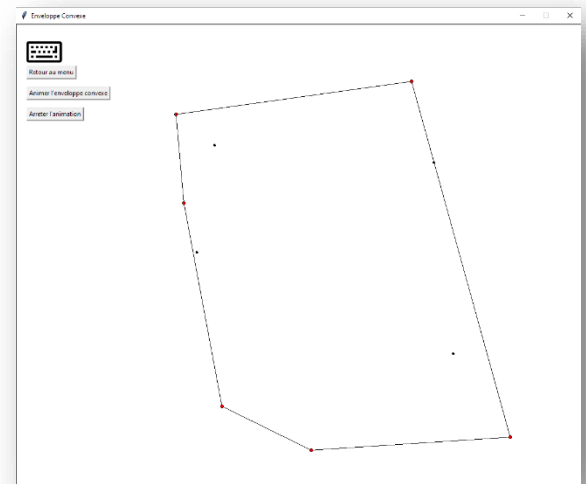
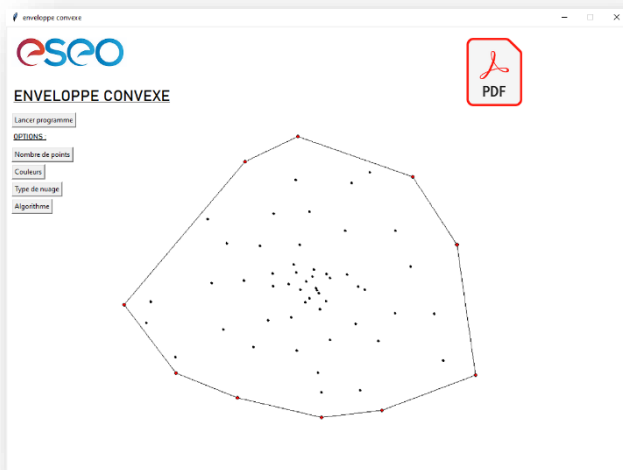


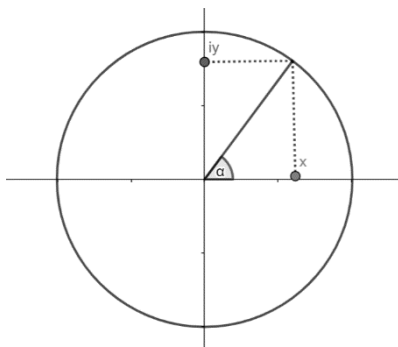
Projet n°10 : Enveloppes Convexes

Le but de ce projet était de déterminer et afficher l'enveloppe convexe d'un nuage de points de différentes manières.

Afin de répondre au problème, nous avons réalisé un programme avec trois méthodes différentes pour la détermination de l'enveloppe convexe, et nous avons créé une interface homme-machine ainsi qu'une interface graphique afin de rendre le programme interactif, et de pouvoir modifier le nuage de point facilement et rapidement :



I – Méthode du paquet cadeau



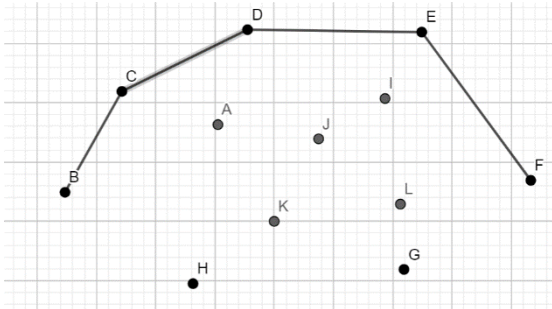
Le sujet nous demande d'utiliser la fonction $\text{atan2}(y,x)$ qui renvoie l'argument de $x+iy$

$$\text{Alpha} = \arctan2(y,x)$$

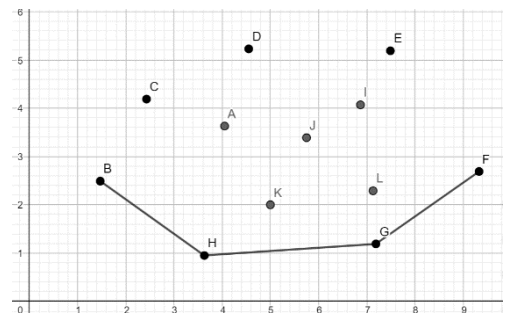
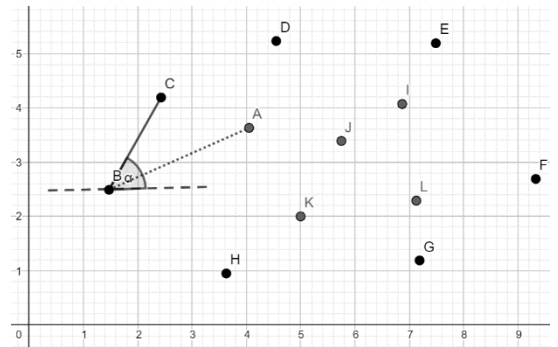
Pour la partie supérieure du cercle elle renverra un angle appartenant à $[0 ; \pi]$ et $[0 ; -\pi]$ pour la partie inférieure.

