Eje2

Sunday, August 28, 2022 7:52 PM

Ejercicio #2

Se desea emular digitalmente la característica de un filtro analógico pasa bajos Butterworth de orden 2, con $f_c = 1\ kHz$.

A. Para $f_s = 100\ kHz$ y aplicando transformación bilineal, obtener un filtro con respuesta $H_{(z)}$ cuyo comportamiento emule al Butterworth analógico.
Trazar la respuesta en frecuencia de módulo y fase de ambos filtros sobre un mismo gráfico para establecer comparaciones.

B. Repetir el punto anterior para $f_s = 10\ kHz$.

C. Repetir los puntos A) y B) si se desea emular digitalmente la característica de un filtro analógico pasa altos Butterworth de orden 2, con $f_c = 6\ kHz$

D. Indique en cuál de los 3 casos (A, B ó C) justificaría rediseñar aplicando prewarping. Explique el motivo en pocas palabras.

$$H_{(s)_{LP_{Butter}}} = \frac{\omega_0}{s^2 + s\,\frac{\omega_0}{q} + \omega_0^2}$$

$\omega_0 = 1KH \cdot 2\pi$

$$H_{(s)_{LP_{Butter}}} = \frac{\omega_0}{s^2 + s\,\omega_0 \cdot \sqrt{2} + \omega_0^2} \qquad q = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$H_{(z)} = H_{(s)}\Big|_{\underbrace{s = f_{b(s)}}_{s = k \cdot \frac{z-1}{z+1}}} = \frac{\omega_0}{k^2 \cdot \frac{(z-1)^2}{(z+1)^2} + k \cdot \frac{z-1}{z+1} \cdot \omega_0 \cdot \sqrt{2} + \omega_0^2}$$

$$H_{(z)} = \frac{\omega_0}{k^2 \cdot \frac{(z^2 - 2z + 1)}{(z^2 + 2z + 1)} + k \cdot \frac{z-1}{z+1} \cdot \omega_0 \cdot \sqrt{2} + \omega_0^2}$$

$$H_{(z)} = \frac{\omega_0 \cdot (z^2 + 2z + 1)}{k^2 z^2 - 2zk^2 + k^2 + k \cdot \frac{(z-1)}{\cancel{(z+1)}} \cdot (z+1)^2\, \omega_0 \sqrt{2} + \omega_0^2 \cdot (z+1)^2}$$

$$H(z) = \frac{W_0 \cdot (z^2 + 2z + 1)}{K^2 z^2 - 2zK^2 + K^2 + KW_0\sqrt{2}\cdot(z^2-1) + z^2 \cdot W_0^2 + W_0^2 \cdot 2z + W_0^2}$$

$$H(z) = \frac{W_0 \cdot (z^2 + 2z + 1)}{K^2 z^2 - 2zK^2 + K^2 + z^2 \cdot KW_0\sqrt{2} - KW_0\sqrt{2} + z^2 \cdot W_0^2 + W_0^2 \cdot 2z + W_0^2}$$

$$H(z) = \frac{W_0 \; (z^2 + 2z + 1)}{z^2 \cdot \left(K^2 + K W_0 \sqrt{2} + W_0^2\right) + z \cdot \left(2W_0^2 - 2K^2\right) + K^2 - K \cdot W_0 \cdot \sqrt{2} + W_0^2}$$

$$H(z) = \frac{W_0 \; (1 + 2z^{-1} + z^{-2})}{K^2 + \frac{K W_0}{q} + W_0^2 + z^{-1}\left(2W_0^2 - 2K^2\right) + z^{-2}\cdot\left(K^2 - \frac{K W_0}{q} + W_0^2\right)}$$

+ genérico

$$H(z) = \frac{W_0 \; (1 + 2z^{-1} + z^{-2})}{1 + z^{-1} \cdot \frac{(2W_0^2 - 2K^2)}{K^2 + \frac{K W_0}{q} + W_0^2} + z^{-2} \frac{\left(K^2 - \frac{K W_0}{q} + W_0^2\right)}{K^2 + \frac{K W_0}{q} + W_0^2}}$$

$P_B^2(z)$ Genérico $\longrightarrow$

$$\boxed{\begin{array}{lll} b_0 = W_0 & b_1 = 2W_0 & b_2 = W_0 \\ a_0 = 1 & a_1 = \dfrac{(2W_0^2 - 2K^2)}{K^2 + \frac{K \cdot W_0}{q} + W_0^2} & a_2 = \dfrac{\left(K^2 - \frac{K \cdot W_0}{q} + W_0^2\right)}{K^2 + \frac{K \cdot W_0}{q} + W_0^2} \end{array}}$$

$Norm_{frec} = 1k$

$W_{0\,Normalizado} = 1 \;;\; K = 2 f_s' \Rightarrow = 200$

Raices: $\text{den} = \begin{array}{c} \\ \end{array}\!\left[\begin{array}{ccc} a_0 & a_1 & a_2 \\ 1, & -1{,}985, & 0{,}98595 \end{array}\right]$

```
np.roots([1,-1.98585,0.98595])
array([0.992925+0.00706713j, 0.992925-0.00706713j])
```

Concuerda