Die Auswirkung messfehlerbehafteter Prädiktoren auf die Ergebnisse linearer Regressionsanalysen - eine Simulationsstudie

Bachelorarbeit

zur Erlangung des akademischen Grades

Bachelor of Science in Psychologie

im Rahmen des

Bachelorstudiums

Psychologie

vorgelegt von:

Christopher-Benjamin Marquardt

betreut von:

Univ.-Ass. Dipl.-Psych. Can Gürer

an der

UMIT – Private Universität für Gesundheitswissenschaften,

Medizinische Informatik und Technik

Hall in Tirol, im Juni 2017

Betreuungsbestätigung

Ich befürworte die Abgabe der vorliegenden Abschlussarbeit, welche von mir betreut und insgesamt positiv bewertet wurde.

……………………………………………………..
Datum und Unterschrift des/der Betreuer/in

Annahme durch das Studienmanagement

am: ………………………………………….

von: ………………………………………….

Zusammenfassung

In der Psychologie darf nicht davon ausgegangen werden, dass eine Messung frei von Fehlern ist. Es wird daher auf eine messfehlerbehaftete Variable zurückgegriffen, um ein Gebilde vorhersagen zu können. Messfehler können durch systematische oder zufällige Fehler verursacht werden. Diese Arbeit befasst sich mit den Auswirkungen zufälliger Fehler auf die lineare Regression, da dieser Ergebnisse unvorhersehbar verzerrt. In der vorliegenden Arbeit werden die Auswirkungen fehlerbehafteter Messungen auf die Schätzwerteigenschaften in der linearen Regression untersucht. Es wird die Hypothese aufgestellt, dass die Schätzwerte in der simplen linearen Regression mit Hilfe der kleinsten Quadrate Methode, bei fehlerhafter Messung der unabhängigen Variable, unterschätzt werden. In der multiplen linearen Regression wird das Verhalten der Schätzwerteigenschaften, unter verschiedenen Bedingungen, untersucht. Beides wurde mit Hilfe einer Simulation durchgeführt. Es kam bei der einfachen linearen Regression zu einer Unterschätzung des Regressionskoeffizienten. Dies wurde aufgrund der Minderungskorrektur von Spearman bereits erwartet. Zusätzlich zeigte sich in der simplen linearen Regression, dass es bei einer geringen Varianzaufklärung R^2 nur zu einer geringer Power kommen kann. Bei der multiplen linearen Regression kam es sowohl zu einer Überschätzung als auch zu einer Unterschätzung des Regressionskoeffizienten. Die Ergebnisse aus der multiplen linearen Regression stimmen mit der klassischen Suppressionstheorie überein. Außerdem kam es bei der multiplen linearen Regression bei einer kleinen Stichprobe zu einer starken Überschätzung der Varianzaufklärung R^2. Schlussfolgernd kam man zu dem Ergebnis, dass durch eine Korrelation der X-Variablen, ein besserer Schätzwert erhalten werden kann, vorausgesetzt sie weisen die selbe Reliabilität auf und tragen beide zur Erklärung der abhängigen Variable bei.

Stichwörter: Messfehler; Reliabilität; Regression; statistische Analyse, Simulation;

Abstract

In nowadays psychology it is well known, that measurements are not self-evidently free of errors. An error is defined as the deviation from the true value. Therefore predictions are made with the use of variables containing errors. Measurement errors generally fall into two categories, random errors and systematic errors. The focus of this paper is set on the effects of random errors. The aim of this paper is to demonstrate the effects of random measurement errors on linear regression, because these random errors lead to biased results. Furthermore, the influence of measurement errors on the quality of estimated values of the regression are investigated. In the following, the hypothese, that the estimators of the simple linear regression, derived from the ordinary least square method, are underestimated, when there is a measurement error in the independent variable, will be tested. The behaviour of the multiple linear regression under different conditions will be investigated. Both researches were conducted by the use of a simulation. The regression coefficient, derived from the simple linear regression, was underestimated. Which can also be confirmed, by the correction of attenuation by Spearman. Moreover the paper shows, that a small explained variance R^2 lead to a weak power. The investigation of the multiple linear regression showed the over-/ and underestimation of the regression coefficients. The results of the multiple linear regression match the theory of classic suppression. In addition, during a small sample size the multiple regression led to a strong overestimation of the explained variance R^2. In summary it has been shown, that a correlation of the X-variables leads to a better estimator, under the condition, that they both show the same reliability and are used to explain the depended variable.

Keywords: measurement errors; reliability; regression; statistical analysis, simulation

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

Um in der Psychologie quantitative Aussagen empirisch belegen zu können, müssen Messungen durchgeführt werden. Jedoch kann nicht grundsätzlich davon ausgegangen werden, dass eine Messung frei von Fehlern ist. Ein Fehler in einer Messung ist eine Abweichung vom wahren Wert einer Ausprägung, sei es der wahre Wert einer Intelligenz oder der Arbeitszufriedenheit. Dabei kann der Fehler nicht nur negativ, sondern auch positiv ausgeprägt sein. Der wahre Wert einer Variable ist in keiner Messung direkt beobachtbar. Darum muss auf eine fehlerbehaftete, aber direkt beobachtbare Variable zurückgegriffen werden, um eine möglichst genaue Schätzung des wahren Werts zu erhalten. Man unterscheidet im Allgemeinen zwischen dem systematischen und dem zufälligen Fehler.

Unter einem systematischen Fehler versteht man einen gleichbleibenden Fehler in Messvorgängen mit derselben Struktur. Das würde bedeuten, dass bei allen Testpersonen der gleiche additive Fehler vorhanden ist. Der systematische Fehler kann im Vergleich zum zufälligen Fehler durch häufiges Kalibrieren der Geräte leichter kontrolliert werden (Viswanathan, 2005). Daher beschäftigt sich diese Arbeit nur mit den Auswirkungen der zufälligen Fehler.

Im Gegensatz zu den systematischen Fehlern beeinflusst der zufällige Messfehler die Messergebnisse in unterschiedlicher und unvorhersehbarer Weise. Dieser Fehler könnte durch mehrere verschiedene Ursachen hervorgerufen werden. Beispielsweise kann eine Person an dem Tag ihrer Messung auf dem Weg zur Messung den Bus verpasst haben und deswegen schlecht gelaunt sein. Dies könnte sich auf die Leistungen in der Messung auswirken. Jedoch sollte man immer auch bedenken, falls allen Testpersonen genau der gleiche Vorgang passiert ist und sie alle die selbe Laune haben, auch dann man von einem systematischen Fehler sprechen. Bei wiederholten Messungen derselben Person streuen die Werte um den wahren Wert, jedoch können die zufälligen Fehler nicht korrigiert werden. Deshalb können nur Aussagen über das Ergebnis der Messung gemacht werden, die mit einer gewissen Ungenauigkeit behaftet sind.

Bereits in der klassischen Testtheorie beschäftigte man sich mit der Annahme, dass jeder beobachtete Wert X sich aus dem wahren Wert T und einem Fehler E zusammensetzt. Beim Mittelwert des Fehlers wird vorausgesetzt, dass er Null beträgt. Zusammenfassend kann ein Messfehler als eine Abweichung in der

Höhe des Unterschiedes zwischen dem beobachteten Wert X und dem wahren Wert T bezeichnet werden (Novick, 1965).

$$\mathrm{X} = \boldsymbol{T_x} + \boldsymbol{E_x} \qquad (1)$$

Außerdem wird vorausgesetzt, dass es keine Korrelation zwischen den Fehlern und dem wahren Wert und ebenso auch keine Korrelation zwischen den Fehlern gibt. Im späteren Teil wird jedoch veranschaulicht, dass dies nicht überall angenommen werden kann. Die klassische Testtheorie ist eine der ersten Ansätze um die Reliabilität zu untersuchen. (Magnusson, 1967, Carmines & Zeller,1979, Ghiselli, Campell & Zedec, 1981). Die Reliabilität ist das Verhältnis der wahren Varianz an der beobachteten Varianz. Daher kann man auch von ihr als der Zuverlässigkeit der Testung sprechen, da sie den Fehleranteil der Messung angibt. Weiters sollte für den späteren Verlauf erwähnt werden, dass die Reliabilität nur einen Wert zwischen 0 und 1 annehmen kann. Da die wahre Varianz nicht beobachtbar ist, kann man den Reliabilitätskoeffizient über Korrelationen schätzen (Amelang & Zielinski, 1994). Die Formel zur Messung der Reliabilität lautet (siehe Formel 2).

$$Rel = \frac{var_{true\ X}}{var_{true\ X} + var_{error}} \qquad (2)$$

$var_{true\ X}$ steht hier für die wahre, aber nicht beobachtbare Varianz.
var_{error} steht hier für die Varianz der Fehler.

$$Rel = \frac{var_{true\ X}}{var_{observed\ X}} \qquad (3)$$

$var_{observed\ X}$ setzt sich wie oben bereits veranschaulicht aus der Varianz der wahren Werte und der Varianz der Fehler zusammen.

Der gleichen Problematik muss man sich auch bei einer linearen Regression stellen. Häufig sind hier die fehlerfreien systematischen Variablen X nicht direkt beobachtbar. Aus diesem Grund greift man auch auf eine fehlerbehaftete beobachtbare Variable W zurück und mittels der Methode der kleinsten Quadrate erhält man einen Schätzwert. Jedoch können diese verzerrt sein. Man geht hier davon aus, dass der Einfluss der fehlerhaft gemessenen Werte nur eine geringe Abweichung vom wahren Wert verursacht. Diese Annahme sollte jedoch nicht einfach so pauschal getroffen werden (Fahrmeier, 2009). Man versucht bei der linearen Regression eine abhängige Variable mittels einer linearen Funktion durch andere unabhängige Variablen zu erklären. Um diesen Zusammenhang der Merkmalsvorhersage zeigen zu können, wird eine Regressionsgleichung benötigt.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_n x_n + \epsilon \tag{4}$$

Y = die abhängige Variable
x_n = unabhängige Variable, n= 1,..,n
β_0= der Intercept
β_n= Regressionskoeffizient der n-ten abhängigen Variablen, n =1,...,n
ϵ = Fehler der Regression

Außerdem gibt es noch einen Spezialfall, in dem nur zwei Variablen vorkommen. Dieser Fall wäre dann die einfache lineare Regression, in der eine unabhängige Variable eine abhängige Variable vorhersagt. In beiden Fällen wird eine abhängige Variable durch einen bzw. mehrere Prädiktor(en) erklärt (Bortz & Schuster, 2010).

Ein Maß für den linearen Zusammenhang ist die Korrelation. Wie bereits erwähnt, können Schätzungen des Reliabilitätskoeffizienten über Korrelationen berechnet werden. Der Regressionskoeffizient im Rahmen der einfachen lineare Regression kann mit Hilfe der Gleichung (siehe Formel 5)

$$\mathrm{b} = r_{xy} * \frac{s_y}{s_x} \tag{5}$$

berechnet werden.

Spearman (1904, 1910) kam in seinen Arbeiten zu dem Ergebnis, dass Messungen nicht perfekt reliabel gemessen werden können. Aus diesem Grund entwarf er die Formel der Minderungskorrektur. Durch diese Formel wurde errechnet wie stark der Zusammenhang zwischen zwei Variablen wäre, wenn der Test perfekt reliabel wäre, der Test sozusagen ohne Messfehler messen würde.

Dadurch konnte gezeigt werden, dass der Zusammenhang zwischen zwei Variablen unterschätzt wird, wenn eine der beiden Variablen messfehlerbehaftet ist. Die Formel der doppelten Minderungskorrektur lautet (Amelang & Zielinski, 1994)

$$r_{x_t y_t} = \frac{r_{x_i y_j}}{\sqrt{r_{xx}} * \sqrt{r_{yy}}} \tag{6}$$

$r_{x_t y_t}$ stellt hierbei die korrigierte Korrelation dar. $r_{x_i y_j}$ ist die beobachtete Korrelation. r_{xx} ist die Reliabilität von X und r_{yy} ist die Reliabilität von Y. Um dies besser zu veranschaulichen wird ein Beispiel aufgezeigt. Es wurde eine Korrelation von .2 zwischen den Variablen festgestellt und die Reliabilität der Variablen ist .5. Somit beträgt die korrigierte Korrelation

$$r_{x_t y_t} = \frac{.2}{\sqrt{(.5)(.5)}} = .4 \tag{7}$$

Dies bedeutet, dass die Korrelation zwischen den beiden Variablen .4 wäre, wenn beide perfekt reliabel wären, also ohne Messfehler gemessen wären. Dadurch wurde veranschaulicht, dass die Korrelation zwischen den beiden Variablen aufgrund des Messfehlers unterschätzt wurde. Es gibt sowohl die einfache als auch die doppelte Minderungskorrektur. In dieser Arbeit wird der Fokus auf die einfache Minderungskorrektur gelegt. Bei der einfachen Minderungskorrektur handelt es sich um die Formel

$$r_{t,Tc} = \frac{cov_{t,Tc}}{s_t * s_{Tc}} = \frac{r_{tc}}{\sqrt{r}_{cc}} \tag{8}$$

t = der beobachtete Wert

T_c= wahrer Kriteriumswert

r_{tc} = beobachtete Validität des Tests

r_{cc} = Reliabilität des beobachteten Kriteriumswert

Je größer r_{cc} wird, desto mehr nähert sich die hochgerechnete der beobachteten Validität an. Je mehr r_{cc} fällt, desto größer wird $r_{t,c}$. Die Minderungskorrektur kann in der simplen linearen Regression veranschaulicht werden. Wenn X fehlerhaft gemessen wird, muss die Formel zum Berechnen des Regressionskoeffizienten angepasst werden. Verständnishalber wird noch einmal veranschaulicht wie die Reliabilität r_{xy} noch geschrieben werden kann.

$$r_{xy} = \frac{cov_{xy}}{s_x * s_y} \tag{9}$$

Dies wird nun in der oberen Formel zur Berechnung des Regressionskoeffizienten eingesetzt.

$$b = \frac{cov_{xy}}{s_x * s_y} * \frac{s_y}{s_x} \tag{10}$$

Nun werden die beiden Standardabweichungen von X aufgrund des Messfehlers angepasst. Hierfür wird die Gleichung (3) für die Reliabilität umgeformt, damit sie eingesetzt werden kann.

$$Rel * var_{observed\ X} = var_{true\ X} \tag{11}$$

$$\sqrt{var_{observed\ X}} = \frac{\sqrt{var_{true\ X}}}{\sqrt{Rel}} \tag{12}$$

$$s_x = \frac{\sqrt{var_{true\ X}}}{\sqrt{Rel}} \tag{13}$$

Die Wurzel wird genommen, da in der Formel für die Berechnung des Regressionskoeffizienten die Standardabweichung verwendet wird. Die neue

Gleichung für die Berechnung des Regressionskoeffizienten lautet wie folgt (siehe Formel 14).

$$b_{neu} = \frac{cov_{xy}}{\frac{\sqrt{var_{true\ X}}}{\sqrt{Rel}} * s_y} * \frac{s_y}{\frac{\sqrt{var_{true\ X}}}{\sqrt{Rel}}} \tag{14}$$

cov_{xy} = Kovarianz von x und y

s_y = Standartabweichung von y

Durch Vereinfachen der Gleichung erhält man

$$b_{neu} = Rel \ * b_{alt} \tag{15}$$

An dieser Gleichung wird ersichtlich, dass der neue Regressionskoeffizient kleiner sein muss als der alte Regressionskoeffizient, da die Reliabilität nur einen Wert zwischen 0 und 1 annehmen kann. Je niedriger der Reliabilitätskoeffizient ist, desto mehr nähert sich der Regressionskoeffizient Null (Fuller, 1987) .

In der linearen Regression können zwischen den unabhängigen Variablen mehrere Effekte bestehen. Einer dieser Effekte wird klassische Suppression genannt. Eine Suppression kann nur auftreten, wenn unabhängige Variablen korrelieren. Unter Suppression versteht man, dass unter Einbeziehung einer dritten unabhängigen Variable in eine Regressionsgleichung die Beziehung zwischen der abhängigen und der unabhängigen Variable vergrößert oder verkleinert wird oder sich das Vorzeichen ändert (Sharpe & Roberts, 1997, Hamilton 1987). Horst Paul, der Erfinder des Begriffes “suppression variable”, bezeichnete die Suppression 1941 als eine unabhängige Variable, die keine Beziehung zu der abhängigen Variable hat, jedoch aber durch ihre Korrelation mit einer anderen unabhängigen Variable die erklärende Varianz R^2 erhöht (Horst, 1941). Durch die Hinzunahme eines Suppressors in die Regressionsgleichung werden andere Prädiktoren von Fehlern bereinigt (Bortz & Schuster, 2010). Dadurch trägt der Suppressor zu einer Verbesserung der Vorhersage bei, indem er den Störanteil des anderen Prädiktors eliminiert. Dieser Fall, der hier beschrieben wurde, wird auch als klassische Suppression bezeichnet. Eine negative Suppression wird von Darlington (1968) beschrieben, dass, obwohl die unabhängige Variable mit der abhängigen Variable positiv korreliert, sie trotzdem in der Regressionsgleichung einen negativen Regressionskoeffizienten besitzt.

In der Arbeit (2014) von Yan Ling und Salvendy kam es bei der Untersuchung der multiplen linearen Regression ebenfalls zu den Effekten der Suppressionstheorie, welche oben genannt wurden. Die Autoren haben sich mit den Auswirkungen von Messfehlern auf verschiedene Verfahren beschäftigt. Dabei wurden die Auswirkungen von Messfehlern sowohl auf die Korrelation als auch auf die lineare Regression untersucht. Sie kamen zu dem Ergebnis, dass die Korrelation zwischen X und Y, wenn eines von beiden oder beide mit Messfehlern gemessen werden, zu einer Unterschätzung der Beziehung zwischen X und Y führt. Des Weiteren kamen sie zu dem Ergebnis, dass die Regressionskoeffizienten der multiplen linearen Regression überschätzt oder unterschätzt werden können, oder dass sich ihre Vorzeichen verändern, abhängig von der Korrelation zwischen den Variablen. Dies ist wiederum ein Beweis für das Vorliegen der Suppressionstheorie ist. Zusätzlich weisen die Autoren darauf hin, dass die mangelnde Aufmerksamkeit auf Messfehler zu Verzerrungen bei jeder Art von Studie führen kann, welche eine Messung und eine statistische Analyse beinhaltet. Durch diese Studie konnten die Effekte der Suppressionstheorie wiederum aufgezeigt werden.

Lord, Novick (1968), Gulliksen (1950) und andere stellten aufgrund einer Annahme die Theorie auf, dass der wahre Wert X und der Fehler Wert E in der klassische Testtheorie nicht korreliert, nimmt man beispielsweise zwei verschiedene Tests zum Vorhersagen eines Konstrukts. Es ist belegt, dass beide Tests nicht korrelieren, jedoch kann nicht angenommen werden, dass die Messfehler der beiden Tests nicht korrelieren. Guttman äußerte bereits 1953 seine Zweifel daran, dass zwei verschiedene Test X und Y experimentell unabhängig voneinander seien. Diese Aussage könne nicht ohne ein zusätzliches Axiom bestätigt werden, so Guttmann.

Dem genannten Beispiel haben sich Zimmerman und Williams in ihrer Arbeit (1977) gewidmet. Sie untersuchten verschiedene Verfahren auf ihr Verhalten, unter dem Umstand, dass die Messfehler zweier Tests korrelieren. Sie kamen zu dem Ergebnis, wenn die Messfehler der Tests positiv miteinander korrelierten, führte das dazu, dass die Minderungskorrektur von Spearman die Ergebnisse überschätzte. Wenn die Messfehler der Tests jedoch negativ miteinander korrelierten, führte das zu einer Unterschätzung der Ergebnisse der Minderungskorrektur.

Ausgehend von den genannten Studien untersucht diese Arbeit, welche Auswirkungen fehlerbehaftete Messungen der unabhängigen Variable auf die Schätzwerteigenschaften in der linearen Regression mit Hilfe der kleinsten Quadrat Methode hat und wie weit die Schätzungen von den Simulationen der wahren Werte abweichen.

Es wird davon ausgeganen, dass die Schätzwerte in der simplen linearen Regression mit Hilfe der kleinsten Quadrate Methode bei fehlerhafter Messung der unabhängigen Variable unterschätzt werden. Bei der multiplen linearen Regression wird untersucht, inwiefern sich die Schätzwerte verändern wenn nur die Prädiktoren korrelieren, jedoch aber nicht ihre Fehler korrelieren. Als nächstes wird überprüft inwiefern sich die Schätzwerte bei unkorrelierten Prädiktoren mit zugehörigen korrelierenden Fehlern verändern. Zudem wird überprüft, wie sich die Parameterschätzung bei korrelierenden Prädiktoren und korrelierenden Fehlern verändert.

