



Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Tecnologia e Ciências
Faculdade de Engenharia

Método dos Elementos Finitos - Trabalho 1

Leandro Marques

Rio de Janeiro
2016

1 Resumo

A simulação numérica é uma ferramenta importante para solucionar problemas encontrados em diversos processos físicos, como na extração de petróleo, enchimento de reservatórios, arrefecimento de componentes eletrônicos e caracterização da hidrodinâmica em sistemas biológicos, relacionados a problemas decorrentes de doença arterial coronariana (DAC). Este último é de grande importância devido o enorme fardo econômico na sociedade. Este plano de trabalho tem como objetivo desenvolver uma estrutura computacional para simular o escoamento em uma artéria coronária em coordenadas cartesianas. O Método dos Elementos Finitos (MEF) será aplicado para resolver as equações de governo do escoamento sanguíneo na artéria coronária com aterosclerose e stent farmacológico implantado. O sangue será modelado como um fluido multifásico, incompressível e newtoniano. A equação de Navier-Stokes e a equação de transporte de espécie química serão apresentadas de acordo com a descrição Lagrangeana-Euleriana Arbitrária (ALE). O método semi-Lagrangeano será usado a fim de reduzir as oscilações espúrias que podem ser observadas quando o termo convectivo é predominante.

2 Introdução

De acordo com a Organização Mundial da Saúde (OMS) [?], mais pessoas morrem anualmente devido às doenças cardiovasculares (DCV) do que qualquer outra causa no mundo a cada ano. Estima-se que 17,7 milhões de pessoas morreram por DCV em 2015, representando 31% de todas as mortes no mundo. Aproximadamente 40% das mortes por DCV ocorreram devido às doenças na artéria coronária (DAC). A principal causa da DAC é a aterosclerose que consiste no acúmulo de placas de gordura no interior da parede da artéria ocasionando uma diminuição do diâmetro do lúmen. A aterosclerose pode ser prevenida com uma mudança de hábitos nocivos tais como: o uso de tabaco, o uso de álcool, falta de atividade física e dietas não saudáveis. [?] Para uma abordagem corretiva, porém, dois tratamentos podem ser realizados: o bypass coronário (também conhecido como ponte de safena) e a angioplastia coronária transluminal percutânea (PTCA). O PTCA é um procedimento minimamente invasivo onde um tubo aramado, chamado stents, é colocado. [?] Os principais objetivos deste plano de trabalho são o desenvolvimento de um código em Elementos Finitos utilizando a descrição Lagrangeana-Euleriana Arbitrária (ALE) [?] para a equação de Navier-Stokes com o transporte de espécie química e conhecer a dinâmica do escoamento sanguíneo numa artéria coronária com aterosclerose e com stents farmacológico implantado.

As equações que governam a dinâmica do escoamento sanguíneo numa artéria coronária serão desenvolvidas segundo a hipótese do meio contínuo. Dessa forma, os princípios de conservação de massa, de quantidade de movimento linear e de espécie química poderão ser utilizados. O sangue será considerado como um fluido incompressível, newtoniano e multifásico, como também o coeficiente difusivo será aproximado como constante. A equação de Navier-Stokes será apresentada segundo as variáveis primitivas (velocidade-pressão) com a equação de transporte de espécie química sem geração interna.

O desenvolvimento computacional será feito em linguagem C++/Python [?] [?] utilizando o paradigma de orientação a objetos com objetivo de reaproveitar o código em outras pesquisas e as equações de governo serão discretizadas em cima de uma malha tetraédrica não estruturada através do Método dos Elementos Finitos. As equações serão discretizadas no tempo utilizando a expansão da série de Taylor e o Método semi-Lagrangeano [?] será utilizado com o intuito de reduzir as oscilações espúrias que são características das equações do tipo convecção-difusão e a formulação de Galerkin [?] será utilizada para discretizarmos as equações no espaço.