Pour créer l'enveloppe convexe on va premièrement récupérer le point maximal et minimal en ordonné ce dernier sera le premier point de l'enveloppe convexe.

On va ensuite calculer le vecteur unitaire avec tous les autres points et leurs angles par rapport au repère. On garde alors le point avec l'angle le plus grand on supprime ce point de la liste (la fonction renvoie la valeur 0 pour deux mêmes points) et on réitère jusqu'à l'abscisse maximale. On a ainsi la partie supérieure de l'enveloppe.

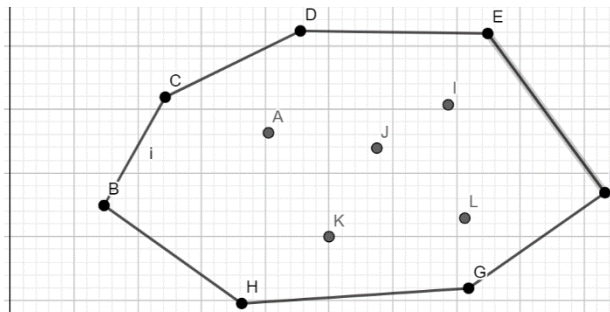


On fait de même en prenant l'angle minimum pour la partie basse de l'enveloppe.



Il ne reste donc plus qu'à inverser la liste de l'enveloppe de la partie basse et d'additionner les deux listes.

On obtient alors l'enveloppe convexe

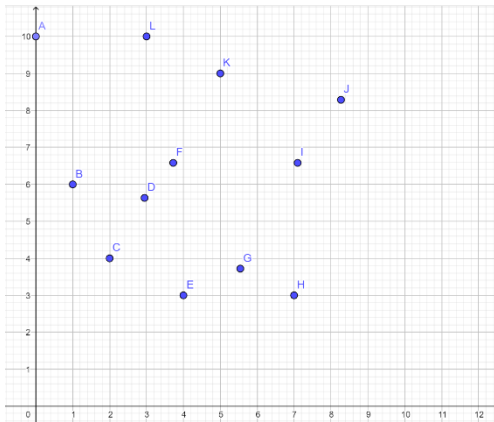


II – Méthode des angles polaires

Ce second Algorithme va utiliser La propriété suivante : Le segment formé par deux points dans une enveloppe convexe appartient à l'enveloppe convexe.

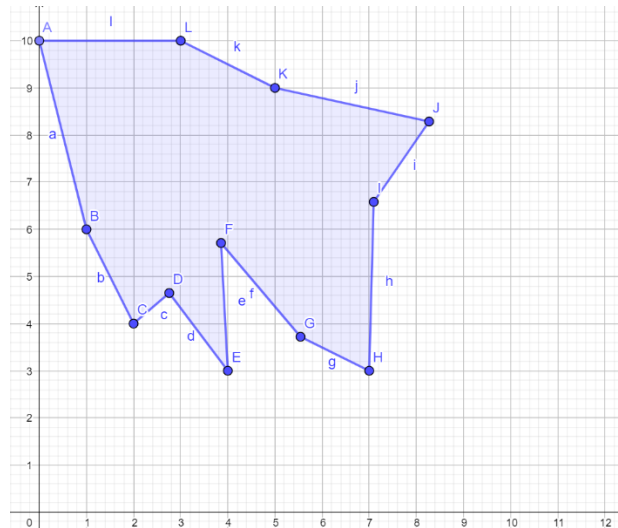
On Commence donc par générer un nuage de points puis on choisit un point minimal soit en abscisse soit en ordonné

Ici on choisit le point avec la plus petite ordonné. A partir de ce point, on va trier le nuage en comparant l'angle formé entre l'abscisse et la droite composé du point de départ et un autre point. On obtient donc ce type de résultat



Ici les points sont classé en ordre alphabétique, A en premier etc...

On va ensuite relier ces points pour obtenir un premier polygone



Pour créer L'Enveloppe Convexe, on va Comparer les angles pour savoir si un point fait partie de L'Enveloppe.