2. Methode

2.1 Simulation

Simulationen sind ein mächtiges Werkzeug, mit denen Annahmen überprüft oder aufgestellt werden können. Außerdem werden Simulationsstudien genutzt um die Stärken oder Schwächen verschiedener Modelle aufzuzeigen. Jede Simulation läuft nach demselben Schema ab. Mit Hilfe einer Funktion wird eine zufällig Variable X gezogen. Jede gezogene Variable X hat die gleiche Verteilung, da die Verteilungen der Variablen im Vorhinein schon festgelegt werden können. In dem Open Source Programm R können mit Hilfe von Funktionen Zufallszahlen gezogen werden. Bei diesen Funktionen kann sowohl die Art der Verteilung, als auch der Mittelwert und die Standardabweichung festgelegt werden. In Wahrheit handelt es sich hierbei nicht um Zufallszahlen, sondern um Pseudo-Zufallszahlen. Der Vorteil von Pseudo-Zufallszahlen ist, dass sie deterministisch sind. Dies bedeutet, sie können durch Setzen eines Seeds in R wiederholt werden. Das ist wichtig, da sonst die Ergebnisse dieser Arbeit nicht replizierbar wären (Jones, Maillardet & Robinson, 2009). Dadurch können so viele Stichproben erhoben werden wie benötigt werden. Häufig werden die simulierten Variablen in ein komplexes Modell eingesetzt. In diesem Fall werden diese in ein Regressionsmodell eingefügt.

2.2 Simulationsprozess

Mittels einer Regressionsgleichung sollen die Zufallsvariablen X transformiert werden, um somit einen Erwartungswert einer Y Variable für dieses konkrete X zu erhalten, also E(Y|X). Hier wird ein bestimmter Regressionskoeffizient festgelegt. Im nächsten Schritt soll für jede der Zufallsvariablen X ein zugehöriger normalverteilter Fehlerwert E simuliert werden. Nachdem jede X Variable nun mit einem Fehler versehen ist, kann nun davon gesprochen werden, dass X fehlerhaft gemessen wurde. In der Simulation werden verschiedene Parameter variiert. Es werden die Stichprobengröße, die Varianz des wahren X, die Varianz des Y-Fehlers und die Reliabilität der X-Variable variiert. Bei der multiplen linearen Regression werden zusätzlich dazu noch die Reliabilität der X2-Variable, die Korrelationen der Prädiktoren, die Korrelationen der Messfehler und die Varianzaufklärung R^2 variiert. Die verschiedenen Ausprägungen werden in Tabelle 1 veranschaulicht.

Tabelle 1

Ausprägungen der verschiedenen unabhängigen Variablen

	einfache lineare Regression	multiple lineare Regression
Unabhängige Variable		
Stichprobengröße	10, 50, 100, 500	10, 50, 100, 500
Varianz des wahren Wert X	15, 55, 255	
Varianz Y-Fehler	15, 55, 255	
Reliabilität x	0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7 ,0.8, 0.9	
Korrelation x1 und x2		0 , $\sqrt{.25}$, $\sqrt{.5}$.
Korrelation e1 und e2		0 , $\sqrt{.25}$, $\sqrt{.5}$.
Reliabilität x1		0.6, 0.7, 0.8, 0.9
Reliabilität x2		0.6, 0.7, 0.8, 0.9
Varianzaufklärung R^2		0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7 ,0.8, 0.9

Um eine erschöpfende Auswertung der Daten zu ermöglichen, werden für jede der Bedingungskombinationen 1000 Schätzwerte erhoben. Wie bereits erwähnt werden die simulierten Daten in eine Regressionsgleichung eingesetzt.

Die Regressionsgleichung für die einfache lineare Regression lautet

$$Y = \beta_0 + \beta_1 * (x_1 + e_x) + \epsilon \tag{16}$$

β_0 = Intercept. Dieser wurde für sowohl für die Simulation der einfachen als auch für die Simulation der multiplen linearen Regression mit null festgelegt.
β_1 = Regressionskoeffizienten der unabhängigen Variable. Auch dieser wurde für beide Simulationen mit eins festgelegt.
x_1 = die aus der Simulation erhaltene normalverteilte X-Variable.
e_x = die Variable, die simuliert wurde um die X-Variable mit einem Fehler zu versehen.
ϵ = der Fehler der Regression
Die Regressionsgleichung für die multiple lineare Regression lautet

$$Y = \beta_0 + \beta_1 * (x_1 + e_1) + \beta_2 * (x_2 + e_2) + \epsilon \tag{17}$$

β_0= Intercept
β_1= Regressionskoeffizienten der ersten unabhängigen Variable.
β_2= Regressionskoeffizienten der zweiten unabhängigen Variable. Auch dieser wurde auf den Wert 1 festgelegt
x_1= die aus der Simulation erhaltene erste normalverteilte X-Variable
e_1= die Variable, die simuliert wurde um die erste X-Variable mit einem Fehler zu versehen
x_2= die aus der Simulation erhaltene zweite normalverteilte X-Variable
e_2= die Variable, die simuliert wurde um die zweite X-Variable mit einem Fehler zu versehen
ϵ = der Fehler der Regression

2.3 Daten

Es liegen bei der Simulation der einfachen linearen Regression 360 verschiedene Bedingungen vor. Bei der Simulation der multiplen linearen Regression liegen 8100 verschiedene Bedingungen mit jeweils 16 Variablen vor. Jede dieser Bedingungen steht für eine bestimmte Kombination der Simulationsvariablen. Zusätzlich wurde noch ein Spezialfall gebildet, welcher nur die Schätzwerte bestimmter Bedingungskombinationen beinhaltet. Hier liegen 192 verschiedene Bedingungen vor. Es wurden nur die Daten bei einer Reliabilität .7 und .9 von x1 und x2 genommen und für eine Varianzaufklärung R^2 von 0.1 und 0.5.

2.4 Statistische Analyse

In jeder Stichprobe wird aus der Regression mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate der Regressionskoeffizient bestimmt. Hier sind pro Bedingung 1000 Regressionskoeffizienten vorhanden und aus diesen 1000 Regressionskoeffizienten wird für jede Bedingung ein Mittelwert berechnet. Die zu vergleichenden Eigenschaften zwischen den Bedingungen werden sowohl die Varianz des Schätzwertes des Regressionskoeffizienten, also die durchschnittliche quadratische Abweichung von dem Schätzwert des Regressionskoeffizienten, als auch die mittlere quadratische Abweichung sein. Hierbei handelt es sich um den Bias vom wahren Wert des Regressionskoeffizienten im Quadrat plus der Varianz des Schätzwertes. Dabei werden die Verteilungen der verschiedenen Bedingungskombinationen betrachtet und miteinander verglichen. Daraufhin werden die Schätzwerte, welche mittels der OLS-Methode erhalten wurden, erneut mit Hilfe einer linearen Regression analysiert. Hierbei werden alle Variablen, welche zur Simulation benötigt wurden, als unabhängige Variable verwendet. Dadurch können Trend-Effekte entdeckt werden. Man kann sozusagen sehen, welche der Variablen einen wie großen Effekt auf den Schätzwert hat. Bei allen inferenzstatistischen Berechnungen wurde α a priori auf .05 festgelegt.

3. Ergebnis

3.1 Simple lineare Regression

3.1.1 Schätzwert von Beta als Kriterium

Um die Hypothesen dieser Arbeit zu überprüfen, wurde mit jedem der Schätzwerte der Regression eine lineare Regression durchgeführt. Als unabhängige Variablen wurden hier die Parameter, welche zur Simulation benötigt wurden, verwendet. Dadurch konnte überprüft werden, welchen Einfluss die Parameter der Simulation auf die Schätzwerte haben. Die erste zu prüfende Hypothese lautet, dass messfehlerbehaftete Prädiktoren zu einer Unterschätzung der Schätzwerte der linearen Regression führen. Hierbei dient der mittlere Schätzwert der Steigung als abhängige Variable. Durch diese Regressionsanalyse kann veranschaulicht werden, welche der Parameter einen Einfluss auf den Schätzwert der Steigung haben.

Tabelle 2

Ergebnisse der Regression mit dem Schätzwert der Steigung als Kriterium

Prädiktor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	-0.00	[-0.01, 0.00]				
Stichprobengröße	0.00	[-0.00, 0.00]	.00	[-.00, .00]	.00	
Varianz wahrer Wert X	0.00	[-0.00, 0.00]	.00	[-.00, .00]	.00	
Varianz Y-Fehler	-0.00	[-0.00, 0.00]	.00	[-.00, .00]	-.00	
Reliabilität	1.00**	[0.99, 1.00]	1.00	[1.00, 1.00]	1..**	
Varianzaufklärung R^2	0.00	[-0.01, 0.01]	.00	[-.00, .00]	.00	
						R^2 = .999** 95% CI[1.00,1.00]

Bemerke. * steht für *p* < .05; ** steht für *p* < .01. Ein signifikantes *b*-Gewicht bedeutet ebenso, dass auch das beta-Gewicht und die semipartielle Korrelation signifikant sind. *b* steht für den unstandardisierten Regressionskoeffizienten. sr^2 steht für dir semi-partial Korrelation im Quadrat; *r* zeigt die zero-order. *LL* und *UL* zeigen das untere und das obere Limit der Konfidenzintervalle

Wie man aus der Tabelle 2 entnehmen kann, weist der Prädiktor Reliabilität des X-Wertes einen signifikanten p-Wert auf. Die anderen Prädiktoren haben keinen Effekt auf den Schätzwert der Steigung. Man spricht hier von einem perfekt linearen Zusammenhang zwischen der Reliabilität und dem Mittelwert des Schätzwertes. Wenn sich die Reliabilität um eine Einheit erhöht und die anderen Variablen gleich bleiben, sagt das Modell vorher, dass sich der Mittelwert des Schätzwertes um den Betrag 1 erhöht. Dies wird zusätzlich noch durch Abbildung 2 verdeutlicht.

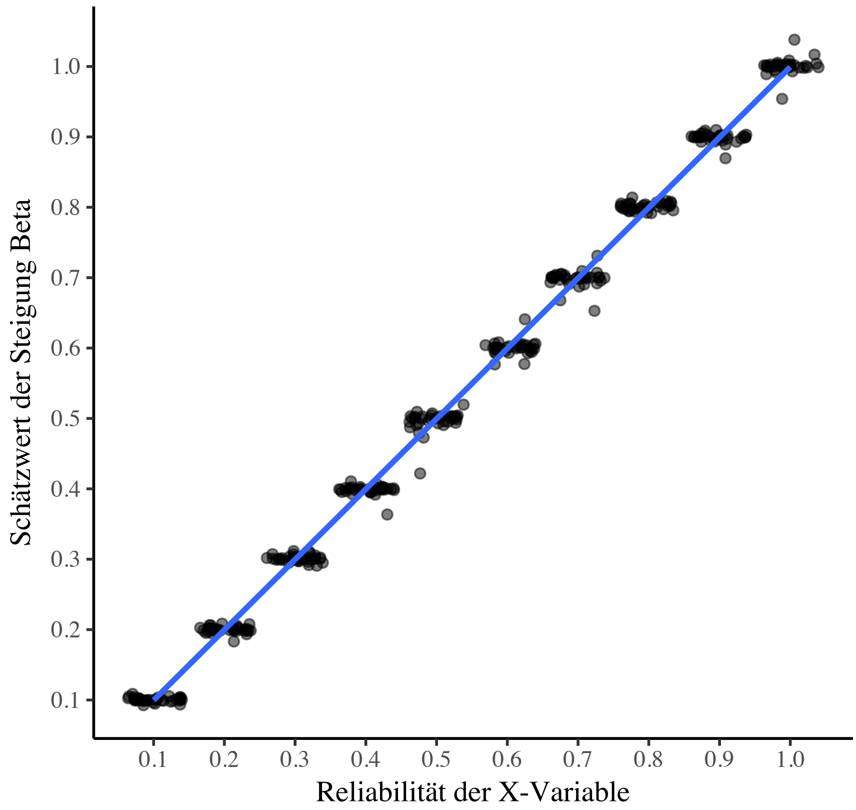

Abbildung 1: Verdeutlichung der Beziehung zwischen der Reliabilität der X-Variable und dem Schätzwert der Steigung Beta

Auf Abbildung 1 ist der monotone Zusammenhang noch einmal verdeutlicht. Jedoch werden an dieser Stelle noch einige Beispiele angeführt um den Zusammenhang zwischen den beiden Variablen zu verdeutlichen. Hierdurch wird die in der Einleitung aufgestellte Formel der Minderungskorrektur bestätigt. Diese wird durch die 156.Bedingung veranschaulicht. Die Parameter der Beobachtung seien eine Stichprobengröße von 500, eine Varianz der X-Variable von 255, eine Varianz der Y-Variable von 15 und eine Reliabilität der X-Variable von .5. Der Parameter beta1 lautet wie bei jeder anderen Beobachtung eins. Dafür wird noch einmal die Formel der Minderungskorrektur aufgegriffen.

$$b_{neu} = Rel \ * b_{alt} \tag{18}$$

Nun werden die verschiedenen Parameter der Beobachtung eingesetzt. In unserem Fall ist b_{alt} beta1 und die Reliabilität lautet .5. Hieran sieht man bereits die Ergebnisse unserer ersten linearen Regression. Der einzige Parameter der

Schätzung der für das Errechnen der neuen Steigung benötigt wird, ist die Reliabilität der X-Variable.

$$1 * 0.5 = 0.5 \tag{19}$$

Der Mittelwert des Schätzwertes der 156. Beobachtung liegt bei 0.499. Um die Unabhängigkeit der anderen Parameter noch einmal zu verdeutlichen wird die Bedingung 1 aufgegriffen. Die Stichprobengröße beträgt den Wert von Zehn, die Varianz der X-Variable, die Varianz der Y-Variable sind beide 15 und die Reliabilität der X-Variable lautet .1.

$$1*0.1 = 0.1 \tag{20}$$

Somit konnte gezeigt werden, dass die Formel der Minderungskorrektur sowohl im theoretischen als auch in einem praktischen Beispiel bestätigt werden konnte.

3.1.2 Schätzwert des Bias als Kriterium

Zum Überprüfen der oberen Ergebnisse wurde eine weitere lineare Regression durchgeführt, bei der der Bias als abhängige Variable dient. Die hier erhaltenen Ergebnisse sind konform mit den oben erhaltenen Ergebnissen.

Tabelle 03

Ergebnisse der Regression mit dem Bias als Kriterium

Prädiktor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	1.00**	[1.00, 1.01]				
Stichprobengröße	-0.00	[-0.00, 0.00]	.00	[-.00, .00]	-.00	
Varianz wahrer Wert X	0.00	[-0.00, 0.00]	.00	[-.00, .00]	-.00	
Varianz Y-Fehler	0.00	[-0.00, 0.00]	.00	[-.00, .00]	.00	
Reliabilität	-1.00**	[-1.00, -1.00]	1.00	[1.00, 1.00]	-1..**	
Varianzaufklärung R^2	-0.00	[-0.01, 0.01]	.00	[-.00, .00]	-.00	
						R^2 = .999** 95% CI[1.00,1.00]

Bemerke. * steht für $p < .05$; ** steht für $p < .01$. Ein signifikantes *b*-Gewicht bedeutet ebenso, dass auch das beta-Gewicht und die semipartionelle Korrelation signifikant sind. *b* steht für den unstandartisierten Regressionskoeffizienten. sr^2 steht für dir semi-partial

Korrelation im Quadrat; *r* zeigt die zero-order. *LL* und *UL* zeigen das untere und das obere Limit der Konfidenzintervalle

Auch hier haben die anderen Prädiktoren keinen Effekt auf den Bias. Wohingegen die Reliabilität der X-Variable hier einen negativen monotonen Zusammenhang aufweist. Wenn sich die Reliabilität der X-Variable um eine Einheit erhöht und alle anderen gleich bleiben, sagt unser Modell vorher, dass sich der Bias des Schätzwertes der Steigung um den Betrag 1 vermindert. Vollständigkeitshalber wird auch hier wieder ein Graph benutzt um den Zusammenhang zu verdeutlichen.

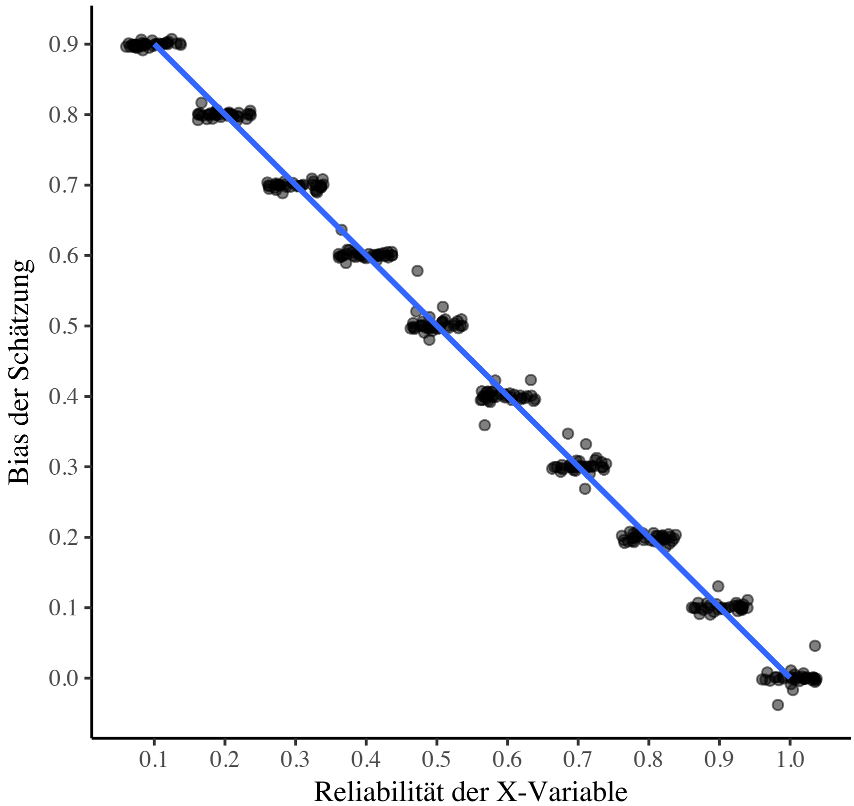

Abbildung 2: Verdeutlichung der Beziehung zwischen der Reliabilität der X-Variable und dem Bias des Schätzwertes der Steigung

Aus Abbildung 2 ist ersichtlich, dass je höher die Reliabilität der X-Variable ist, desto geringer der Fehler der Schätzungen ist.

3.1.3 Schätzwert der Varianz als Kriterium

Außerdem wurde überprüft, welche der Variablen sich auf die Varianz des Schätzwertes auswirken. Somit ist die abhängige Variable die Varianz des Schätzwertes.

Tabelle 04

Ergebnisse der Regression mit der Varianz als Kriterium

Prädiktor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	0.12	[-0.02, 0.25]				
Stichprobengröße	-0.00**	[-0.00, -0.00]	.05	[.01, .09]	-.23**	
Varianz wahrer Wert X	-0.00	[-0.00, 0.00]	.00	[-.01, .01]	-.21**	
Varianz Y-Fehler	0.00	[-0.00, 0.00]	.01	[-.01, .02]	.29**	
Reliabilität	0.13**	[0.05, 0.22]	.02	[-.01, .05]	.15**	
Varianzaufklärung R^2	-0.15	[-0.39, 0.09]	.00	[-.01, .01]	-.35**	
						R^2 = .205** 95% CI[.13,.27]

Bemerke. * steht für *p* < .05; ** steht für *p* < .01. Ein signifikantes *b*-Gewicht bedeutet ebenso, dass auch das beta-Gewicht und die semipartionelle Korrelation signifikant sind. *b* steht für den unstandartisierten Regressionskoeffizienten. sr^2 steht für dir semi-partial Korrelation im Quadrat; *r* zeigt die zero-order. *LL* und *UL* zeigen das untere und das obere Limit der Konfidenzintervalle

Ersichtlich aus Tabelle 4, konnte bei der Varianz des Schätzwertes gezeigt werden, dass sowohl die Variable Reliabilität der X-Variable, als auch die Variable Stichprobengröße einen signifikanten Wert aufweisen. Dies zeigt, dass die Auswirkungen dieser beiden sehr gering sind. Wenn sich die Reliabilität der X-Variable um eine Einheit erhöht und alle anderen gleich bleiben, sagt das Modell vorher, dass sich die Varianz des Schätzwertes der Steigung um den Betrag .13 erhöht. Wenn sich die Varianzaufklärung R^2 um eine Einheit erhöht und alle anderen gleich bleiben, sagt unser Modell vorher, dass sich die Varianz des Schätzwertes der Steigung um den Betrag .15 verringert.

