

Ejercicio #2

Se desea emular digitalmente la característica de un filtro analógico pasa bajos Butterworth de orden 2, con $f_c = 1 \text{ kHz}$.

- A. Para $f_c = 100 \text{ kHz}$ y aplicando transformación bilineal, obtener un filtro con respuesta $H(z)$ cuyo comportamiento emule al Butterworth analógico.
Trazar la respuesta en frecuencia de módulo y fase de ambos filtros sobre un mismo gráfico para establecer comparaciones.
- B. Repetir el punto anterior para $f_c = 10 \text{ kHz}$.
- C. Repetir los puntos A) y B) si se desea emular digitalmente la característica de un filtro analógico pasa altos Butterworth de orden 2, con $f_c = 6 \text{ kHz}$.
- D. Indique en cuál de los 3 casos (A, B ó C) justificaría rediseñar aplicando prewarping. Explique el motivo en pocas palabras.

$$H(s)_{LP_{Butter}} = \frac{\omega_0}{s^2 + s \frac{\omega_0}{q} + \omega_0^2}$$

$$\omega_0 = 1 \text{ kHz} \cdot 2\pi$$

$$H(s)_{LP_{Butter}} = \frac{\omega_0}{s^2 + s \omega_0 \cdot \sqrt{2} + \omega_0^2} \quad q = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$H(z) = H(s) \Big|_{s = \underbrace{\frac{z-1}{z+1}}_{s = k \cdot \frac{z-1}{z+1}}} = \frac{\omega_0}{k^2 \cdot \frac{(z-1)^2}{(z+1)^2} + k \cdot \frac{z-1}{z+1} \cdot \omega_0 \cdot \sqrt{2} + \omega_0^2}$$

$$H(z) = \frac{\omega_0}{k^2 \cdot \frac{(z^2 - 2z + 1)}{(z^2 + 2z + 1)} + k \cdot \frac{z-1}{z+1} \cdot \omega_0 \cdot \sqrt{2} + \omega_0^2}$$

$$H(z) = \frac{\omega_0 \cdot (z^2 + 2z + 1)}{k^2 z^2 - 2zk^2 + k^2 + k \cdot \frac{(z-1)}{(z+1)} \cdot (\cancel{z+1})^2 \omega_0 \sqrt{2} + \omega_0^2 \cdot (z+1)^2}$$

$$H(z) = \frac{w_0 \cdot (z^2 + 2z + 1)}{k^2 z^2 - 2zk^2 + k^2 + kw_0\sqrt{1} \cdot (z^2 - 1) + z^2 \cdot w_0^2 + w_0^2 \cdot 2z + w_0^2}$$

$$H(z) = \frac{w_0 \cdot (z^2 + 2z + 1)}{k^2 \underline{z^2} - 2\underline{z}k^2 + k^2 + \underline{z^2} \cdot kw_0\sqrt{1} - kw_0\sqrt{1} + \underline{z^2} \cdot w_0^2 + w_0^2 \cdot 2\underline{z} + w_0^2}$$

$$H(z) = \frac{w_0 (z^2 + 2z + 1)}{z^2 \cdot (k^2 + kw_0\sqrt{1} + w_0^2) + z \cdot (2w_0^2 - 2k^2) + k^2 - kw_0\sqrt{1} + w_0^2}$$

$$H(z) = \frac{w_0 \left(1 + 2z^{-1} + z^{-2} \right)}{k^2 + \frac{kw_0}{q} + w_0^2 + z^{-1} (2w_0^2 - 2k^2) + z^{-2} \left(k^2 - \frac{kw_0}{q} + w_0^2 \right)}$$

+ genérico

$$H(z) = \frac{w_0 (1 + z^{-1} + z^{-2})}{1 + z^{-1} \cdot \frac{(2w_0^2 - 2k^2)}{k^2 + \frac{kw_0}{q} + w_0^2} + z^{-2} \frac{(k^2 - \frac{kw_0}{q} + w_0^2)}{k^2 + \frac{kw_0}{q} + w_0^2}}$$

$P_B^2(z)$
Genérico
→

$b_0 = w_0$	$b_1 = 2w_0$	$b_2 = w_0$
$a_0 = 1$	$a_1 = \frac{(2w_0^2 - 2k^2)}{k^2 + \frac{kw_0}{q} + w_0^2}$	$a_2 = \frac{(k^2 - \frac{kw_0}{q} + w_0^2)}{k^2 + \frac{kw_0}{q} + w_0^2}$

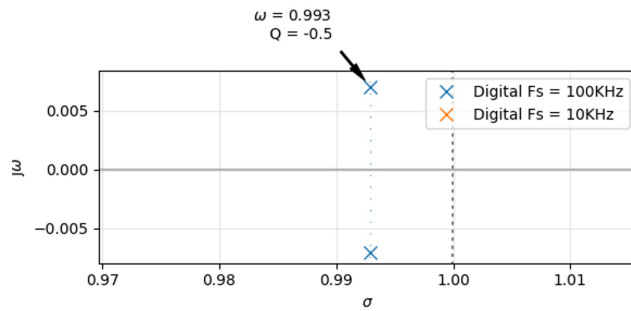
$$M_{an} f_{osc} = 1k$$

$$W_{g \text{ normalized}} = 1 ; K = 2 f_0' \Rightarrow = 200$$

$$\text{Raices: } den = [1, -1,985, 0,98595]$$

```
np.roots([1,-1.98585,0.98595])
array([0.992925+0.00706713j, 0.992925-0.00706713j])
```

Poles and Zeros map



Concuerda