U_E}{R}$ gegenläufig exponentiell bis 0 abfällt. Die ausschlagebende größe ist bei diesem Prozess die soeben eingeführte Zeitkonstante τ. Diese lässt sich durch die Messung der Halbwertszeit des $T_{1/2}$ der Kondensatorladung nach

$$\frac{U_E}{2} = U_E\left(1 - \mathrm{e}^{T_{1/2}/\tau}\right) \tag{6}$$

$$\iff \tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \tag{7}$$

bestimmen.

Liegt am RC-Glied eine Rechtecksspannung mit der Periodendauer T an, so wird der Kondensator abwechselnd, abhängig von τ be- und endladen, wie es in Abbildung TODO: abbildung dargestellt ist.

Impedanz

Die Impedanz $Z = U/I$ bezeichnet den Wechselstromwiderstand, welchen die Bauelemente in einem Wechselstromkreis aufweisen. Die Wechselspannung sei nun beschrieben durch $U_E(t) = U_0 \mathrm{e}^{i\omega t}$ mit Amplitude U_0 und Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$. Für einen ohmschen Widerstand in einem Wechselstromkreis gilt

$$Z_R = \frac{U(t)}{I(t)} = \frac{U_0}{I_0} = R. \tag{8}$$

Die Impedanz ist also identisch mit dem Gleichstromwiderstand.

Für einen Kondensator in einem Wechselstromkreis gilt

$$U_E(t) = \frac{Q}{C} \implies \dot{U}_E = \frac{I(t)}{C} \implies i\omega U_E(t) = \frac{I(t)}{C}. \tag{9}$$

Hierdurch können wir dessen Impedanz herleiten zu

$$Z_C = \frac{U_E(t)}{I(t)} = \frac{1}{i\omega C}. \tag{10}$$

Eine solche rein imaginäre Impedanz wird auch Blindwiderstand genannt, da dieser Widerstand keine elektrische Leistung verbraucht. Wir stellen außerdem fest, dass die Impedanz frequenzabhängig ist. Für $\omega \to 0$ ist sie unendlich groß, für $\omega \to \infty$ verschwindet sie. Das Auftreten der imaginären Einheit $\frac{1}{i} = \mathrm{e}^{-i\frac{\pi}{2}}$ zeigt außerdem eine Phasenverschiebung des Stromes um $-\frac{\pi}{2}$ gegenüber der Spannung auf.

Für eine Spule mit Induktivität L gilt der Zusammenhang

$$U_E(t) = L\dot{I}(t) = i\omega L I(t) \tag{11}$$

$$\implies Z_E = i\omega L. \tag{12}$$

Diese ist also ebenfalls rein imaginär und frequenzabhängig. Auch hier zeigt sich das Auftreten der imaginären Einheit $i = \mathrm{e}^{i\frac{\pi}{2}}$ in einer Phasenverschiebung des Stroms um $+\frac{\pi}{2}$ gegenüber der Spannung auf.

1.2 Versuchsdurchführung

Messprotokoll 241 Marius Pfeiffer 17.12.2024
Robert Grosch

Aufgabe 1

RC-Schaltung $f = 165 \pm 1$ Hz

Halbwertszeiten:

C [nF]	R [kΩ]	$T_{1/2}$
470	1	0.3 ± 0.1 ms
4,7	10	45 ± 1 μs
47	1	34 ± 1 μs
47	1	32 ± 1 μs

Aufgabe 2

Integrator

Wenn wir den Widerstand durch den Poti höher eistellen, nähert sich die Signalkurve von U_A einer Dreiecksform an, welche sehr genau in die rechteckige Form von U_E passt.

Das Integral einer Rechtecksfunktion ist die Dreiecksfunktion, dies stimmt mit den Beobachtungen überein.

Aus einem eingehenden Dreieckssignal ergibt sich durch den Integrator ein Sinussignal.

Aufgabe 3

Tiefpass Filter

Frequenz Schnittpunkt: (9.46 ± 0.02) kHz

Hochpass Filter

Freq. Schnittpunkt: (3.31 ± 0.02) kHz

Phasenverschiebung Hochpass Filter

f [kHz]	Δt [ ]	φ [°]
1	0.22 ± 0.02 ms	79 ± 8
2	86 ± 2 µs	61.9 ± 1.5
3	46 ± 2 µs	49.7 ± 2.2
4	30 ± 2 µs	43.2 ± 2.9
5	20 ± 2 µs	36 ± 4
6	15 ± 2 µs	34 ± 5
7	11 ± 2 µs	27 ± 5
8	9 ± 2 µs	26 ± 6
9	7 ± 2 µs	23 ± 7
10	5 ± 2 µs	18 ± 8

241 Seite 2

Aufgabe 4

Eigenschaften der Frequenzgänge

R	f_R	U_A V [Vrms]	U_E V [Vrms]	Δf [kHz]
1 kΩ	4.02 ± 0.02 kHz	0.64 ± 0.02	0.661 ± 0.001	4.92 ± 0.03
220 Ω	3.80 ± 0.02 kHz	0.53 ± 0.02	0.650 ± 0.001	1.29 ± 0.03
47 Ω	3.75 ± 0.02 kHz	0.27 ± 0.02	0.627 ± 0.001	0.56 ± 0.03

Aufgabe 5

Resonanzfrequenzen bei Frequenzerhöhung

	R (Schwarz)	L (Blau)	C (Rot)
f	3.91 ± 0.02 kHz	4.04 ± 0.02 kHz	3.80 ± 0.02 kHz

Aufgabe 6

$f = 100.00$ Hz

	U_p [V]	T [ms]
A_1	0.74 ± 0.02	0.26 ± 0.02
A_2	0.50 ± 0.02	0.26 ± 0.02
A_3	0.36 ± 0.02	0.26 ± 0.02
A_4	0.26 ± 0.02	0.26 ± 0.02
A_5	0.18 ± 0.02	∅ 0.26 ± 0.02

Amplituden und Schwingungsdauer der gedämpften Schwingung

Mit veränderlichem Widerstand, Beobachtung

Schwingung wird geringer mit höherem Widerstand.