Neben der Regression wurde hier zusätzlich eine Varianzanalyse durchgeführt. Dies konnte gezeigt werden, dass die Variable Stichprobengröße einen Einfluss auf die Varianz des Schätzwertes hat F(3/365) = 24.65, p = <.001. Hierbei diente die Varianz der Schätzwerte als abhängige Variable und die Stichprobengröße als unabhängige Variable. Die Ergebnisse werden in Tabelle 5 illustriert. Hierfür wurde eine Dummy Codierung für die Stichprobengröße verwendet. Die Baseline spiegelt hier die Stichprobengröße von 10 wieder.

Tabelle 05

Ergebnisse der Varianzanalyse

Baseline	Stichprobengröße 50	Stichprobengröße 100	Stichprobengröße 500
.28	-.23	-.26	-.27

Anhand von Tabelle 5 ist ersichtlich, dass bereits beinahe die komplette Varianz durch eine Verfünffachung der Stichprobe von 10 auf 50 aufgeklärt werden kann. Eine Verdopplung der Stichprobe von 50 auf 100 klärt hingegen .03 Varianz mehr auf.

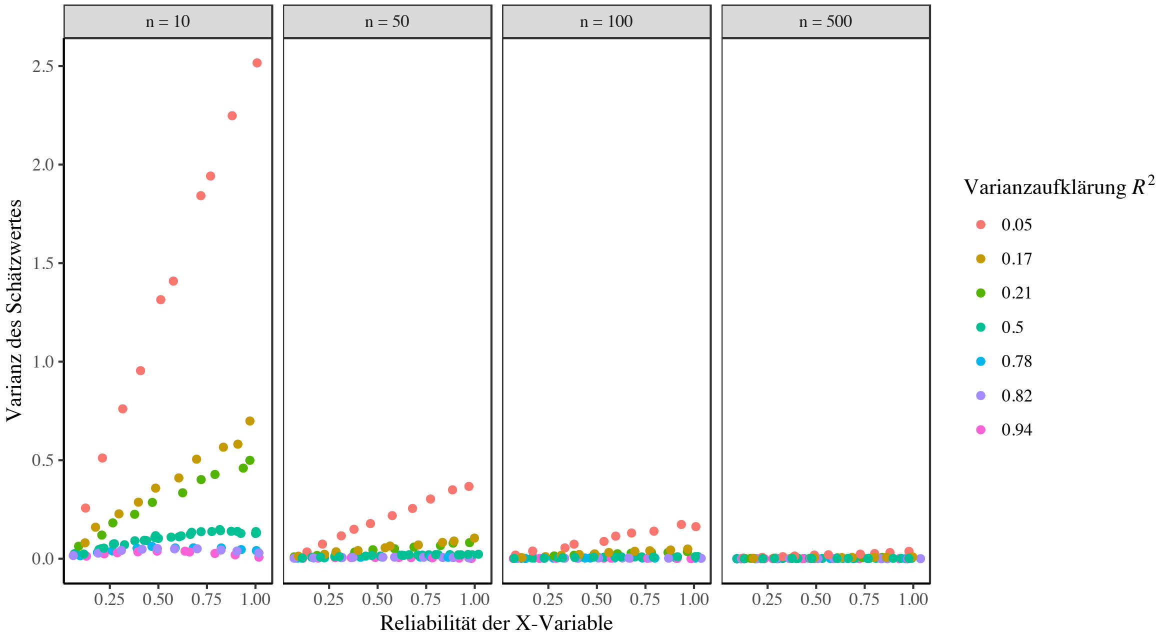

Abbildung 3: Auswirkungen der Reliabilität der X-Variable, der Stichprobengröße und der Varianzaufklärung R^2 auf die Varianz des Schätzwertes der Steigung Beta

In Abb. 3 ist ersichtlich, dass sich eine geringe Varianzaufklärung R^2 vor allem bei kleinen Stichproben auf die Varianz des Schätzwertes auswirkt. Je größer die Stichprobe wird, desto geringer ist die Varianz des Schätzwertes. Zusätzlich ist erkennbar, dass bei einer kleinen Stichprobengröße und entsprechend hoher Varianzaufklärung R^2, es zu einer geringen Varianz kommen kann. Bei einer Stichprobengröße von 500 benötigt man, weder eine hohe aufgeklärte Varianz, noch eine reliable X-Variable für eine geringe Varianz, jedoch bleibt aber der Bias bei geringen Reliabilitäten. Der Effekt des Parameters Varianzaufklärung R^2 wird mit größer werdender Stichprobe immer geringer auf die Varianz des Schätzwertes.

3.1.4 Schätzwert der Varianzaufklärung R^2 als Kriterium

Im nächsten Schritt wird der Schätzwert der Varianzaufklärung R^2 näher betrachtet.

Tabelle 06

Ergebnisse der Regression mit der geschätzten Varianzaufklärung R^2 als Kriterium

Prädiktor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	-0.22**	[-0.27, -0.17]				
Stichprobengröße	-0.00**	[-0.00, -0.00]	.00	[-.00, .01]	-.05	
Varianz wahrer Wert X	0.00	[-0.00, 0.00]	.00	[-.00, .00]	.46**	
Varianz Y-Fehler	0.00	[-0.00, 0.00]	.00	[-.00, .00]	-.45**	
Reliabilität	0.47**	[0.44, 0.50]	.38	[.31, .44]	.62**	
Varianzaufklärung R^2	0.52**	[0.43, 0.61]	.06	[.04, .08]	.69**	
						R^2 = .853** 95% CI[.83,.87]

Bemerke. * steht für *p* < .05; ** steht für *p* < .01. Ein signifikantes *b*-Gewicht bedeutet ebenso, dass auch das beta-Gewicht und die semipartielle Korrelation signifikant sind. *b* steht für den unstandardisierten Regressionskoeffizienten. sr^2 steht für dir semi-partial Korrelation im Quadrat; *r* zeigt die zero-order. *LL* und *UL* zeigen das untere und das obere Limit der Konfidenzintervalle

Wie man aus der Tabelle 06 entnehmen kann, sind die Prädiktoren, die den stärksten Einfluss haben, die Reliabilität der X-Variable und die Varianzaufklärung R^2. Sowohl bei diesen beiden, als auch bei der Stichprobengröße wurden signifikante Ergebnisse gefunden. Wenn sich die Reliabilität der X-Variable um eine Einheit erhöht und alle anderen gleich bleiben, sagt unser Modell vorher, dass sich der Schätzwert der Varianzaufklärung R^2 um den Betrag .47 erhöht. Wenn sich die Varianzaufklärung R^2 um eine Einheit erhöht und alle anderen gleich bleiben, sagt unser Modell vorher, dass sich der Schätzwert der Varianzaufklärung R^2 um den Betrag .52 erhöht.

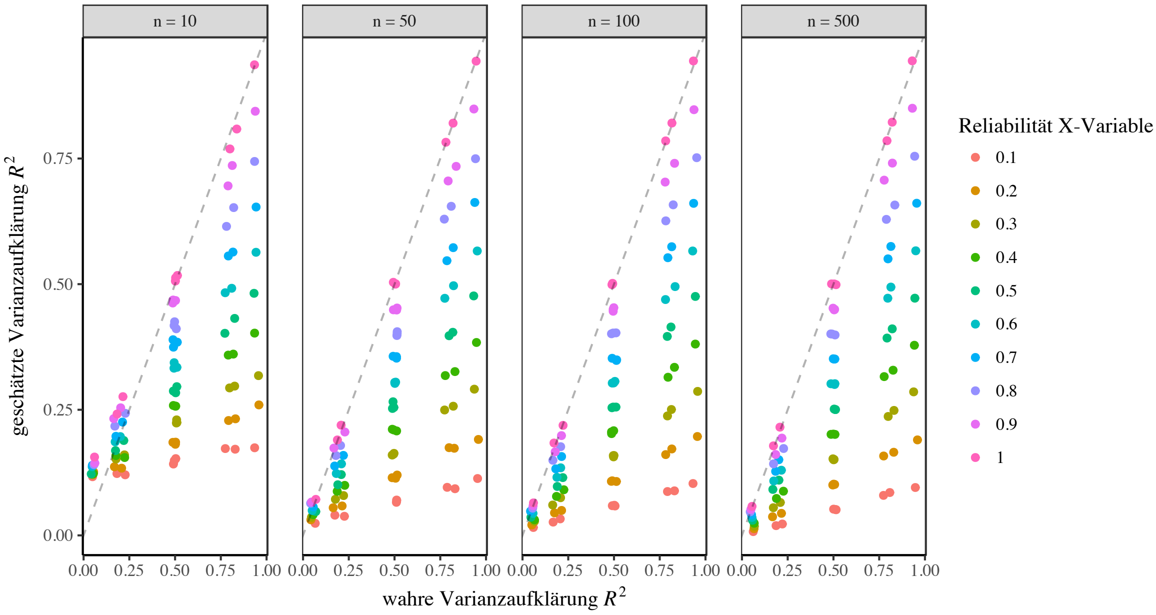

Abbildung 4: Zusammenspiel der Reliabilität der X-Variable, der Stichprobengröße und der wahren Varianzaufklärung R^2 auf den Schätzwert der Varianzaufklärung R^2

Die Zusammenhänge wurden in Abbildung 4 veranschaulicht. Wie man sieht, weist zwar die Stichprobengröße einen signifikanten Wert auf, jedoch hat sie keinen so großen Effekt auf den Schätzwert der Varianzaufklärung R^2. Die gestrichelte Diagonale symbolisiert, wo die perfekte Schätzung läge. Ersichtlich ist ein Einfluss durch die Reliabilität und die Varianzaufklärung R^2 gibt. Bei einer hohen Varianzaufklärung R^2 und einer genügend hohen Reliabilität der X-Variable, erreicht die Schätzung der Varianzaufklärung R^2 den wahren Wert.

3.1.5 Power des t-tests des Gewichtes als Kriterium

Im folgenden Schritt wird die Power des t-tests des Gewichtes der X-Variable analysiert.

Tabelle 07

Ergebnisse der Regression mit der Power der X-Variable als Kriterium

Prädiktor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*sr²*	*sr²* 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	0.22**	[0.09, 0.35]				
Stichprobengröße	0.00**	[0.00, 0.00]	.24	[.18, .31]	.49**	
Varianz wahrer Wert X	0.00	[-0.00, 0.00]	.00	[-.00, .00]	.26**	
Varianz Y-Fehler	-0.00	[-0.00, 0.00]	.00	[-.00, .01]	-.31**	

Reliabilität	0.39**	[0.31, 0.47]	.12	[.07, .16]	.34**
Varianzaufklärung R^2	0.37**	[0.14, 0.60]	.01	[-.00, .03]	.42**
					R^2 = .542** 95% CI[.47,.59]

Bemerke. * steht für $p < .05$; ** steht für $p < .01$. Ein signifikantes *b*-Gewicht bedeutet ebenso, dass auch das beta-Gewicht und die semipartielle Korrelation signifikant sind. *b* steht für den unstandardisierten Regressionskoeffizienten. sr^2 steht für dir semi-partial Korrelation im Quadrat; *r* zeigt die zero-order. *LL* und *UL* zeigen das untere und das obere Limit der Konfidenzintervalle

Sowohl die Stichprobengröße, als auch die Reliabilität der X-Variable und die Varianzaufklärung R^2 weisen einen signifikanten p-Wert auf. Falls sich die Reliabilität der X-Variable um eine Einheit vergrößert, erhöht sich die Power des X-Variable um den Betrag .39. Wenn sich die Varianzaufklärung R^2 um eine Einheit vergrößert und alle anderen Variablen gleich bleiben, sagt das Modell vorher, dass sich die Power der X-Variable um den Betrag .37 erhöht. In Abbildung 5 wurden die Ergebnisse verbildlicht.

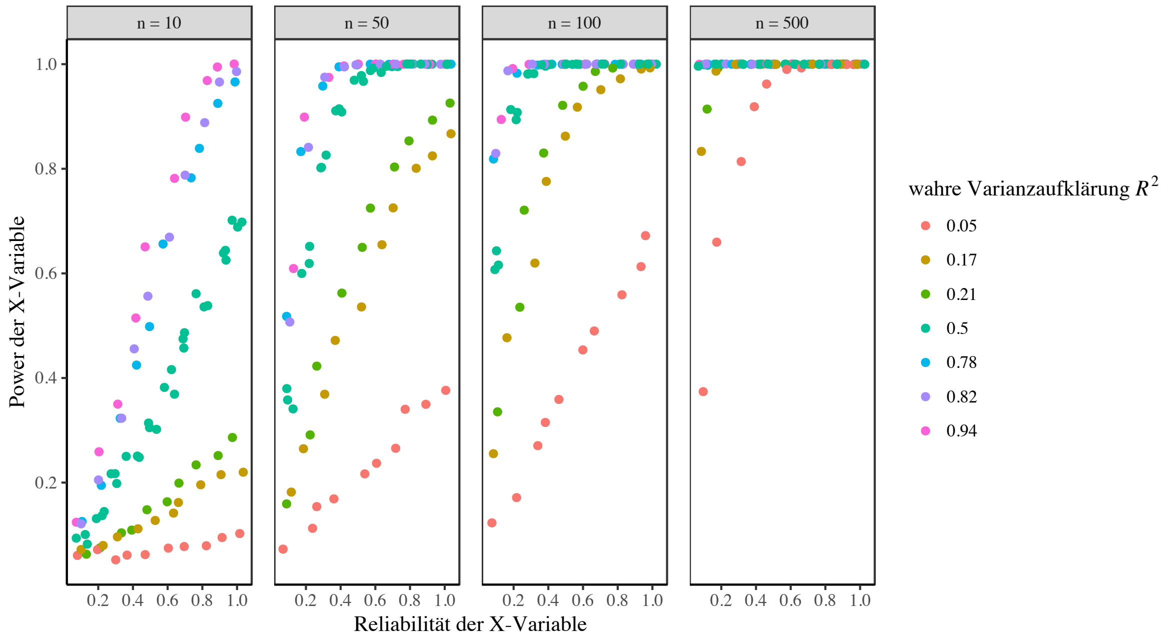

Abbildung 5: Zusammenspiel der Reliabilität, der Stichprobengröße und der Varianzaufklärung R^2 auf die Power der X-Variable

Bei kleinen Stichproben ist es immer noch möglich, dass eine geringe Power vorliegt, je größer die Stichprobe jedoch wird, desto größer wird die Power. Man sieht, dass es bei einer Stichprobengröße von 500 bereits nur noch sehr wenige

Ausreißer gibt, bzw. diese nur bei einer geringen Reliabilität oder einer geringen Varianzaufklärung R^2 vorliegen.

3.1.6 Schätzwert der mittlere quadratischen Abweichung vom wahren Steigungskoeffizienten als Kriterium

Der letzte zu überprüfende Schätzwert aus der Simulation der simplen linearen Regression ist die mittlere quadratische Abweichung vom wahren Steigungskoeffizienten.

Tabelle 08

Ergebnisse der Regression mit der mittleren quadratischen Abweichung als Kriterium

Prädiktor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	0.90**	[0.76, 1.04]				
Stichprobengröße	-0.00**	[-0.00, -0.00]	.03	[.01, .06]	-.18**	
Varianz wahrer Wert X	-0.00	[-0.00, 0.00]	.00	[-.00, .01]	-.16**	
Varianz Y-Fehler	.00	[-0.00, 0.00]	.00	[-.01, .01]	.22**	
Reliabilität	-0.77**	[-0.86, -0.68]	.40	[.32, .47]	-.63**	
Varianzaufklärung R^2	-0.15	[-0.41, 0.10]	.00	[-.00, .01]	-.27**	
						R^2 = .502** 95% CI[.43,.56]

Bemerke. * steht für $p < .05$; ** steht für $p < .01$. Ein signifikantes *b*-Gewicht bedeutet ebenso, dass auch das beta-Gewicht und die semipartionelle Korrelation signifikant sind. *b* steht für den unstandartisierten Regressionskoeffizienten. sr^2 steht für dir semi-partial Korrelation im Quadrat; *r* zeigt die zero-order. *LL* und *UL* zeigen das untere und das obere Limit der Konfidenzintervalle

Sowohl die Reliabilität der X-Variable, als auch die Stichprobengröße weisen einen signifikanten p-Wert auf. Erhöht sich die Reliabilität der X-Variable um eine Einheit und alle anderen bleiben gleich, sagt unser Modell vorher, dass sich die mittlere quadratische Abweichung um den Betrag 0.77 verringert. Anhand der Abbildung 6 ist jedoch auch ersichtlich, dass in diesem Fall ein exponentieller Zusammenhang zwischen der mittleren quadratischen Abweichung und der Varianzaufklärung R^2 vorliegt. Bei kleinen Stichproben und einer geringen Varianzaufklärung R^2 kann es trotz einer hohen Reliabilität der X-Variable zu einer erhöhten Abweichung kommen. Man sieht, dass sich die mittlere quadratische Abweichung trotz der hohen Reliabilität von Null entfernt, statt sich anzunähern. Dieser Effekt zeigt sich auch bei einer mittleren Varianzaufklärung R^2, jedoch nicht mehr so stark. Daraus ist ersichtlich, dass sowohl die Reliabilität der X-Variable, als auch die Varianzaufklärung R^2 bei kleineren Stichproben einen Einfluss hat. Je größer die Stichprobengröße wird, desto geringer wird der Einfluss der Varianzaufklärung R^2. Bei einer Stichprobengröße von 500 ist es lediglich nötig eine hohe Reliabilität zu haben, um eine gute Schätzung bzw. geringe Abweichung vom wahren Wert zu erhalten.

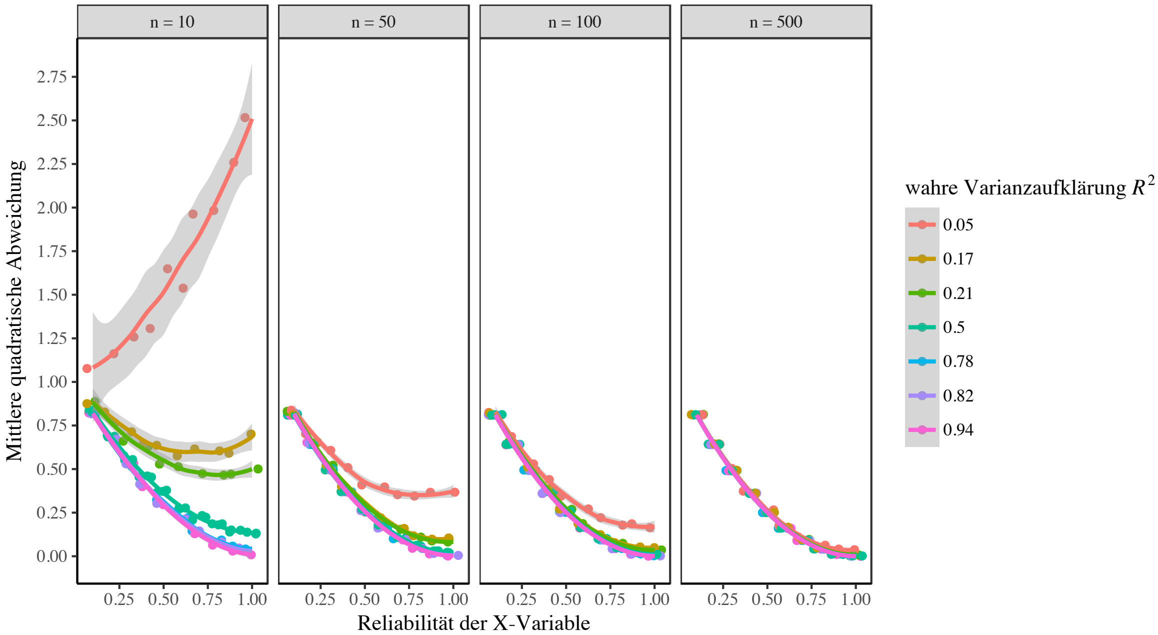

Abbildung 6: Auswirkungen der Reliabilität der X-Variable und der wahren Varianzaufklärung R^2 auf die mittlere quadratische Abweichung vom wahren Steigungskoeffizienten

Hiermit wurden alle Schätzwerte einer genauen Betrachtung unterzogen. In den meisten Fällen wird der Schätzwert vor allem von der Reliabilität oder der Varianzaufklärung R^2 beeinflusst. Manche Ergebnisse der simplen linearen Regression dieser Studie ließen sich bereits mittels der Minderungskorrektur erklären. Mit den bisherigen Ergebnissen konnte gezeigt werden, dass messfehlerbehaftete Prädiktoren im Falle der linearen Einfachregression zu einer Unterschätzung der Schätzwerte führen.