3 Objetivos

Para a realização do projeto proposto, planeja-se desenvolver simulações através da construção de um algoritmo de Elementos Finitos para modelos com geometrias complexas da artéria coronária com aterosclerose e com stent farmacológico implantado. Com a implementação desse código, é necessária sua validação através de comparações com possíveis resultados analíticos para se garantir que o modelo é uma boa representação do fenômeno estudado. O trabalho realizado e seus resultados também serão apresentados com publicação em canais de comunicação de grande visibilidade. Com isso, objetiva-se a descrição detalhada de escoamentos em uma artéria coronária.

Os indicadores de desempenho que serão utilizados no projeto estão baseados em publicações produzidas na Coppe-UFRJ e submetidos a avaliações da comunidade científica. Como objetivos específicos, espera-se realizar:

1. Desenvolvimento de um código em Elementos Finitos utilizando a descrição Lagrangeana-Euleriana Arbitrária (ALE) para a equação Navier-Stokes com o transporte de espécie química;
2. Conhecer a dinâmica do escoamento sanguíneo numa artéria coronária com aterosclerose e com stents farmacológico implantado;
3. Publicação dos resultados em canais de comunicação nacionais e internacionais de excelência e alto impacto;
4. Defesa de tese de Doutorado.

4 Metodologia

A elaboração do método matemático que descreve corretamente o fenômeno físico é de extrema importância para o sucesso do projeto. As equações que governam a dinâmica do escoamento sanguíneo numa artéria coronária serão desenvolvidas segundo a hipótese do meio contínuo. Dessa forma, os princípios de conservação de massa, de quantidade de movimento linear e de espécie química poderão ser utilizados. O sangue será considerado como um fluido incompressível, newtoniano e multifásico, como também o coeficiente difusivo será aproximado como constante. A equação de Navier-Stokes será apresentada segundo as variáveis primitivas (velocidade-pressão) com a equação de transporte de espécie química sem geração interna usando uma abordagem Lagrangeana-Euleriana Arbitrária (ALE) [?].

O desenvolvimento computacional será feito em linguagem C++/Python [?] [?] utilizando o paradigma de orientação a objetos com objetivo de reaproveitar o código em outras pesquisas e as equações de governo serão discretizadas em cima de uma malha tetraédrica não estruturada gerada através do software livre GMSH [?]. Devido a restrição Babuska-Brezzi [?] [?], serão utilizados elementos distintos para os campos de velocidade e de pressão. As equações serão discretizadas no tempo utilizando a expansão da série de Taylor e o Método semi-Lagrangeano [?] será usado com o intuito de reduzir as oscilações espúrias que são características das equações do tipo convecção-difusão. A formulação de Galerkin [?] será utilizada para discretizarmos as equações no espaço.

Para solução do sistema de equações lineares oriundo da utilização do método de elementos finitos, deseja-se utilizar as técnicas mais modernas disponíveis em biblioteca pública de cálculo numérico. O emprego destas técnicas permitirá a utilização de diversos tipos de preconditionadores e métodos iterativos para uma eficiente solução do problema linear. A visualização

da solução numérica encontrada através da solução do sistema linear será realizada através do software livre PARAVIEW [?], possibilitando alto nível de detalhamento da soluções numérica, através de cortes geométricos, interpolações e vetorização de campos.

Referências

- [1] O. C. Zienkiewicz and Y. K. Cheung, “Finite elements in the solution of fiel problems,” *The Engineer*, 1965.
- [2] J. Fish and T. Belytschko, *A First Course in Finite Elements*. John Wiley & Sons, Ltd, 2007.
- [3] G. R. Anjos, “Hydrodynamics field solution of electrochemical cells through finite element method,” Master’s thesis, Metallurgical and Materials Engineering, Federal University of Rio de Janeiro, Brazil, 2007.
- [4] S. C. Brenner and L. R. Scott, *The Mathematical Theory of Finite Element Methods*. Springer, 1994.
- [5] B. A. Finlayson, *The Method Weighted Residuals and Variational Principles*. Elsevier, 1972.