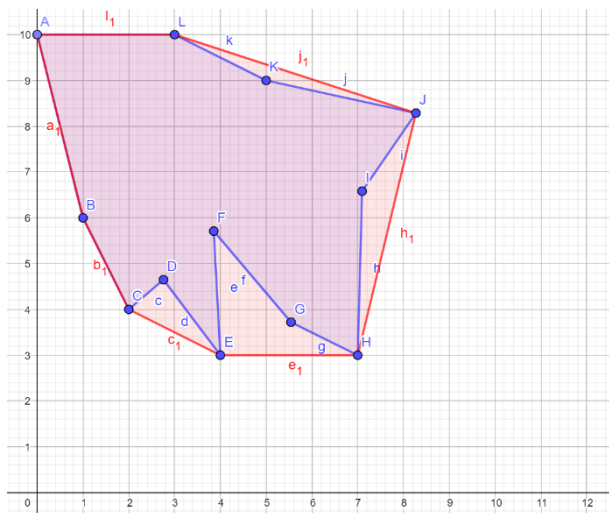
On part du point A, L'angle ABC est de signe négative (parcours dans le sens horaire), B fait donc partie de L'Enveloppe. C aussi puisque l'angle BCD est également négatif.

Cependant, l'angle CDE est positif D ne fait donc pas partie de L'Enveloppe.

En effet, si D faisait partie de L'Enveloppe Convexe, et que l'on trace un segment partant d'un point de CD vers DE, le segment ne ferait pas partie de L'Enveloppe.

On regarde ensuite L'angle BCE, il est négatif, C fait toujours partie de L'Enveloppe.

On procède ainsi pour tous les points et on obtient l'Enveloppe Convexe (ici en rouge)



III – Méthode Incrémentale

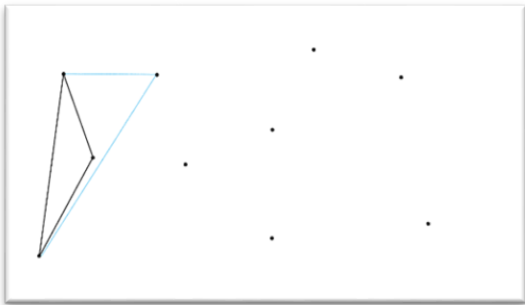
La méthode incrémentale consistait à initialiser l'enveloppe convexe au premier triangle, et à trier tous les points du nuage un par un en laissant le programme décider s'il fallait rajouter le point à l'enveloppe ou non.

Pour réaliser cette méthode, nous avons donc commencés par initialiser l'enveloppe convexe au triangle le plus à gauche :

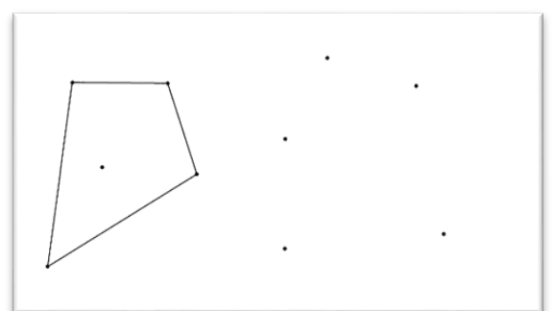
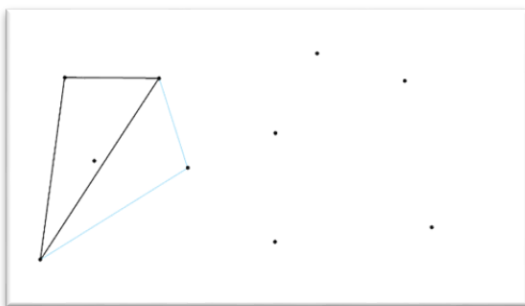


On calcule ensuite le produit vectoriel entre les différents vecteurs directeurs des segments entre les points de l'enveloppe convexe et le prochain point en abscisses, et on garde en mémoire les produits vectoriels supérieur à 0.

- S'il y a plus d'un produit vectoriel supérieur à 0, cela signifie que le prochain point est en dehors de l'enveloppe actuelle, et qu'en rajoutant ce point à l'enveloppe, un ou plusieurs points de l'enveloppe actuelle seront à l'intérieur de la nouvelle enveloppe. On supprimera donc ce(s) point(s) de l'enveloppe :



- S'il n'y a qu'un seul produit vectoriel supérieur à 0, cela signifie que le prochain point est en dehors de l'enveloppe actuelle, mais qu'en rajoutant ce point à l'enveloppe, aucun des points de l'enveloppe actuelle ne sera à l'intérieur de la nouvelle enveloppe :



- Si aucun des produits vectoriels n'est supérieur à 0, alors cela signifie que le prochain point est à l'intérieur de l'enveloppe actuelle, et que l'enveloppe ne changera pas.

Au final, la méthode incrémentale nous renverra l'enveloppe convexe du nuage de point entier :