3.2 Multiple lineare Regression

3.2.1 Schätzwert von Beta1 als Kriterium

Im nächsten Schritt wurde überprüft werden, inwiefern sich die Schätzwerte bei der multiplen linearen Regression verhalten. Auch hierfür werden wieder alle Schätzwerte der multiplen linearen Regression mittels einer Regression auf den Effekt der Parameter der Simulation untersucht. Zuerst wird der Effekt der Parameter der Simulation auf den Schätzwert von Beta1 überprüft.

Tabelle 9

Ergebnisse der Regression mit dem Schätzwert der Steigung von Beta1

Prädiktor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*sr*^{2}	*sr*^{2} 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	-0.01	[-0.03, 0.00]				
Stichprobnegröße	-0.00**	[-0.00, -0.00]	.00	[.00, .00]	-.03*	
Korrelation x	0.12**	[0.12, 0.13]	.03	[.02, .03]	.16**	
Reliabilität x1	1.41**	[1.40, 1.42]	.78	[.77, .80]	.89**	
Reliabilität x2	-0.38**	[-0.39, -0.37]	.06	[.05, .06]	-.24**	
Korrelation Fehler	-0.08**	[-0.08, -0.07]	.01	[.01, .01]	-.10**	
Varianzaufklärung R^2	0.00	[-0.01, 0.01]	.00	[-.00, .00]	.00	
						R^2 = .878** 95% CI[.87,.88]

Bemerke. * steht für $p < .05$; ** steht für $p < .01$. Ein signifikantes *b*-Gewicht bedeutet ebenso, dass auch das beta-Gewicht und die semipartielle Korrelation signifikant sind. *b* steht für den unstandardisierten Regressionskoeffizienten. *sr*^{2} steht für dir semi-partial Korrelation im Quadrat; *r* zeigt die zero-order. *LL* und *UL* zeigen das untere und das obere Limit der Konfidenzintervalle

Die Stichprobengröße, die Korrelation der X-Variablen, die Reliabilität der X1 und X2 Variable und die Korrelation der Fehler weisen einen signifikanten Wert auf. Es zeigt sich, dass die Reliabilität der X1-Variable den größten Effekt auf den Schätzwert Beta1 hat, jedoch kann sich diese auch nur um eine Einheit erhöhen. Wenn sich die Reliabilität der X1-Variable um eine Einheit erhöht und der Rest gleich bleibt, sagt das Modell vorher, dass sich der Schätzwert von Beta1 um den Betrag 1.41 erhöht. Es kommt folglich zu einer Überschätzung der Beziehung. Wenn sich jedoch die Reliabilität der X2-Variable um eine Einheit erhöht und der Rest gleich bleibt, sagt das Modell vorher, dass sich der Schätzwert von Beta1 um den Betrag 0.38 verringert. In Abbildung 7 sollen die genannten Parameter in

Beziehung gesetzt werden. Die obere Leiste symbolisiert die Korrelation der X-Variablen und die rechte äußere Leiste die Korrelation der Fehler. Die gestrichelte Linie steht hier für die Lage des wahren Werts.

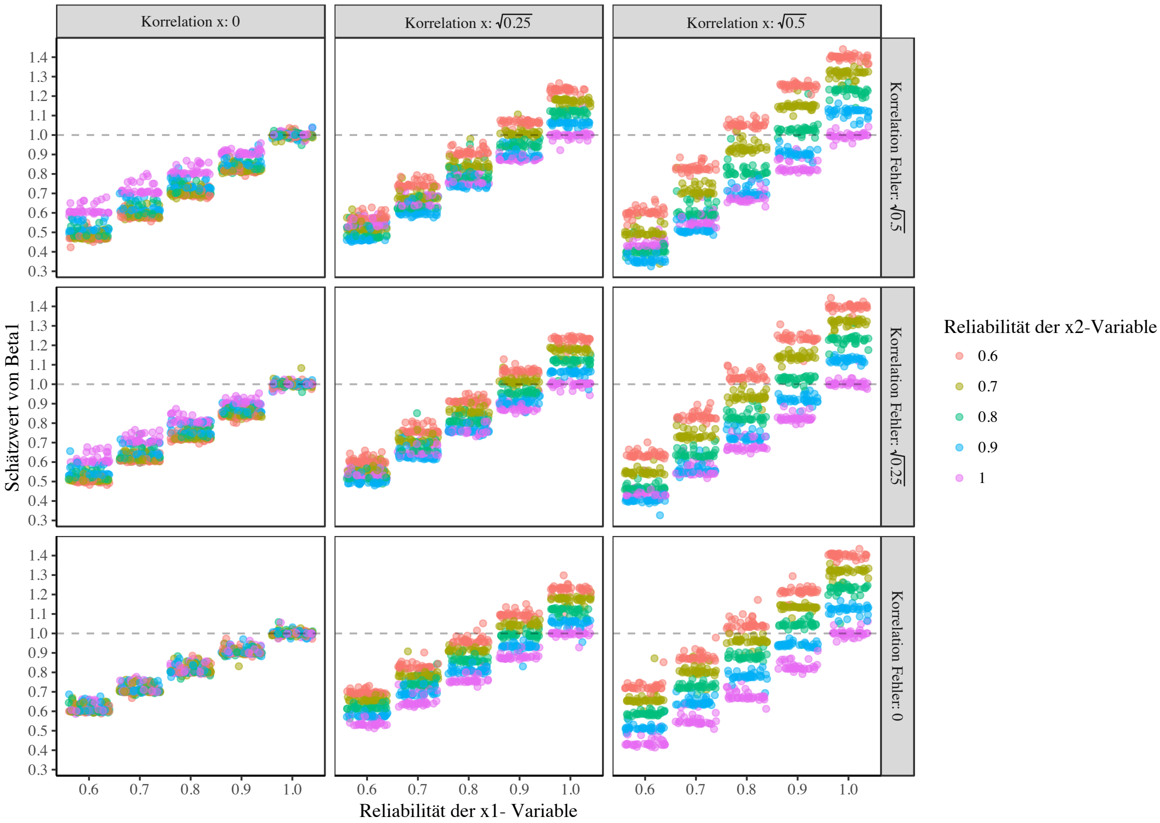

Abbildung 7: Zusammenwirken der beiden Reliabilitäten und beider Korrelationen auf den Schätzwert von Beta1

Wenn beide Korrelationen null sind, kann es bei einer geringen Reliabilität zu einer Unterschätzung kommen. Nur wenn beide perfekt reliabel messen, kommt es zu einer genauen Schätzung von Beta1. Außerdem sieht man anhand von Abbildung 7, dass die Korrelation der X-Variable zu einer stärkeren Verfälschung der Schätzung führt. Bereits bei einer Korrelation von 0.5 kann es sowohl zu einer Unterschätzung, als auch einer Überschätzung des Steigungskoeffizienten kommen, abhängig von der Reliabilität der einzelnen X-Variablen. Jedoch ist auch ersichtlich, dass es zu einer genauen Schätzung kommen kann, wenn beide perfekt reliabel messen, unabhängig von den Korrelationen der Fehler und der X-Variable.

3.2.2 Schätzwert von Beta2 als Kriterium

Im nächsten Schritt wird nun genauer auf den Schätzwert von Beta2 eingegangen. Hierfür wurde wiederum eine lineare Regression durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Regression sind in der unteren Tabelle 10 abgebildet.

Tabelle 10

Ergebnisse der Regression mit dem Schätzwert der Steigung Beta2 als Kriterium

Präditkor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*sr*²	*sr*² 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	-0.01	[-0.03, 0.00]				
Stichprobnegröße	-0.00**	[-0.00, -0.00]	.00	[.00, .00]	-.03*	
Korrelation x	0.12**	[0.12, 0.13]	.03	[.02, .03]	.16**	
Reliabilität x1	-0.38**	[-0.39, -0.37]	.06	[.05, .06]	-.24**	
Reliabilität x2	1.41**	[1.39, 1.42]	.78	[.77, .79]	.88**	
Korrelation Fehler	-0.08**	[-0.08, -0.07]	.01	[.01, .01]	-.10**	
Varianzaufklärung R^2	-0.00	[-0.01, 0.01]	.00	[-.00, .00]	-.00	
						R^2 = .877** 95% CI[.87,.88]

Bemerke. * steht für *p* < .05; ** steht für *p* < .01. Ein signifikantes *b*-Gewicht bedeutet ebenso, dass auch das beta-Gewicht und die semipartionelle Korrelation signifikant sind. *b* steht für den unstandarisierten Regressionskoeffizienten sr^2 steht für dir semi-partial Korrelation im Quadrat; *r* zeigt die zero-order. *LL* und *UL* zeigen das untere und das obere Limit der Konfidenzintervalle

Genauso sowie bei der Analyse zu dem Schätzwert von Beta1, hat auch hier die zugehörige Reliabilität den größten Effekt auf den Schätzwert. Wenn sich die Reliabilität der X2-Variable um eine Einheit erhöht und der Rest gleich bleibt, sagt das Modell vorher, dass sich der Schätzwert von Beta2 um den Betrag 1.41 erhöht. Auch hier sagt der Trend eine Überschätzung voraus. Erhöht sich jedoch die Reliabilität der X1-Variable um eine Einheit erhöht und der Rest gleich bleibt, sagt das Modell vorher, dass sich der Schätzwert von Beta2 um den Betrag 0.38 verringert. An dieser Stelle wird auf einen Graphen für den Schätzwert von beta2 in abhängig von der Reliabilität von X2 verzichtet, da durch Tabelle 10 bereits ersichtlich ist, dass dieser sich ähnlich verhält wie Beta1. In Abbildung 8 wird der Zusammenhang zwischen dem Schätzwert von Beta2 und der Reliabilität der X1-Variable veranschaulicht. Die obere Leiste symbolisiert wiederum die Korrelation der X-Variablen und die rechte äußere Seite die Korrelation der Fehler.

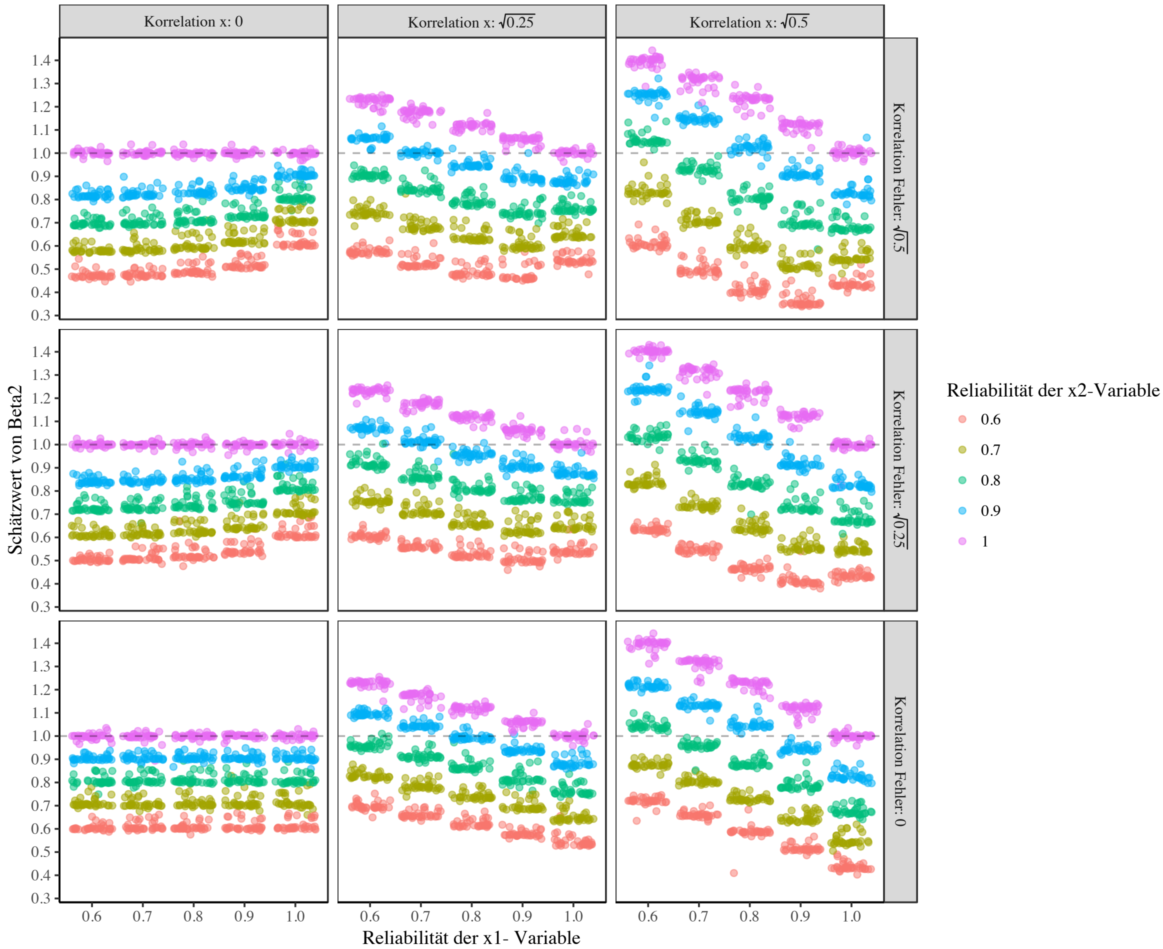

Abbildung 8: Zusammenwirken der beiden Reliabilitäten und beider Korrelationen auf den Schätzwert von Beta2

Auch in Abbildung 8 ist wieder ersichtlich, dass die Korrelation der Fehler nur eine geringe Auswirkung auf den Schätzwert von Beta2 hat. Bei einer erhöhten Korrelation der Fehler und nicht korrelierenden X-Variablen, kommt es nur zu einer geringen Streuung um den Schätzwert. Eine stärkere Auswirkung auf den Schätzwert von Beta2 hat die Korrelation der X-Variablen. Man erkennt, dass wenn beide x-Variablen nicht miteinander korrelieren, eine hohe Reliabilität der X2-Variable benötigt wird, um eine genaue Schätzung von Beta2 zu erhalten. Bei einer Korrelation der Fehler kommt es zu einer noch stärkeren Unterschätzung des Beta2 Schätzwertes. Nur wenn beide eine perfekte Reliabilität aufweisen, kommt es zu einer genauen Schätzung. Bei einer Reliabilität von .6 bei der x2-Variable und einer Reliabilität von Eins bei der x1-Variable, kommt es augenscheinlich zu einem Sprung. Dieser Sprung liegt jedoch nur vor, da es bei den niedrigeren Reliabilitäten der x1-Variable zu einer zusätzlichen Unterschätzung kommt. Zusätzlich bewirkt die Korrelation der X-Variablen eine weitere Verzerrung.

Für eine genauere Überprüfung wurde zusätzlich zu den oberen Plots für den Schätzwert der Steigung noch eine Schätzung der Dichten für die Schätzwerte von Beta1 und Beta2, mit besonderer Aufmerksamkeit auf die jeweilige Reliabilität, veranschaulicht.

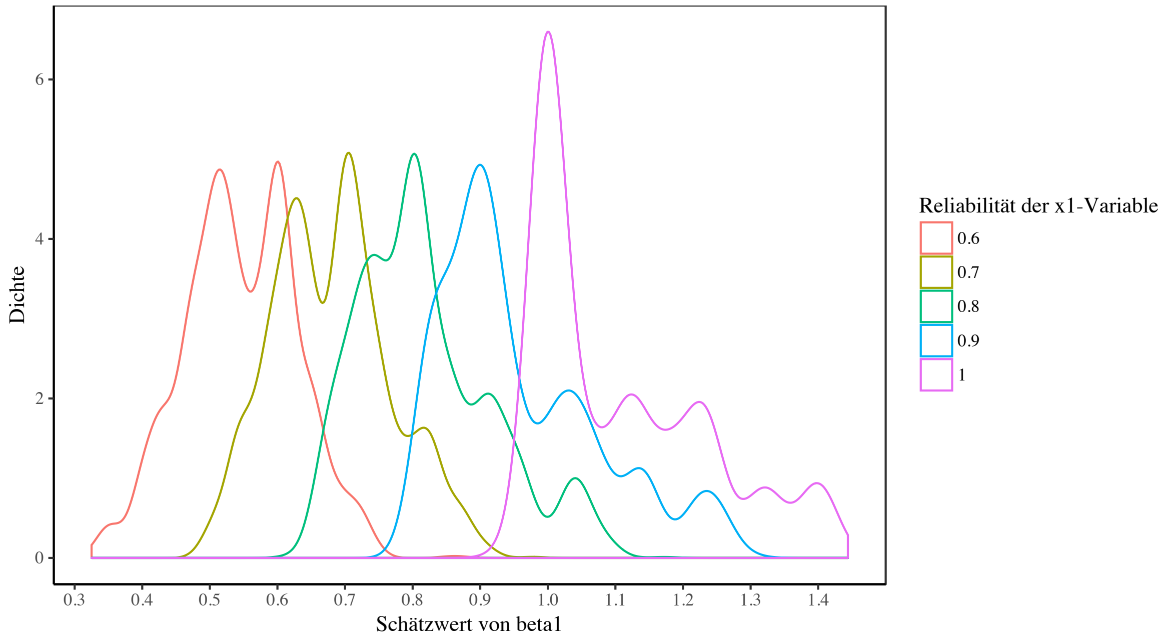

Abbildung 9: Verschiedene Schätzwerte von Beta1 in Abhängigkeit zur Reliabilität von X1

Bei einer Reliabilität von eins liegt die höchste Dichte beim Schätzwert für beta1 von eins. Die Abweichungen in der Dichte sind durch die verschiedenen anderen Parameter der Simulation zu erklären. Die weiteren Ausschläge der Dichte können durch die Reliabilität der X2-Variable erklärt werden. Aus diesem Grund wurde in Abbildung 10 das Verhalten der Dichte bei einer Reliabilität von 1 zu Veranschaulichungszwecken abgebildet.

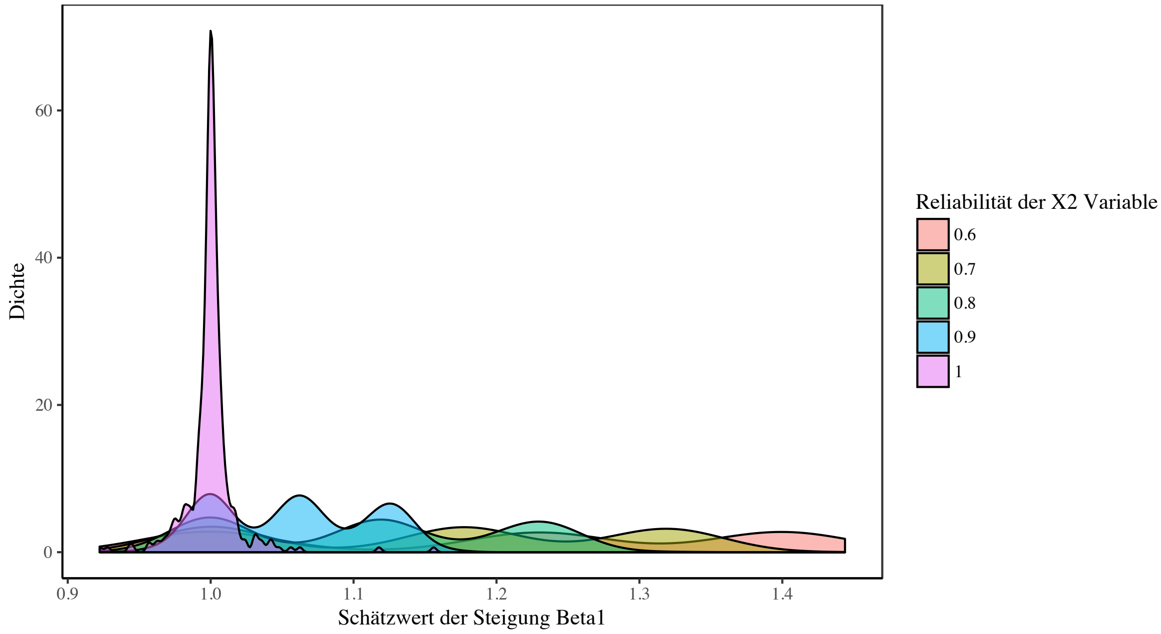

Abbildung 10: Auswirkungen der Reliabilität der X2-Variable auf die Dichte des Schätzwertes der Steigung Beta1 bei einer Reliabilität von 1

Die verschiedenen Dichten stehen jeweils für eine bestimmte Reliabilität der X2-Variablen. Hier wurde die Dichte des Schätzwertes von Beta1 bei einer Reliabilität 1 abgebildet. Wie bereits in den Abbildungen 7 und 8 ersichtlich ist, kann es bei einer Reliabilität von 1 bei der X1-Variable zu einer Überschätzung von Beta1 kommen. Dies wird durch die Reliabilität der X2-Variablen verschuldet. Wie zu erwarten liegt die größte Dichte bei einer Reliabilität 1 vor.