Aufgabe 7

Resonanzfrequenz: (3.94 ± 0.02) kHz

Aufgabe 8

Die Tabellen zeigen jeweils Frequenz & Amplitude der 100Hz, 4kHz und 8kHz Signalanteile (falls sichtbar)

Teil 1 (ohne Filter, 220 Ω)

Signalanteil	U [dBV]	dU [dB]	f [Hz]
1	-3.06 ± 0.02	71.25 ± 0.02	100.71 ± 10
2	-8.06 ± 0.02	65.63 ± 0.02	3600 ± 10
3	-22.13 ± 0.02	51.25 ± 0.02	6790 ± 10

Teil 2 (Hochpass, 220 Ω, 470 nF)

Signalanteil	U [dBV]	dU [dB]	f [Hz]
1	-26.81 ± 0.02		100.71 ± 10
2	-8.69 ± 0.02		3600 ± 10
3	-22.44 ± 0.02		6790 ± 10

Teil 2 (Tiefpass, 220 Ω, 470 nF)

Signalanteil	U [dBV]	dU [dB]	f [Hz]
1	-2.75 ± 0.02		100.71 ± 10
2	-15.88 ± 0.02		3600 ± 10
3	-51.19 ± 0.02		6750 ± 10

Teil 2 (LC-Tiefpass, L_1, 47nF)

Signalanteil	U [dBV]	dU [dB]	f [Hz]
1	-2.56 ±0.02		100.71 ± 10
2	9.94 ±0.02		3600 ± 10
3	—		—

Teil 3 (Bandpass RLC)

1kΩ, L_1, 47nF

Signalanteil	U [dBV]	f [Hz]
1	-3.19 ±0.02	100.71 ± 10
2	-8.81 ±0.02	3590 ± 10

Osz. Bild hat für Ch 1: 3V Ch 2: 1V Skalierung

47Ω, L_1, 47nF

Signalanteil	U [dBV]	f [Hz]
1	-2.87 ±0.02	100.71 ± 10
2	8.06 ±0.02	3590 ± 10

Teil 3 (Bandpass RC$\underline{L}$)

Skalierung
Ch1: 1V
Ch2: 1V

1kΩ, L_1, 47nF

Signalanteil	U [dBV]	f [Hz]
1	−11.50 ±0.02	3600 ± 10
2	−22.75 ±0.02	6790 ± 10

47Ω, L_1, 47nF

Signalanteil	U [dBV]	f [Hz]
1	6.81 ±0.02	3590 ± 10
2	−22.25 ±0.02	6790 ± 10

→ 100 Hz Peak nicht mehr im Spektrum zu sehen

Teil 3 (Bandpass CL$\underline{R}$)

Skalierung
Ch1: 1V
Ch2: 1V

1kΩ, L_1, 47nF

Signalanteil	U [dBV]	f [Hz]
1	−32.44 ±0.02	100.7 ± 10
2	−8.06 ±0.02	3590 ± 10
3	−43.38 ±0.02	6800 ± 10

47Ω, L_1, 47nF

Skalierung
Ch1: 0.3V
Ch2: 1V

Signalanteil	U [dBV]	f [Hz]
1	−57.56 ±0.02	100.71 ± 10
2	−18.50 ±0.02	3580 ± 10

→ 6.8kHz Peak nicht mehr sichtbar

Aufgabe 9

Amplitude bei ca. 1 MHz nahm mit Vergrößerung der Kapazität bis zu einem Maximum zu und bei weiterer Erhöhung der Kapazität wieder ab.

Amplitude nahm bei Entfernung des Eisenkerns aus der Spule ab.

Es konnte im Oszilloskop ein leicht verzerrtes Sinussignal beobachtet werden.

7.1.

3 Auswertung

4 Zusammenfassung und Diskussion

$$x = 3\frac{1}{|\,\mathrm{cm}|} \tag{13}$$

$$x = 3\ \mathrm{cm} \tag{14}$$

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + \frac{m}{2}\omega^2\vec{q} \tag{15}$$

$$\vec{p}^2 = \delta_{ij}p_ip_j \tag{16}$$

$$\vec{q}^2 = \delta_{kl}q_kq_l \tag{17}$$

$$\{L_i, H\} = \left\{\varepsilon_{abc}q_bp_c, \frac{\delta_{ij}p_ip_j}{2m} + \frac{m}{2}\omega^2\delta_{kl}q_kq_l\right\} \tag{18}$$

$$= \varepsilon_{abc}\left\{q_bp_c, \frac{\delta_{ij}p_ip_j}{2m} + \frac{m}{2}\omega^2\delta_{kl}q_kq_l\right\} \tag{19}$$

$$= \varepsilon_{abc}\left(\frac{1}{2m}\{q_bp_c, \delta_{ij}p_ip_j\} + \frac{m}{2}\omega^2\{q_bp_c, \delta_{kl}q_kq_l\}\right) \tag{20}$$

$$\tag{21}$$