Die oben beschriebenen Eigenschaften treffen sowohl auf die Dichte des Schätzwertes von Beta1 als auch auf Beta2 zu. Aus diesem Grund wird deswegen nicht mehr darauf eingegangen.

Deshalb wurde der Schätzwert von Beta1 nochmal zu den Korrelationen der Fehler und der X-Variablen mit Einbezug der Reliabilität von x1 in Bezug gesetzt,. In Abbildung 11 symbolisiert die obere Leiste wiederum die Korrelation der X-Variablen.

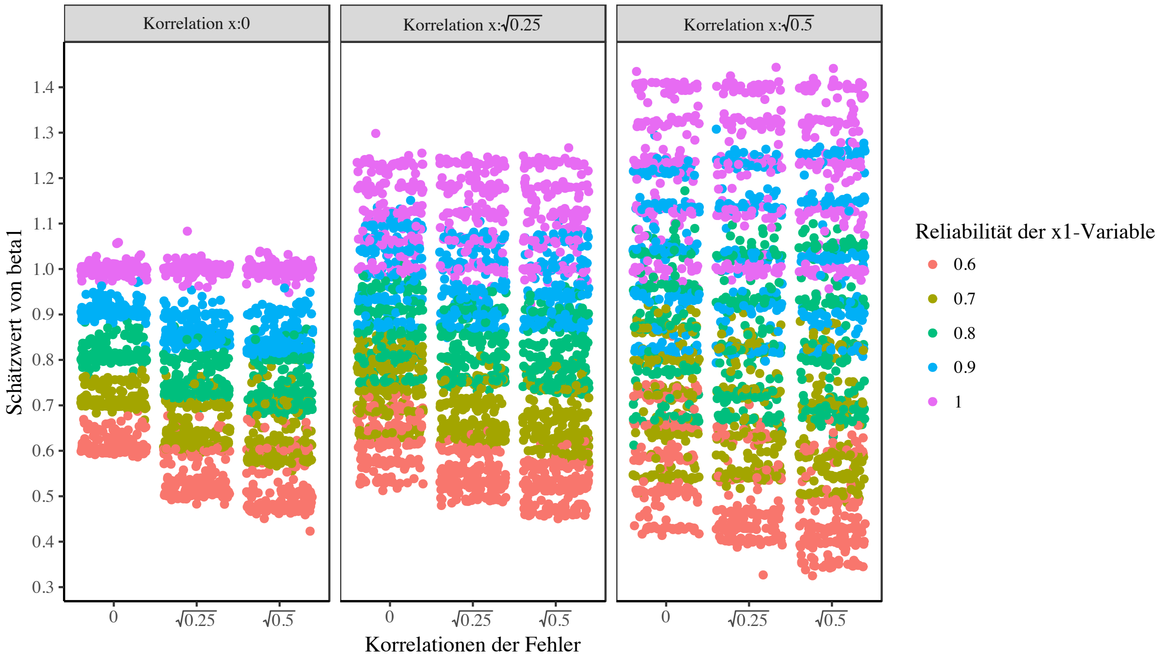

Abbildung 11: Auswirkungen der Korrelation der Fehler und der x-Variablen auf den Schätzwert von Beta1 abhängig von der Reliabilität der x1-Variable

Daraus folgt, dass es bei einer nicht vorhandenen Korrelation der X-Werte und einer perfekten Reliabilität der x1-Variable zu einer genauen Schätzung des Beta1 kommen kann. Wenn man die Vergrößerung der Korrelationen der Fehler betrachtet, fällt auf, dass die Schätzwerte bei einer geringen Reliabilität zu einer Unterschätzung werden. Bei einer steigenden Korrelation der x-Variablen kann es bei dem Schätzwert von Beta1 zu einer Überschätzung kommen, unabhängig von der Stärke der Reliabilität der x1-Variable. Dazu weisen die Punkte bei der höchsten Korrelation eine zusätzliche Streuung um den Schätzwert auf.

Die Ergebnisse aus der Abbildung 11 mit dem Schätzwert von Beta1 können auf den Schätzwert von Beta2 reproduziert werden. Aus diesem Grund wird hier auf einer weitere Abbildung verzichtet.

In Abbildung 12 sollen noch einmal die bisherigen Ergebnisse veranschaulicht werden, welche sowohl die Schätzung von Beta1 und Beta2 beinhaltet, als auch die verschiedene Reliabilität der X-Variablen. Die obere Leiste symbolisiert die Reliabilität der x1-Variabe und die rechte äußere Leiste die Reliabilität der x2 Variable. Zusätzlich dazu wurde mit Hilfe einer Farbgebung noch die Korrelation der x-Variablen mit eingebracht. Die gestrichelten Linien stehen für den jeweiligen wahren Regressionskoeffizienten.

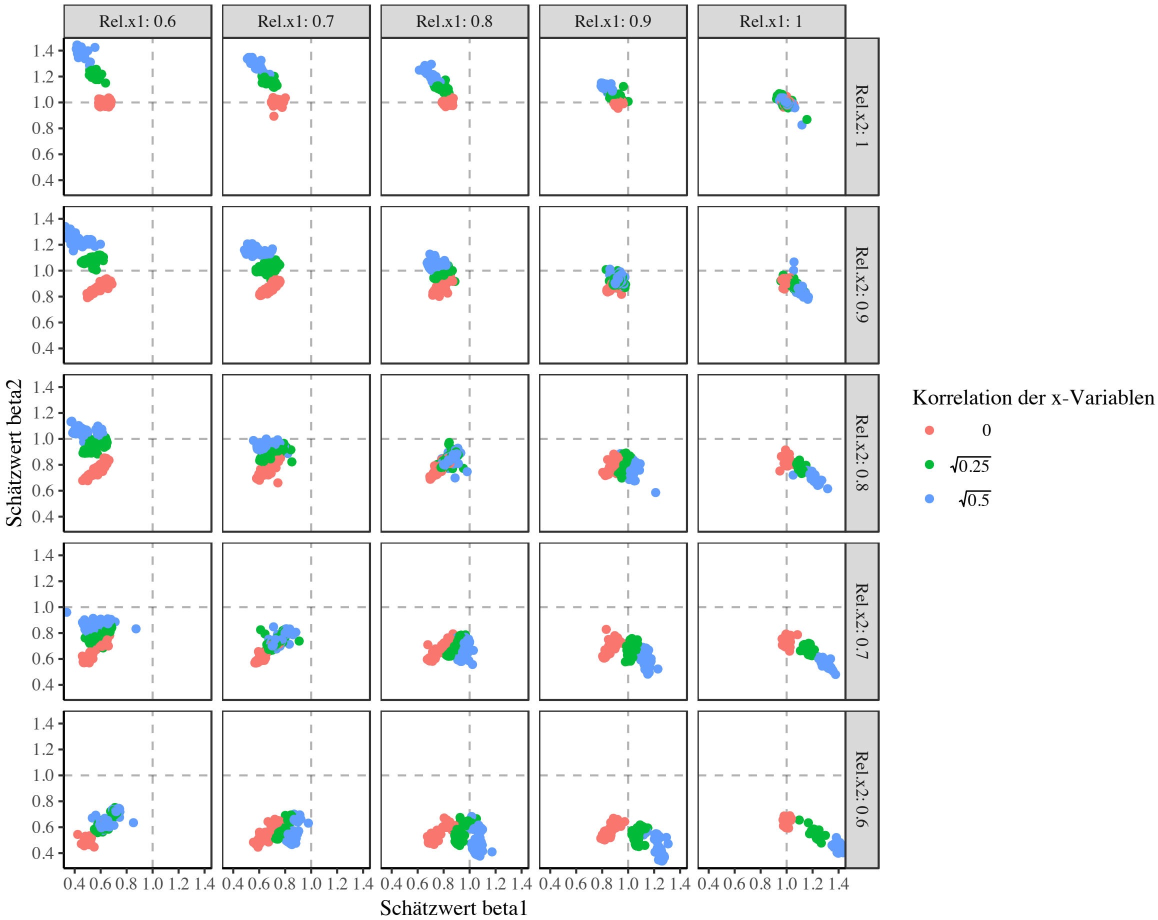

Abbildung 12: Auswirkungen der beiden Reliabilitäten auf die beiden Schätzwerte mit Einbezug der Korrelation der X-Variablen

Man erkennt aus der Abbildung 12, dass eine genau Schätzung der beiden Betas nur möglich ist, wenn beide x-Variablen eine Reliabilität von Eins aufweisen. In den anderen Fällen kann es sowohl zu Überschätzungen, als auch zu Unterschätzungen kommen. Wenn beide X-Variablen eine geringe Reliabilität aufweisen, kommt es zu einer Unterschätzung. Je geringer hierbei die Korrelation ist, desto stärker kommt es zu einer Unterschätzung. Zur Veranschaulichung wird in Abbildung 13 einige Fälle abgebildet, welche in der Psychologie häufig vorkommen.

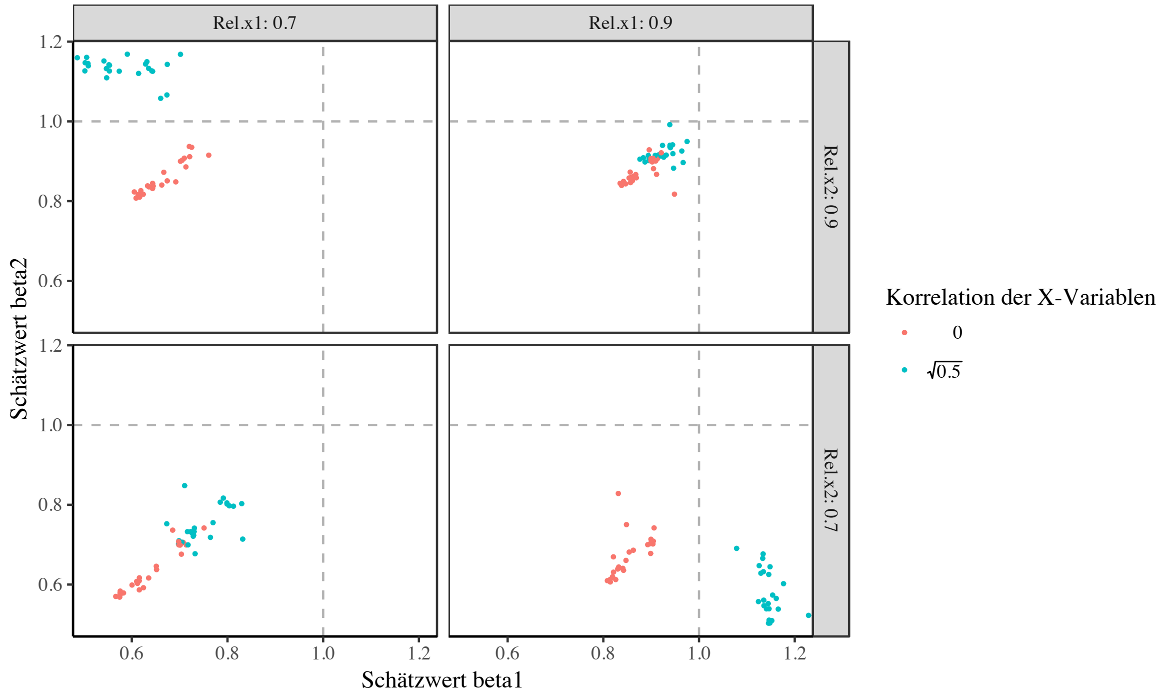

Abbildung 13: Betrachtung der Schätzwerte bei üblichen Reliabilitäten der Psychologie

Wenn beide X-Variablen eine Reliabilität von .9 aufweisen, nähert sich der Schätzwert dem wahren Wert an. Jedoch liegt in diesem Fall eine Unterschätzung vor. Dies geschieht ebenfalls, wenn beide nur eine Reliabilität von .7 aufweisen. Jedoch ist die Unterschätzung hier noch stärker. Durch eine Korrelation der X-Variablen werden die Ergebnisse der Schätzung verbessert, jedoch nur wenn beide gleiche Reliabilitäten aufweisen. Bei einer höheren sind die Unterschiede minimal. Wenn keine Korrelation zwischen den X-Variablen bei einer geringen Reliabilität vorliegt, kommt es zu einer noch stärkeren Unterschätzung. Bei ungleichen Reliabilitäten und keiner Korrelation der X-Variablen kommt es immer zu einer Unterschätzung der Schätzwerte, jedoch zu einer stärkeren Unterschätzung des Schätzwertes, welcher die geringere Reliabilität aufweist. Falls jedoch beide X-Variablen korrelieren, kommt es zu einer Überschätzung des Schätzwertes, welcher die höhere Reliabilität aufweist und einer Unterschätzung des anderen Schätzwertes. An den Schnittpunkten der beiden Geraden liegt der wahre Wert beider Schätzer. Man erkennt, dass sich der Erwartungswert des Schätzwertes beider nur an den wahren Wert annähert, wenn beide eine hohe Reliabilität aufweisen.

Abbildung 14 wurde mit Einbezug der Korrelation der Fehler, statt der Korrelation der X-Variablen benutzt. Auch hier kommt es zu einer Unterschätzung, wenn beide ein geringe Reliabilität aufweisen, jedoch wird hier die Unterschätzung größer, desto stärker die Korrelation der Fehler wird.

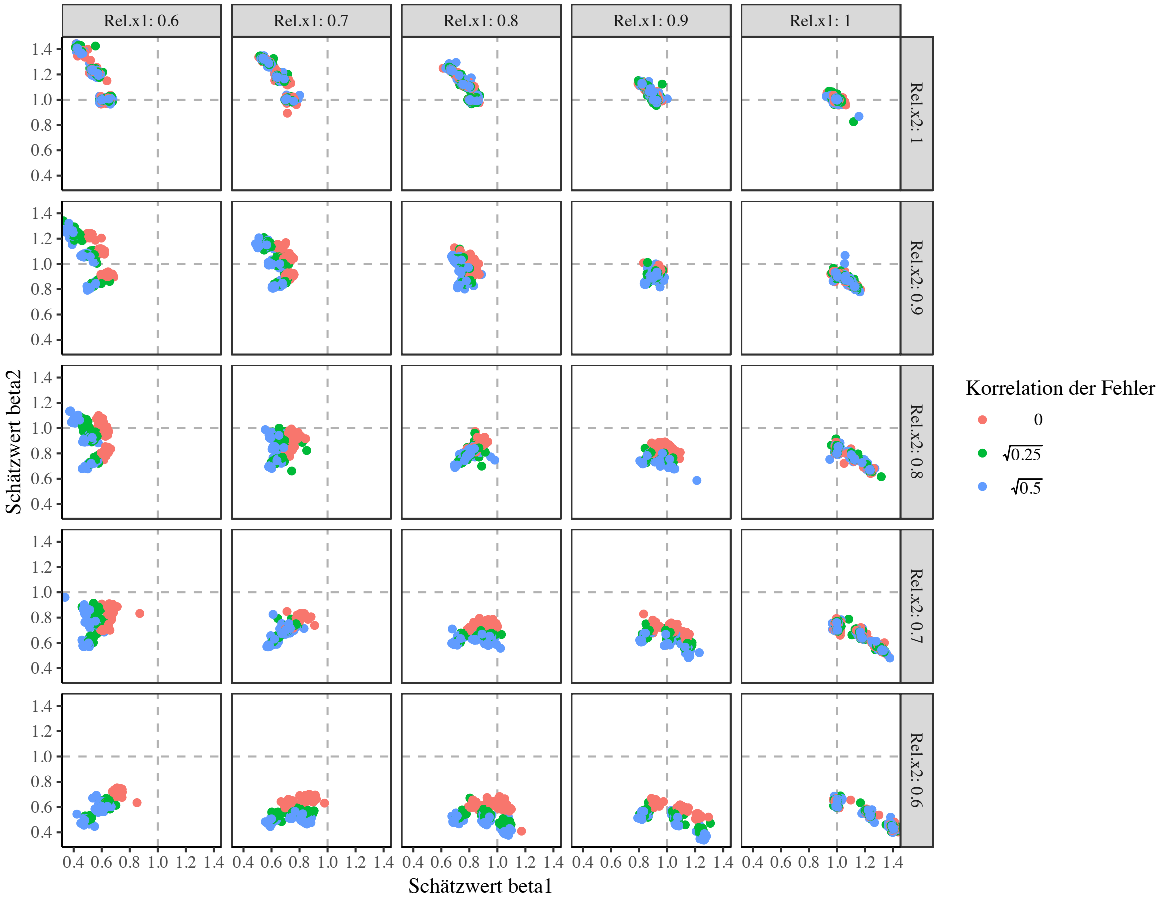

Abbildung 14: Auswirkungen der beiden Reliabilitäten auf die beiden Schätzwerte mit Einbezug der Korrelation der Fehler

3.2.3 Schätzwert der Varianz von beta1 als Kriterium

Als nächstes wurde die Varianz von Beta1 betrachtet. Auch hier wurde wieder mit Hilfe einer linearen Regression nach Einflüssen der Prädiktoren auf die abhängige Variable gesucht. Als abhängige Variable diente in diesem Fall die Varianz des Schätzwertes von Beta1. Die Ergebnisse werden in der Tabelle 11 veranschaulicht.

Tabelle 11

Ergebnisse der Regression mit der Varianz von Beta1 als Kriterium

Prädiktor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	0.57**	[0.48, 0.67]				
Stichprobnegröße	-0.00**	[-0.00, -0.00]	.08	[.07, .09]	-.28**	
Korrelation x	0.25**	[0.21, 0.29]	.02	[.01, .02]	.13**	
Reliabilität x1	0.20**	[0.12, 0.28]	.00	[.00, .00]	.05**	
Reliabilität x2	-0.04	[-0.12, 0.04]	.00	[-.00, .00]	-.01	
Korrelation Fehler	0.04*	[0.01, 0.08]	.00	[-.00, .00]	.02	
Varianzaufklärung R^2	-0.90**	[-0.94, -0.85]	.15	[.14, .17]	-.39**	
						R^2 = .254** 95% CI[.24,.27]

Bemerke. * steht für *p* < .05; ** steht für *p* < .01. Ein signifikantes *b*-Gewicht bedeutet ebenso, dass auch das beta-Gewicht und die semipartionelle Korrelation signifikant sind. *b* steht für den unstandartisierten Regressionskoeffizienten. sr^2 steht für dir semi-partial Korrelation im Quadrat; *r* zeigt die zero-order. *LL* und *UL* zeigen das untere und das obere Limit der Konfidenzintervalle

Sowohl die Korrelation der x-Variablen und Fehler, als auch die Reliabilität der x1-Variable und der Varianzaufklärung R^2 weisen einen signifikanten Wert auf. Jedoch ist ersichtlich, dass die Varianzaufklärung R^2 den stärksten Einfluss hat. Wenn sich die Varianzaufklärung R^2 um eine Einheit erhöht und der Rest gleich bleibt, sagt das Modell vorher, dass sie die Varianz von Beta1 um den Betrag .90 verringert. Die obere Leiste der Abbildung 15 symbolisiert die Korrelation der x-Variablen.

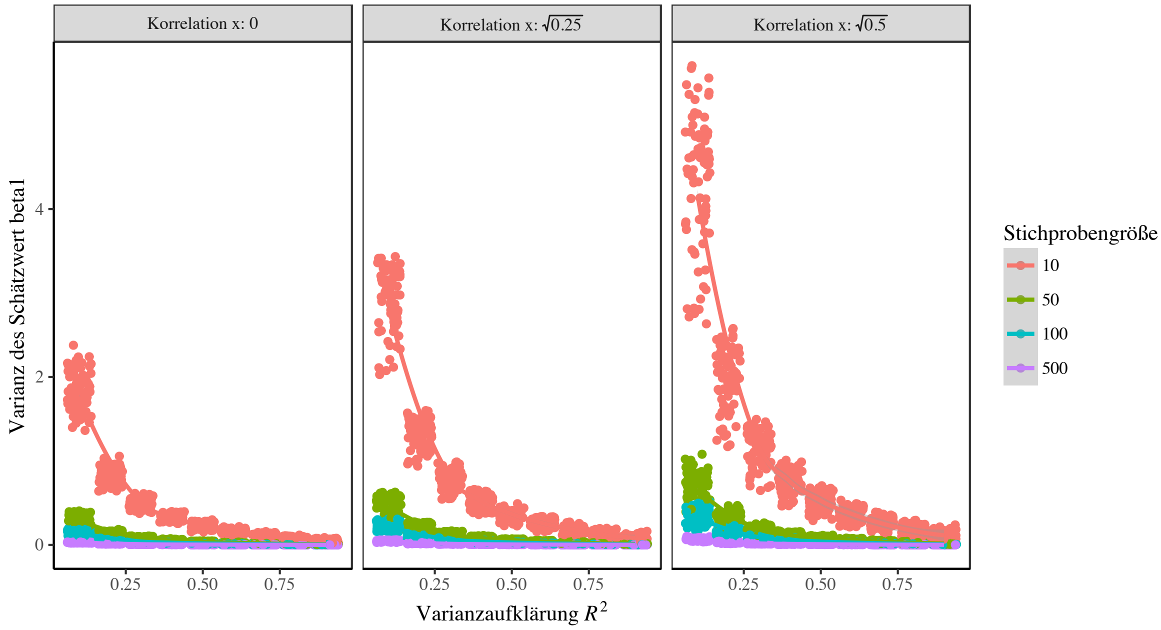

Abbildung 15: Auswirkungen der Varianzaufklärung R^2, der Stichprobengröße und der Korrelation der x-Variablen auf die Varianz des Schätzwertes von beta1

Anhand der Abbildung 15 ist erkennbar, dass kleine Stichproben eine größere Varianz aufweisen, als größere Stichproben. Die Varianz wird umso größer, je stärker die Korrelation der X-Variablen wird. Außerdem wird mit Ansteigen der Varianzaufklärung R^2 die Varianz des Schätzwertes geringer bzw. nähert sich null.

Aufgrund identischer Ergebnisse wird an dieser Stelle auf die Ergebnisse der Regression der Varianz von Beta2 verzichtet. Die Varianz des Schätzwertes von Beta2 verhält sich ähnlich wie die von Beta1 und aus diesem Grund wird an dieser Stelle nicht näher darauf eingegangen.

Um die bisherigen Ergebnisse noch einmal zusammenzufassen, wurde Abbildung 16 gebildet, welcher beide Varianzen, beide Korrelationen und auch die Varianzaufklärung R^2 beinhalten. Die obere Leiste symbolisiert die Korrelation der X-Variablen und die rechte Leiste symbolisiert die Korrelation der Fehler. Mit Hilfe einer Farbgebung wurde die Varianzaufklärung R^2 miteingebracht.

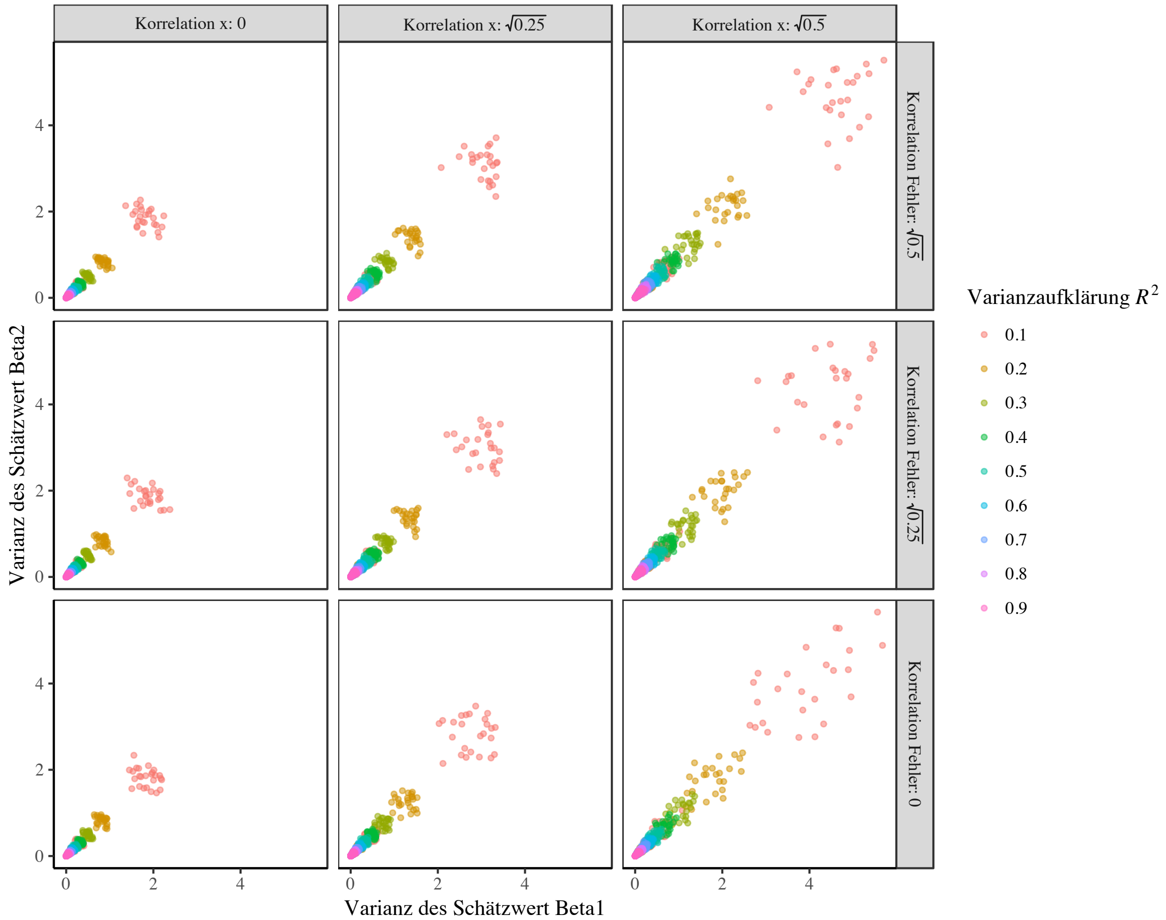

Abbildung 16: Auswirkung der Korrelation der x-Variablen, der Korrelation der Fehler und der wahren Varianzaufklärung R^2 auf die Varianzen der Schätzwerte

In der Abbildung 16 wird ersichtlich, dass die Korrelation der Fehler nur eine geringe Auswirkung auf beide Varianzen hat. Je geringer die Varianzaufklärung R^2 ist, desto größer ist die Varianz der beiden Schätzwerte. Außerdem erkennt man, dass mit Ansteigen der Korrelation der X-Variablen, besonders die Varianzen der Schätzwerte bei einer geringen Varianzaufklärung R^2 stark streuen und erhöht sind. Bei Abbildung 17 handelt es sich wiederum um den Spezialfall. Die obere Leiste beinhaltet sowohl die Korrelation der X-Variablen. Die rechte Leiste steht für die verschiedenen Varianzaufklärungen R^2.

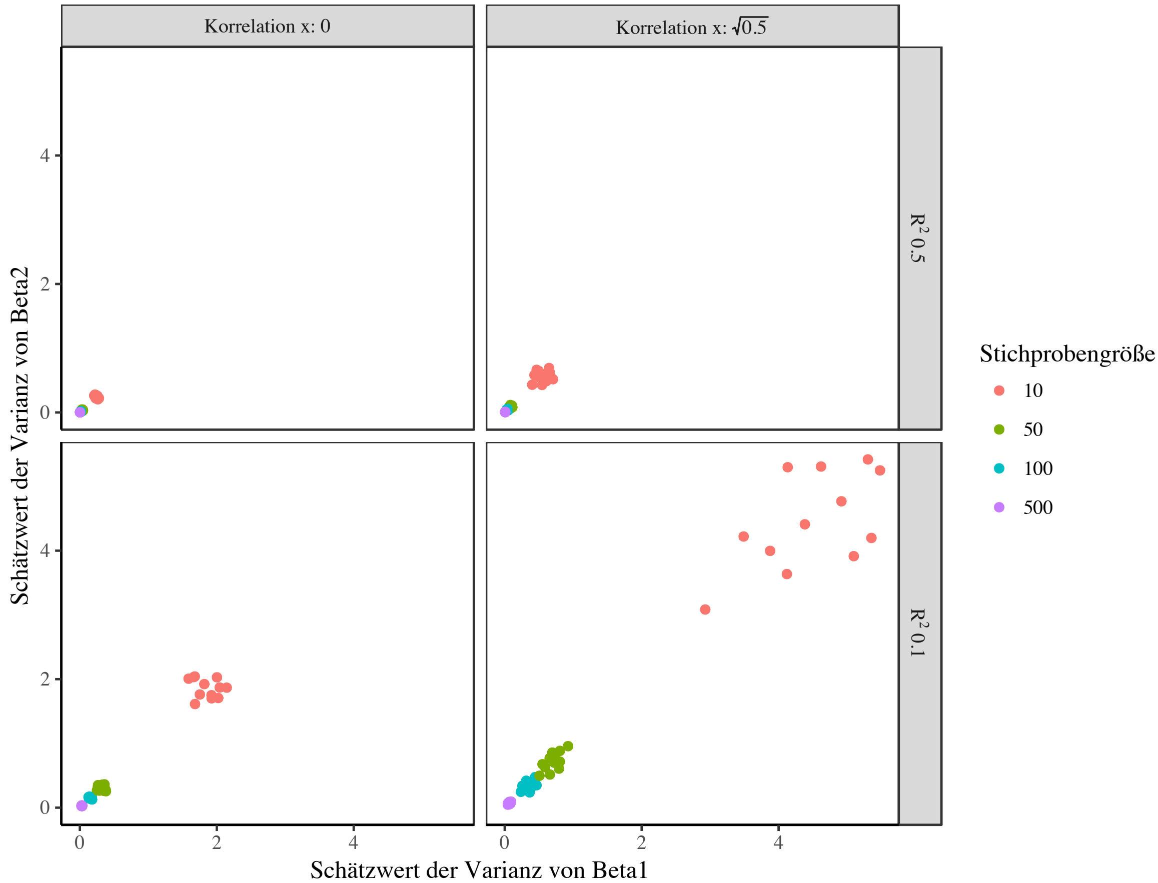

Abbildung 17: Auswirkungen der Korrelation der X-Variablen, der Stichprobengröße und der Varianzaufklärung R^2 auf die Varianzen der Schätzwerte

Anhand dieses Beispiels ist ersichtlich, dass eine kleine Stichprobe nicht unbedingt eine hohe Varianz aufweisen muss. Eine hohe Varianzaufklärung R^2 führt auch bei kleinen Stichproben zu einer geringen Varianz. Bei einer hohen Korrelation der X-Variablen und einer geringen Varianzaufklärung R^2, kommt es zu einer sehr starken Streuung bei einer Stichprobengröße von Zehn. Bei einer hohen Varianzaufklärung R^2 relativiert sich dies jedoch. Es kommt immer zu einer geringen Varianz, wenn eine hohe Varianzaufklärung R^2 vorliegt. Bei einer Stichprobengröße, angefangen von 50 bis zu einer hohen Stichprobengrößen, ist der Unterschied mit einer Varianzaufklärung R^2 von 0.5 sehr gering.

3.2.4 Mittlere quadratische Abweichung vom wahren beta1 als Kriterium

Nun soll im nächsten Schritt die mittlere quadratische Abweichung des wahren Beta1 betrachtet werden. Die Ergebnisse der linearen Regression werden in der Tabelle 12 veranschaulicht. Als abhängige Variable dient im diesem Fall die mittlere quadratische Abweichung vom wahren Beta 1.

Tabelle 12

Ergebnisse der Regression mit der mittleren quadratischen Abweichung vom wahren Beta1 als Kriterium

Prädiktor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	0.96**	[0.86, 1.05]				
Stichprobengröße	-0.00**	[-0.00, -0.00]	.08	[.07, .09]	-.28**	
Korrelation x	0.27**	[0.23, 0.31]	.02	[.01, .02]	.14**	
Reliabilität x1	-0.26**	[-0.34, -0.18]	.00	[.00, .01]	-.06**	
Reliabilität x2	0.01	[-0.06, 0.09]	.00	[-.00, .00]	.00	
Korrelation Fehler	0.09**	[0.05, 0.13]	.00	[.00, .00]	.05**	
Varianzaufklärung R^2	-0.90**	[-0.94, -0.85]	.15	[.14, .17]	-.39**	
						R^2 = .256** 95% CI[.24,.27]

Bemerke. * steht für *p* < .05; ** steht für *p* < .01. Ein signifikantes *b*-Gewicht bedeutet ebenso, dass auch das beta-Gewicht und die semipartielle Korrelation signifikant sind. *b* steht für den unstandartisierten Regressionskoeffizienten. sr^2 steht für dir semi-partial Korrelation im Quadrat; *r* zeigt die zero-order. *LL* und *UL* zeigen das untere und das obere Limit der Konfidenzintervalle

Die Ergebnisse weisen einen signifikanten Wert bei der Stichprobengröße, der Korrelation der X-Variablen, der Reliabilität der X1-Variable, der Korrelation der Fehler und der Varianzaufklärung R^2 auf. Wenn sich die Varianzaufklärung R^2 um eine Einheit erhöht und alles andere gleich bleibt, sagt unser Modell vorher, dass sich der mittlere quadratische Abstand von wahren Beta1 um den Betrag .90 verringert. Durch Abbildung 18 ist ersichtlich, dass bei einer kleinen Stichprobengröße von Zehn eine hohe Korrelation der X-Variablen zu einer erhöhten mittleren quadratischen Abweichung führt. Mit ansteigender Stichprobengröße verringert sich dieser Effekt immer mehr.

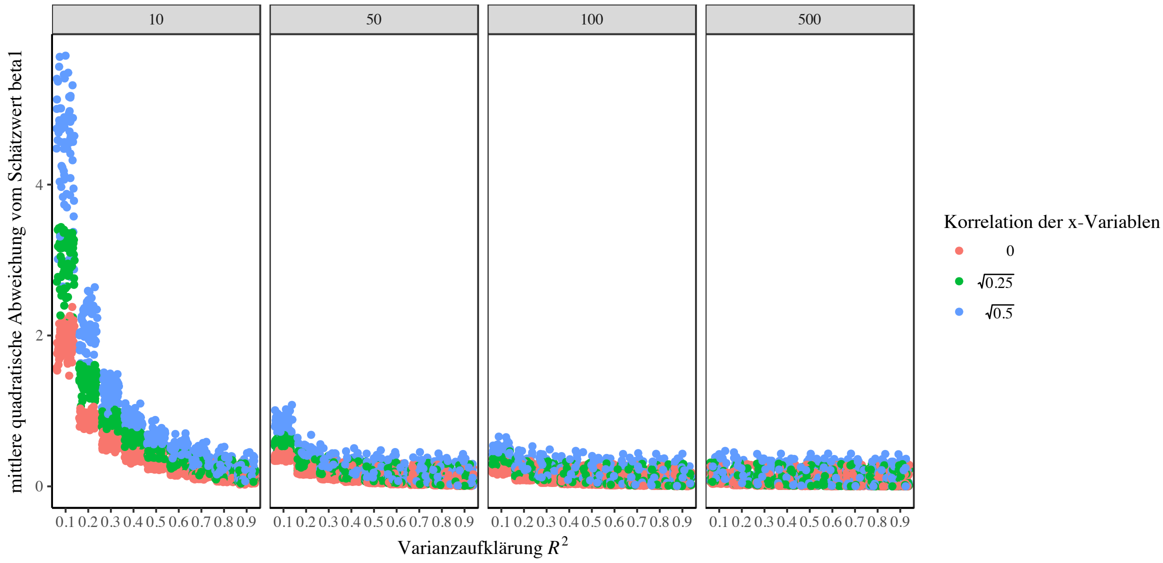

Abbildung 18: Auswirkungen der Varianzaufklärung R^2, der Korrelation der x-Variable und der Stichprobengröße auf die mittlere quadratische Abweichung.

Zur Vervollständigung wurde ebenfalls eine lineare Regression für die mittlere quadratische Abweichung vom wahren Beta 2 durchgeführt. Auch hier wurden mit der Tabelle 12 übereinstimmende Ergebnisse gefunden.

Abbildung 19 beinhaltet die beiden mittleren quadratischen Abweichung vom jeweiligen wahren Beta, die Korrelation der Fehler und der X-Variablen. Durch eine Farbgebung wurde die wahre Varianzaufklärung R^2 miteinbezogen. Die obere Leiste symbolisiert die Korrelation der X-Variable und die rechte Leiste symbolisiert die Korrelation der Fehler.

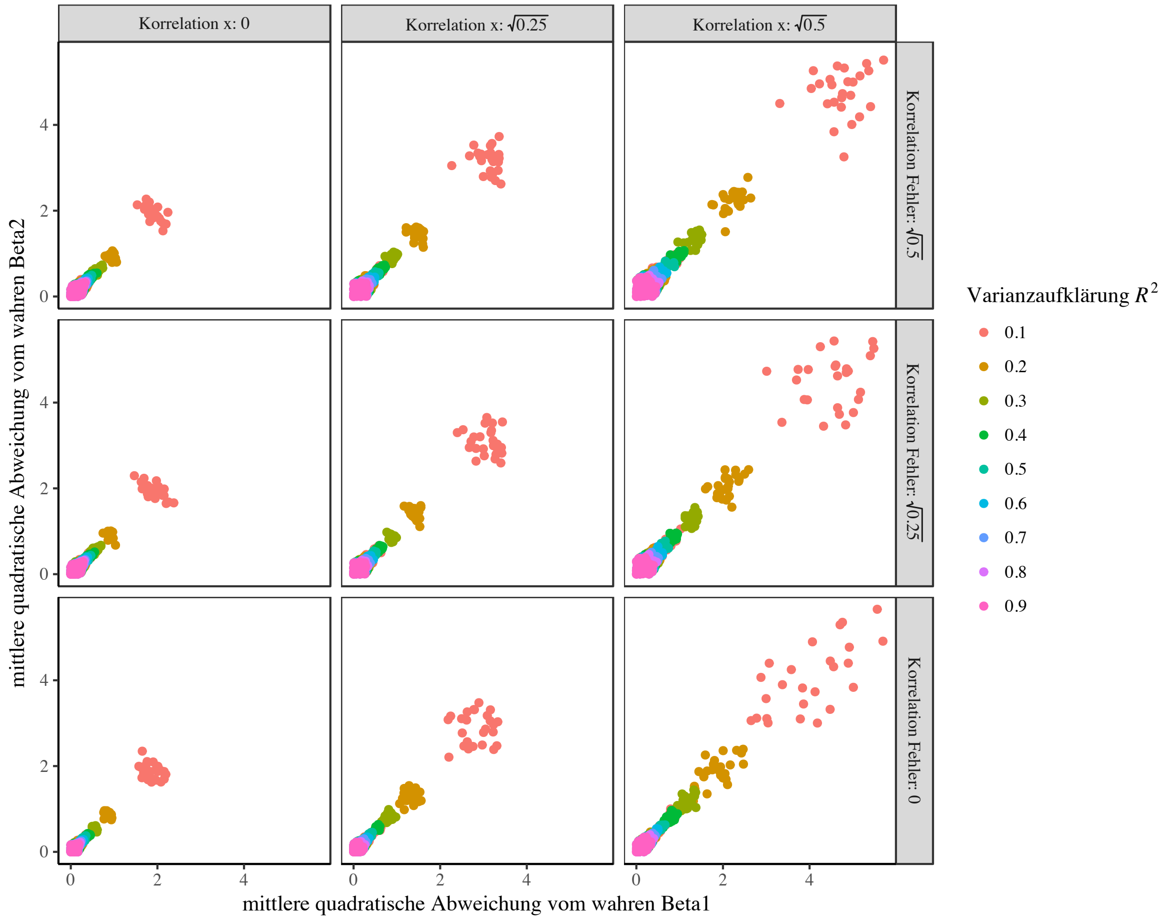

Abbildung 19: Auswirkung der Korrelation der x-Variablen, der Fehler und der Varianzaufklärung R^2 auf die mittlere quadratische Abweichung der wahren Betas

Auch hier erkennt man ähnlich Zusammenhänge wie bei der Varianz der Schätzwerte. Wenn keine Korrelation zwischen den Fehlern und den X-Variablen vorliegt, führt dies zu einer geringen Varianz, wenn gleichzeitig eine hohe Varianzaufklärung R^2 vorliegt. Mit größer werdender Korrelation der X-Variable und einer geringeren Varianzaufklärung R^2 werden die mittleren quadratischen Abweichungen immer größer. Auch hier wurde wieder ein Spezialfall gebildet.

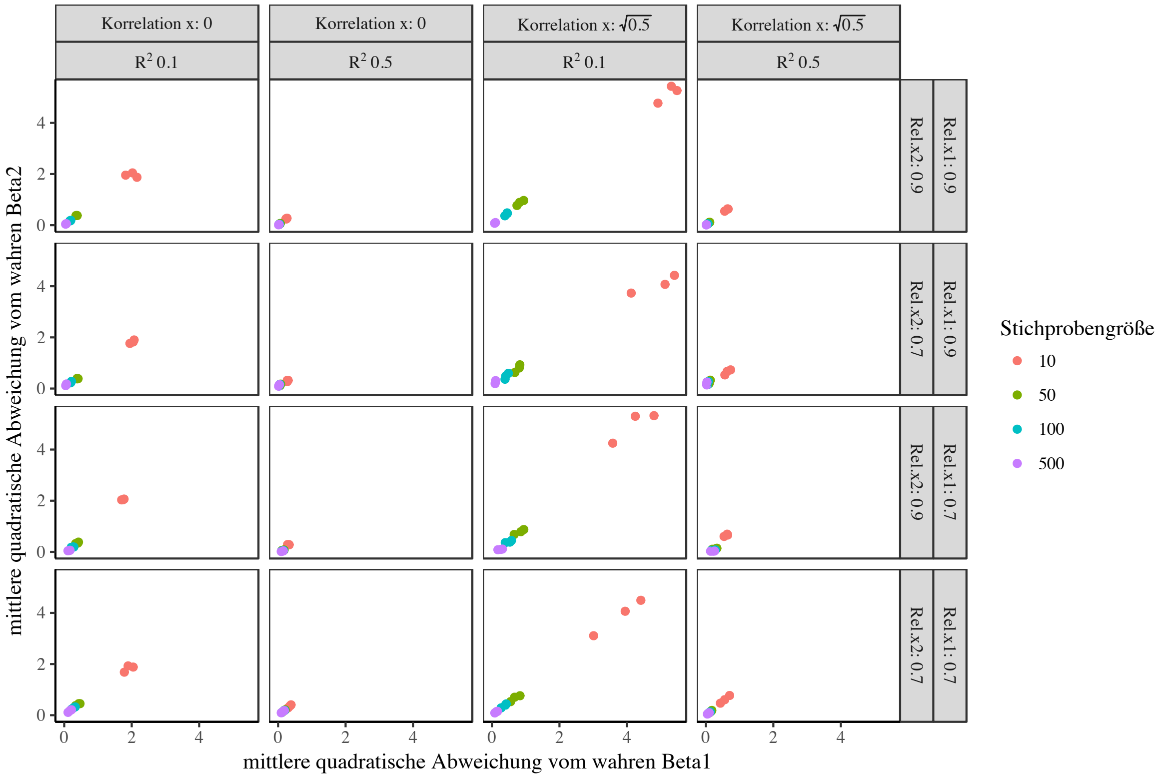

Abbildung 20: Auswirkungen der Stichprobengröße, der Varianzaufklärung R^2, der Korrelation der X-Variablen und beider Reliabilitäten auf die mittlere quadratische Abweichung der wahren Betas

Hier zeigt sich wieder ein ähnliches Verhalten wie bei der Varianz der Schätzwerte. Auch hier führt wieder eine geringe Varianzaufklärung R^2 zu einer hohen Varianz. Zusätzlich dazu erhält man durch eine Korrelation der X-Variablen eine noch höhere Varianz. Auch hier zeigt sich wieder, dass die mittlere quadratische Abweichung mit der höheren Reliabilität der anderen etwas weggreift.

3.2.5 Power der t-tests von X1 als Kriterium

Der nächste Schätzwert, welcher betrachtet werden soll, ist die Power der einzelnen X-Variablen. Die Ergebnisse der Regression werden in Tabelle 13 abgebildet.

Tabelle 13

Ergebnisse der Regression mit der Power der X1-Variablen als Kriterium

Prädiktor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	*sr²*	*sr²* 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit

(Intercept)	0.05*	[0.01, 0.10]				
Stichprobnegröße	0.00**	[0.00, 0.00]	.29	[.28, .31]	.54**	
Korrelation x	-0.12**	[-0.13, -0.10]	.01	[.01, .01]	-.10**	
Reliabilität x1	0.41**	[0.38, 0.45]	.03	[.02, .03]	.17**	
Reliabilität x2	-0.04*	[-0.08, -0.00]	.00	[-.00, .00]	-.02	
Korrelation Fehler	-0.07**	[-0.09, -0.05]	.00	[.00, .01]	-.06**	
Varianzaufklärung R^2	0.57**	[0.55, 0.59]	.18	[.17, .20]	.43**	
						R^2 = .518** 95% CI[.50,.53]

Bemerke. * steht für $p < .05$; ** steht für $p < .01$. Ein signifikantes *b*-Gewicht bedeutet ebenso, dass auch das beta-Gewicht und die semipartionelle Korrelation signifikant sind. *b* steht für den unstandartisierten Regressionskoeffizienten. sr^2 steht für dir semi-partial Korrelation im Quadrat; *r* zeigt die zero-order. *LL* und *UL* zeigen das untere und das obere Limit der Konfidenzintervalle

Anhand Tabelle 13 ist ersichtlich, dass alle Prädiktoren signifikant sind. Die stärksten Einflussgrößen sind hier die Korrelation der X-Variable, die Reliabilität der X1-Variable und die Varianzaufklärung R^2. Wenn sich die Varianzaufklärung R^2 um eine Einheit erhöht und alle anderen gleich bleiben, sagt das Modell vorher, dass sich die Power der x1-Variable um den Betrag .57 vergrößert. Erhöht sich die Reliabilität der X1-Variable um eine Einheit erhöht und alle anderen gleich bleiben, sagt das Modell vorher, dass sich die Power der x1-Variable um den Betrag .41 erhöht. Diese Zusammenhänge wurden in der Abbildung 21 veranschaulicht. Die obere Leiste symbolisiert hier die Stichprobengröße und die rechte äußere Leiste die Korrelation der X-Variablen.

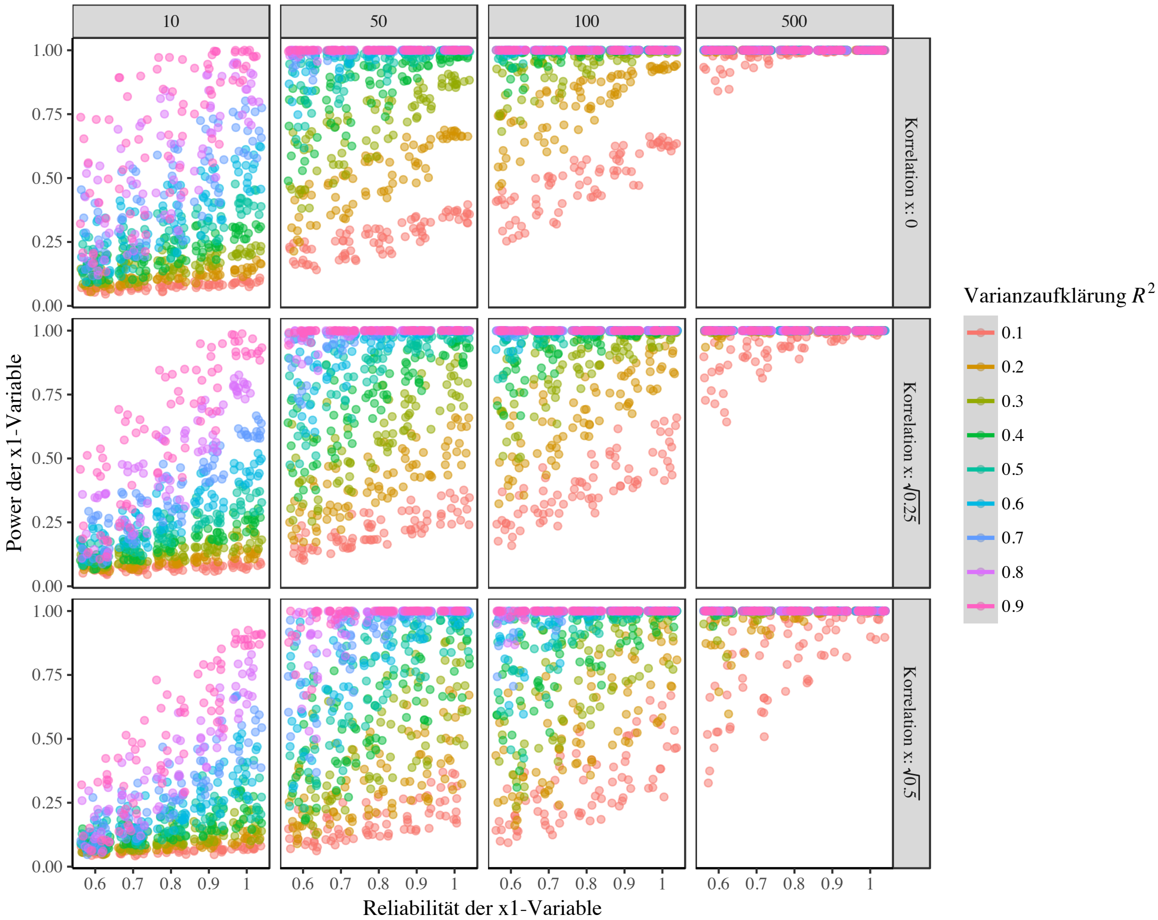

Abbildung 21: Auswirkungen der Stichprobengröße, Reliabilität der x1-Variable, der Korrelation der x-Variablen und der Varianzaufklärung R^2 auf die Power der x1-Variable

Bei einer kleinen Stichprobe und einer geringen Varianzaufklärung R^2 wird nur eine geringe Power erreicht. Je größer die Stichprobe wird, desto größer wird auch die Power. Jedoch streut die Power umso mehr, je stärker die Korrelation der X-Variablen wird. Selbst bei einer Stichprobengröße von 500 kann die nicht Varianzaufklärung R^2 vernachlässigt werden. Bei einer geringen Varianzaufklärung R^2 kann es auch hier noch zu einer geringen Power kommen. Zusätzlich erlangt man durch eine erhöhte Reliabilität eine bessere Power.

Für die Power der X2-Variable wurden übereinstimmende Ergebnisse erhalten. Die Folgerungen der Analyse der Power der X1-Variable können auch auf die Power der X2-Variable angewandt werden. Aus diesem Grund wird hier nicht näher darauf eingegangen.

In Abbildung 22 soll wieder mit Hilfe von Spezialfall 2 der Bezug zur Psychologie gezeigt werden. Die obere Leiste symbolisiert hier die verschiedenen Reliabilitäten der X-Variablen und die rechte Leiste symbolisiert die Stichprobengröße.

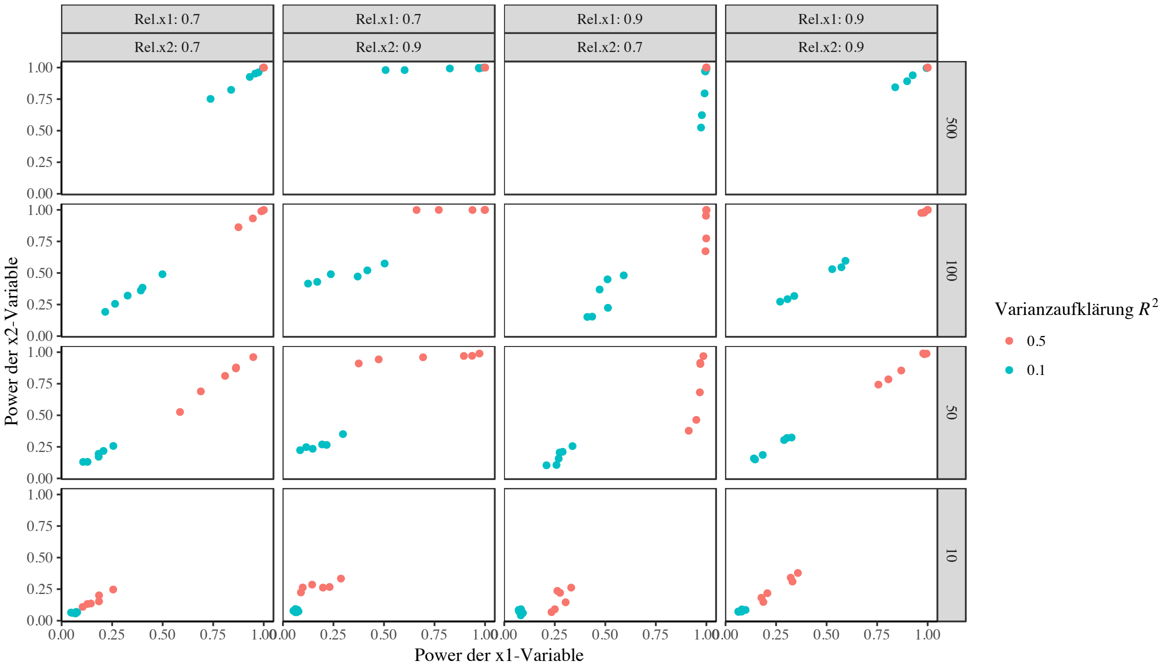

Abbildung 22: Auswirkungen der Stichprobengröße, der Varianzaufklärung R^2 und beider Reliabilitäten auf die Power der beiden X-Variablen

Bei einer kleinen Stichprobe kommt es unabhängig von der Reliabilität der X-Variablen zu einer geringen Power. Bei einer hohen Varianzaufklärung R^2 weist die Power mit der höheren Reliabilität einen höheren Wert auf, als die andere mit der geringeren Reliabilität. Weisen beide die selbe Reliabilität auf, liegt ein linearer Zusammenhang zwischen den beiden vor. Jedoch kommt es bei einer geringen Varianzaufklärung R^2 zu einer geringen Power beider. Man erkennt, dass die höhere Reliabilität bei einer hohen Varianzaufklärung R^2 zu einer höheren Power führt. Selbst bei einer Stichprobengröße von 500 kann eine geringe Varianzaufklärung R^2 nicht komplett kompensiert werden. Auch hier weist die Power mit der höheren Reliabilität wiederum eine höhere Power auf als die andere. Nur wenn beide eine Reliabilität von .9 aufweisen, nähern sich beide Powerwerte der unterschiedlichen Varianzaufklärungen R^2. Somit nähert sich die rote Power der blauen Power an. Bei einer hohen Varianzaufklärung R^2 und einer Stichprobengröße von 500 schwankt die Power zwischen 85% und 95%.

3.2.6 Schätzwert der Varianzaufklärung R^2 als Kriterium

Zuletzt soll an dieser Stelle noch der Schätzwert der Varianzaufklärung R^2 betrachtet werden. Die Ergebnisse der linearen Regression werden in der Tabelle 14 veranschaulicht.

Tabelle 14

Ergebnisse der Regression mit der geschätzten Varianzaufklärung R^2 als Kriterium

Prädiktor	*b*	*b* 95% CI [LL, UL]	sr^2	sr^2 95% CI [LL, UL]	*r*	Fit
(Intercept)	-0.35**	[-0.36, -0.34]				
Stichprobnegröße	-0.00**	[-0.00, -0.00]	.01	[.01, .01]	-.11**	
Korrelation x	0.11**	[0.11, 0.11]	.02	[.02, .03]	.15**	
Reliabilität x1	0.26**	[0.26, 0.27]	.03	[.03, .03]	.18**	
Reliabilität x2	0.26**	[0.26, 0.27]	.03	[.03, .03]	.18**	
Korrelation Fehler	-0.04**	[-0.04, -0.04]	.00	[.00, .00]	-.06**	
Varianzaufklärung R^2	0.75**	[0.75, 0.76]	.84	[.83, .85]	.92**	
						R^2 = .939** 95% CI[.94,.94]

Bemerke. * steht für $p < .05$; ** steht für $p < .01$. Ein signifikantes *b*-Gewicht bedeutet ebenso, dass auch das beta-Gewicht und die semipartielle Korrelation signifikant sind. *b* steht für den unstandardisierten Regressionskoeffizienten. sr^2 steht für dir semi-partial Korrelation im Quadrat; *r* zeigt die zero-order. *LL* und *UL* zeigen das untere und das obere Limit der Konfidenzintervalle

Auch hier weisen wieder alle Prädiktoren einen signifikanten *p*-Wert auf. Die stärkste Auswirkung auf den Schätzwert der Varianzaufklärung R^2 hat die wahre Varianzaufklärung R^2. Wenn diese sich um eine Einheit vergrößert und alle anderen gleich bleiben, sagt das Modell vorher, dass sich die geschätzte Varianzaufklärung R^2 um den Betrag .75 erhöht. Kommt es bei der Reliabilität der x1 Variable zu einer Erhöhung um eine Einheit, während alle anderen gleich bleiben, führt dies zu einer Erhöhung der geschätzte Varianzaufklärung R^2 um den Betrag .26. Dies tritt ebenso bei einer Erhöhung der Reliabilität von x2 auf.

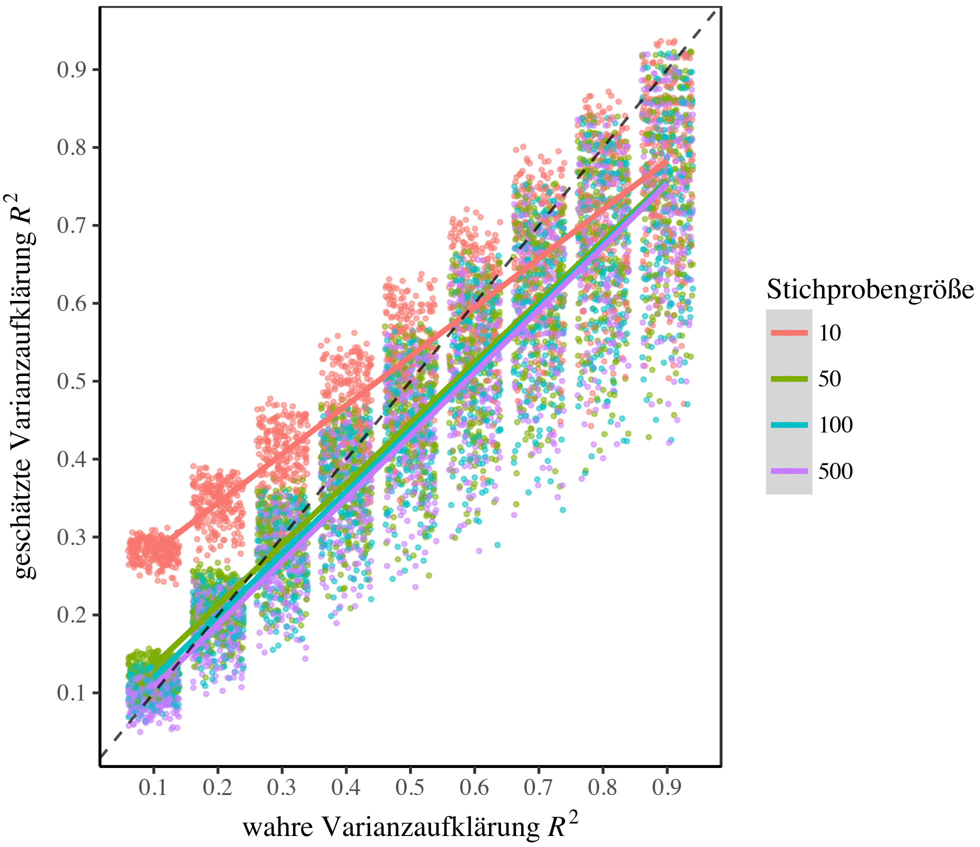

Abbildung 23: Auswirkungen der Stichprobengröße und der wahren Varianzaufklärung R^2 auf die geschätzte Varianzaufklärung R^2

Bei kleinen Stichproben kann es bei einer geringen Varianzaufklärung R^2 zu einer Überschätzung der Varianzaufklärung R^2 kommen. Außerdem ist Mittels Abbildung 23 erkennbar, dass zwischen der geschätzten Varianzaufklärung R^2 und der wahren Varianzaufklärung R^2 ein linearer Zusammenhang besteht. Die gestrichelte Linie soll wieder den optimalen Verlauf zeigen. Auch hier soll wieder der Spezialfall veranschaulicht werden.

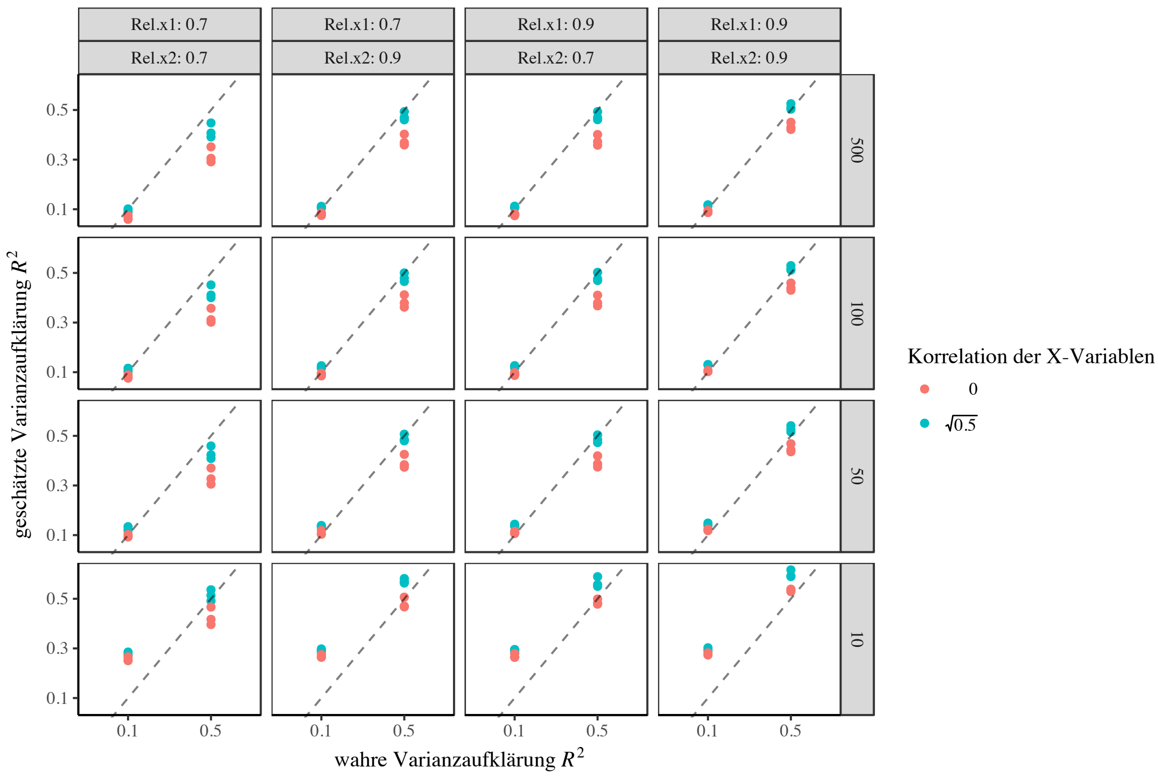

Abbildung 24: Auswirkungen der Stichprobengröße, der Korrelation der X-Variablen, der wahren Varianzaufklärung R^2 und beider Reliabilitäten auf die geschätzte Varianzaufklärung R^2

Auch hier erkennt man wieder, dass es bei einer Stichprobengröße von Zehn immer zu einer Überschätzung der geschätzten Varianzaufklärung R^2 bei einer geringen Varianzaufklärung R^2 kommt. Bei einer Stichprobengröße von Zehn und wenn beide eine Reliabilität von .9 aufweisen und nicht miteinander korrelieren, nähert sich die Schätzung, bei einer hohen Varianzaufklärung R^2, dem wahren Wert der Varianzaufklärung R^2. Korrelieren beide jedoch, kommt es in diesem Fall zu einer Überschätzung der Varianzaufklärung R^2. Ab einer Stichprobengröße von 50 kommt es immer zu einer Unterschätzung der Varianzaufklärung R^2. Jedoch wird die Schätzung besser, wenn die beiden X-Variablen miteinander korrelieren.

4.Diskussion

Das Ziel dieser Arbeit war, zu beobachten welche Auswirkungen fehlerbehaftete Messungen auf die Schätzwerteigenschaften der linearen Regression haben und in wie weit sie von den wahren Werten abweichen. Die erste Hypothese wurde bestätigt, da es bei den Schätzwerten der simplen linearen Regression zu einer Unterschätzung kommt. Hier wurden die Ergebnisse der Studie von Yan Ling & Salvendy bestätigt, welche ebenfalls zu dem Ergebnis kamen, dass es bei der simplen linearen Regression zu einer Unterschätzung des Zusammenhangs kommt. Ebenso wurden die Ergebnisse von Fuller bestätigt, welcher zu dem Ergebnis kam, je niedriger der Reliabilitätskoeffizient war, desto mehr näherte sich der Regressionskoeffizient null. Dieses Ergebnis kann anderweitig, aber auch durch die Minderungskorrektur bestätigt werden, welche in der Einleitung veranschaulicht wurde. Bei der simplen linearen Regression wurde ein signifikanter Wert bei der Reliabilität gefunden. Wenn sich die Reliabilität der X-Variable um eine Einheit erhöht, verändert sich der Schätzwert der Steigung um den Betrag eins, wie in Abbildung 1 auf Seite 18 erkennbar ist. Dies zeigt, dass es bei einer unreliablen Messung immer zu einer Unterschätzung kommt, da die Reliabilität maximal einen Wert von eins erreichen kann. Um sich an den wahren Wert eines Merkmals annähern zu können, benötigt man sozusagen eine perfekte Reliabilität. Aus diesem Grund wurde die Minderungskorrektur von Spearman vorgeschlagen. Erst dies ermöglichte es den wahren Zusammenhang zwischen zwei Variablen zu erhalten, wenn die Tests unreliabel sind. Die Auswirkungen auf die Varianz des Schätzwertes führten vor allem bei einer Stichprobengröße von Zehn zu interessanten Ergebnissen. In Abbildung 3 auf Seite 22 ist gut ersichtlich, dass es zu einer großen Varianz kommt, wenn die Varianzaufklärung R^2 gering ist. Gruppenintern konnte bei allen Varianzaufklärungen R^2 ein linearer Effekt gefunden werden. Jedoch kam es, bei einer Varianzaufklärung R^2 von .18 und einer Stichprobengröße von Zehn und einer Reliabilität von eins zu einem Ausreißer. Durch die zunehmende Stichprobengröße relativiert sich dieser Effekt jedoch wieder. Für den Schätzwert der Varianzaufklärung R^2 kam es auch hier wieder zu einer Unterschätzung. Die Stichprobengröße hat hier jedoch keine so große Auswirkung darauf wie bei der Varianz des Schätzwertes. Der Schätzwert der Varianz erreicht bei der zugehörigen Varianzaufklärung R^2 nur dann den wahren Wert, wenn die Reliabilität der X-Variable perfekt ist. Sobald die Reliabilität weniger als eins beträgt ,kommt es zu einer Unterschätzung, unabhängig davon wie stark die Varianzaufklärung R^2 ist. Eine Reliabilität von eins ist in der Psychologie so gut wie nicht erreichbar. Deshalb kommt es bei vielen Studien aufgrund der geringen Reliabilität zu einer Unterschätzung. Über die Power der X-Variablen entscheidet sowohl die Varianzaufklärung R^2 als auch die Reliabilität der X-Variable. Trotz einer hohen Reliabilität von 1, kann es aufgrund einer geringen Varianzaufklärung R^2 zu einer geringen Power kommen, wie aus Abbildung 5 auf Seite 25 ersichtlich wird. Dieser Effekt relativiert sich jedoch wieder mit größer werdenden Stichproben. Jedoch erhält man bei der Varianzaufklärung R^2 von .05 trotz einer Reliabilität von 1 und einer Stichprobengröße von 100 eine geringe Power. Bei einer Stichprobengröße von 500 erhält man nur noch wenige Ausreißer, welche durch eine Varianzaufklärung R^2 von .05 bedingt werden. Hier wird in fast allen Fällen eine perfekte Power erreicht. Bei der mittleren quadratischen Abweichung wurde ein umgekehrter exponentieller Zusammenhang mit der Reliabilität von X gefunden. Dies wird in Abbildung 6 auf Seite 27 verdeutlicht. Besonderes Augenmerk sollte hier vor allem auf die Stichprobengröße Zehn gelegt werden. Hier kam es bei einer geringen Varianzaufklärung R^2 trotz steigender Reliabilität zu einem gegenläufigen Effekt. Bei einer Varianzaufklärung R^2 von .18 kam es sogar bei einer Reliabilität von 1 zu einem Anstieg der Abweichung. Dieser kleine Anstieg sollte durch die erhöhte Varianz des Schätzwertes bei einer Reliabilität von 1 erklärt werden können, da sich die mittlere quadratische Abweichung aus dem Bias und der Varianz zusammensetzt. Die mittlere quadratische Abweichung nähert sich mit größer werdender Reliabilität null an, was dadurch erklärt werden kann, da der Bias im Zusammenhang mit der Reliabilität steht.

Die meisten der bisherigen Ergebnisse waren alle bereits durch die Minderungskorrektur erklärbar. Wie sich die messfehlerbehafteten Prädiktoren auf die multiple lineare Regression auswirken wird nun besprochen. Auch hier konnten die Ergebnisse von Yan Ling und Salvendy teilweise bestätigt werden. Hier kam es sowohl zu einer Überschätzung als auch zu einer Unterschätzung der Regressionskoeffizienten. Jedoch kam es in dieser Arbeit zu keinem Wechsel der Vorzeichen, was jedoch dadurch erklärt werden kann, dass in dieser Arbeit keine negative Suppression genutzt wurde. Eine negative Suppression wäre nur auftreten, wenn beide unabhängigen Variablen, welche die abhängige Variable vorhersagen, sowohl mit sich selbst als auch mit der abhängigen Variable positiv korrelieren.

Außerdem konnten die Bedenken von Guttmann für die beobachteten Bedingungen entkräftet werden, da die Korrelationen der Fehler häufig nur einen geringen, bis keinen Einfluss auf die Schätzwerte hatten. Aus diesem Grund soll der Schätzwert von Beta1 aus der multiplen linearen Regression als erstes näher betrachtet werden. Wenn die beiden X-Variablen keine Korrelation miteinander aufweisen, ist nur eine perfekte Reliabilität der X1-Variable nötig um eine genaue Schätzung für Beta1 zu erhalten. Hier verhält es sich dann ähnlich wie bei der simplen linearen Regression. Es gibt einen fast perfekten linearen Zusammenhang. Wenn sich jedoch die beiden X Variablen korrelieren, greift die X1 Variable der X2 Variable den Effekt ab, wie in Abbildung 7 auf Seite 29 ersichtlich ist. Aus diesem Grund führt eine geringe Reliabilität der X2 Variable zu einer Überschätzung des Schätzwertes von Beta1.

Weisen beide X Variablen wie im Spezialfall eins aus der Abbildung 13 auf Seite 36 eine Reliabilität von .9 auf, kommt es bei keiner vorliegenden Korrelation zu einer stärkeren Unterschätzung als bei einer Korrelation. Je stärker beide korrelieren, desto weiter nähern sich die Schätzwerte beider dem wahren Wert an. Diese Annäherung kann auf Grund der klassischen Suppression erklärt werden. Die X2-Variable supprimiert irrelevante Varianz. Diese Erklärungen können vice versa auf den Schätzwert von Beta2 übernommen werden. Jedoch kann es auch abhängig von Reliabilitäten der X-Variablen zu einer Über- bzw. Unterschätzung ihrer jeweiligen Steigungskoeffizienten kommen, abhängig davon wie stark die X-Variablen korrelieren. Weist die X1-Variable eine Reliabilität von .9 auf und die X2-Variable eine Reliabilität von .7, kommt es immer zu einer Unterschätzung des Schätzwertes von Beta2, jedoch kann der Schätzwert von Beta1 sowohl unterschätzt als auch überschätzt werden. Bei einer Korrelation der X-Variablen von $\sqrt{0.5}$ kommt es zu einer Überschätzung und bei keiner Korrelation der X-Variablen kommt es zu einer Unterschätzung des Schätzwertes von Beta1. Und vice versa, wenn die X2-Variable eine Reliabilität von .9 und X1-Variable eine Reliabilität von .7 hat. Weisen beide eine Reliabilität von .7 auf, kommt es wiederum zu einer Unterschätzung beider Schätzwerte. Die bisherigen Ergebnisse könnten so interpretiert werden, dass es von Vorteil ist, wenn zwei verschiedene Tests miteinander korrelieren, jedoch nur wenn beide die gleiche Reliabilität aufweisen und beide zur Erklärung der abhängigen Variable beitragen. Dann nähern sich die beiden Beta Schätzwerte dem wahren Wert an.

Bei der Varianz der Schätzwerte zeigte sich wiederum, dass eine erhöhte Varianz vorgefunden wurde, wenn die Stichprobengröße klein war. Dies lässt sich dadurch erklären, dass es bei kleinen Stichproben eine größere Wahrscheinlichkeit gibt extreme Werte vorzufinden. Je größer eine Stichprobe wird, desto normalverteilter wird ihr Histogramm. Bei einer Stichprobengröße von 500 wird keine hohe Varianzaufklärung R^2 benötigt um eine geringe Varianz des Schätzwertes zu erhalten. Eine Korrelation der X-Variablen von $\sqrt{0.5}$ führt bei einer geringen Varianzaufklärung R^2 zu einer hohen Varianz mit einer großen Streuung der Varianzschätzwerte. Bei Betrachtung des Spezialfalls 2, welcher in Abbildung 20 auf Seite 45 abgebildet ist, wird ersichtlich, dass die Reliabilitäten der X-Variablen einen geringen Einfluss auf die mittlere quadratische Abweichung. Bei gleichen Reliabilitäten weisen beide einen linearen Zusammenhang auf. Bei ungleichen Reliabilitäten weist wiederum die mit der höheren Reliabilität eine höhere mittlere quadratische Abweichung auf. Also greift sich hier die mittlere quadratische Abweichung mit der höheren Reliabilität einen Teil der Anderen weg. Mit steigender Stichprobengröße relativieren sich alle bisher genannten Effekte der mittlere quadratische Abweichung der Schätzwerte. Die mittlere quadratische Abweichung verhält sich ähnlich wie die Varianz der Schätzwerte. Dies ist erklärbar, weil sich die jeweilige mittlere quadratische Abweichung von dem wahren Beta aus dem Bias und der Varianz des Schätzwertes zusammensetzt.

Auf die Power der X-Variablen hat die Varianzaufklärung R^2 den größten Einfluss auf den Schätzwert. Bei einer hohen Varianzaufklärung R^2 kommt es immer zu einer größeren Power als bei einer geringen Varianzaufklärung R^2. Es wird also häufiger ein signifikantes Ergebnis erhalten. Zusätzlich dazu, kam es bei einer Stichprobengröße von Zehn immer zu einer geringen Power, unabhängig von der Varianzaufklärung R^2. Auf Seite 49 wurden die Auswirkungen der Stichprobengröße, der wahren Varianzaufklärung R^2 und der beiden Reliabiliäten auf die Power in einem Spezialfall betrachtet. Weisen beide die gleiche Reliabilität auf, liegt ein linearer Zusammenhang zwischen den beiden Powern vor. Andernfalls weist die Variable mit der höheren Reliabilität, wiederum die höhere Power auf.

Zuletzt wurde die geschätzte Varianzaufklärung R^2 betrachtet. Hierbei fiel auf, dass es bei einer Stichprobengröße von Zehn und einer Varianzaufklärung R^2 .1 zu einer geschätzten Varianzaufklärung R^2 von .3 kam. Der Schätzwert wurde um das dreifache überschätzt. Jedoch kam es ab einer Stichprobengröße von 50 und einer steigenden Varianzaufklärung R^2 zu einer Unterschätzung der geschätzten Varianzaufklärung R^2. Eine weitere Auffälligkeit ist, dass es im betrachteten Spezialfall auf Seite 50, welcher durch Abbildung 24 abgebildet wurde, zu einer Überschätzung der Varianzaufklärung R^2 kam. Dies trat jedoch nur bei einer kleinen Stichprobe von Zehn auf. Bei größeren Stichproben führte eine Korrelation der X-Variablen zu einer besseren Schätzung. Auch hier zeigt sich wieder, dass eine Korrelation der X-Variablen zu einer besseren Schätzung führt, unter der Vorrausetzung, dass beide zur Erklärung der abhängigen Variable beitragen.

In den genannten Fällen ist ersichtlich, dass die Korrelation der X-Variablen einen größeren Effekte auf die Schätzwert Eigenschaften hat, als die Korrelation der Fehler. Somit konnte gezeigt werden, auch wenn die Fehler der verschiedenen Tests miteinander korrelieren, diese Korrelation eine nicht so starke Auswirkung auf die Schätzwert Eigenschaften der linearen Regression hat. Die Korrelation der X-Variablen spielen hierbei eine viel größere Rolle. Hier kann es nämlich sowohl zu einer Unterschätzung, als auch einer Überschätzung kommen. Jedoch zeigte sich auch in einigen Fällen, dass es durch eine Korrelation der X-Variablen zu einer genaueren Schätzung kam. Dies war jedoch nur der Fall, wenn beide dieselbe Reliabilität aufweisen. Es sollte jedoch nicht vergessen werden, dass in dem Modell beide X-Variable zur Vorhersage der abhängigen Variablen benutzt wurden.

Schlussfolgernd sollte diese Arbeit also als Denkanstoß genommen werden. Es zeigte sich, dass eine Stichprobengröße von Zehn häufig zu verzerrten Ergebnissen führte. Hier sollte besonderes Augenmerk darauf gelegt werden, dass die Ergebnisse hier nicht überbewertet werden. Eine kleine Stichprobe führte bei der Schätzung der Varianzaufklärung R^2 zu einer dreifachen Überschätzung der wahren Varianzaufklärung R^2 . Weisen beide X-Variablen unterschiedliche Reliabilitäten auf, kann es abhängig davon ob diese korrelieren oder nicht, zu einer Unterschätzung oder einer Überschätzung kommen. Häufig wird in der Psychologie davon ausgegangen, dass der Zusammenhang zwischen zwei Tests, Variablen oder anderen zu untersuchenden Merkmalen unterschätzt wird. Jedoch konnte in dieser Arbeit gezeigt werden, dass es nicht nur zu einer Unterschätzung, sondern auch zu einer Überschätzung führen kann. Außerdem will häufig vermieden werden, dass Tests miteinander korrelieren. Doch in dieser Arbeit kam man zu dem Ergebnis, dass durch eine Korrelation der X-Variablen ein besserer Schätzwert erhalten werden kann, vorausgesetzt sie weisen beide die selbe Reliabilität auf und tragen beide zur Erklärung der abhängigen Variable bei.

Literaturverzeichnis

Amelang, M., & Zielinski, W. (1994). *Psychologische Diagnostik und Intervention.* Verlagsort: Springer.

Bortz, J. & Schuster, C. (2010). *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler*. Verlagsort: Springer.

Carmines, E. G. & Zeller, R. A. (1979), *Reliability and validity assessment*, Verlagsort: London: SAGE Publications.

Darlington, R. B. (1968). Multiple regression in psychological research and practice. *Psychological Bulletin*, *69*,161-182.

Fuller, W. A. (1987). *Measurement Error Models*. Verlagsort: New York: Wiley.

Ghiselli, E. E., Campbell, J. P., Zedec, S, (1981). *Measurement theory for the behavioral sciences*. Verlargsort: San Francisco: W.H. Freeman.

Gulliksen, H. (1950). *Theory of mental tests*. Verlagsort New York: Wiley

Guttman, L. (1953). Reliability formulas that do not assume experimental independence. *Psychometrika,18,* 225-239.

Hamilton D. (1987). Sometimes R2 > r2 y1 + r2 y2. *American Statistician, 41,* 129–132.

Horst P. (1941). The role of predictor variables which are independent of the criterion. *Social Science Research Council Bulletin* ,*48*,431–436.

Jones, O., Maillardet, R., Robinson, A. (2009). *Introduction to scientific programming and Simulation using R. CRC Press, London.*

Lord, F. M., & Novick, M. R. (1968). *Statistical theories of mental test scores*. Verlagsort: Reading, MA: McGraw-Hill.

Fahrmeir, L. (2009). *Regression: Modelle, Methoden Und Anwendungen* (2. aufl. ed., p. 1). Statistik Und Ihre Anwendungen. Berlin: Springer.

Magnusson, D. (1966). *Test Theory*. Verlagsort: Reading, MA: Addison-Wesley Publishing Company,

Novick, M. R., (1965). The Axioms and Principal Results of Classical Test Theory. *Journal of Mathematical Psychology, 3,* 1-18

Sharpe, R. N. & Roberts R. A. (1997). The Relationship among Sums of Squares, Correlation Coefficients, and Suppression. *The American Statistician*, *51:1*, 46-48

Spearman, C. (1904). The proof and measurement of association between two things. *American Journal of Psychology, 15,* 72–101.

Spearman, C. (1910). Correlation calculated with faulty data, *British Journal of Psychology, 3,* 271-295.

Viswanathan, M., (2005), *Measurement error and research design,* Thousand Oaks / London / New Dehli

Liu, Y., Salvendy, S. (2009). Effects of measurement errors on psychometric measurements in ergonomics studies: Implications for correlations, ANOVA, linear regression, factor analysis, and linear discriminant analysis, *Ergonomics, 52:5*, 499-511.

Zimmerman, D.W., & Williams, R.H. (1977). The theory of test validity and correlated errors of measurement. *Journal of Mathematical Psychology, 16,* 135–152.

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre hiermit an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig (mit Ausnahme der erklärten Teile), ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus fremden Quellen wörtlich oder sinngemäß übernommenen Stellen und Gedanken sind als solche nach den Regeln der guten wissen-schaftlichen Praxis kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Datum Unterschriften

Declaration:

I confirm that this final thesis is my own work (except declared parts) and that I neither used any additional sources nor additional help, other than indicated. I declare that I correctly cited all sequences or ideas that have been taken from other sources according to the rules of good scientific practice. No part of this final thesis has been submitted at another university.

Datum Unterschriften