

COMPARACIÓN DE SEÑALES Y RECEPTORES GNSS



Sistemas de Ayuda a la Navegación, 4º GIA

María Rodríguez González, 15442309-V

Débora García Jiménez, 29533144-V

CURSO 2020-21

INDICE

1. Introducción.....	1
2. GPS	1
3. GLONASS	1
4. GALILEO.....	1
4.1 Mejoras sobre sistemas previos	2
4.2 Impacto en aeronáutica	2
5. Comparativa de sistemas	4
6. Material y aplicaciones utilizadas	4
6.1 Formato NMEA.....	4
7. Procedimiento	4
8. Resultados.....	4
8.1. Filtro de Kalman	4
8.2. Toma de datos 1: Comparativa GNSS Analysis.....	4
8.3. Toma de datos 2: Comparativa Galileo PVT	4
9. Reseña códigos de Matlab	4
10. Líneas futuras.....	4
11. Conclusiones	4
12. Bibliografía.....	4

1. INTRODUCCIÓN

En el siguiente trabajo se pretende abordar de forma práctica la teoría estudiada en clase referente a los sistemas GNSS. Para ello, se llevará a cabo una toma de medidas con ayuda de una antena facilitada en las prácticas y varias aplicaciones móviles. De esta forma se podrán comparar resultados y exactitudes asociadas a cada sistema.

A continuación, se hace una breve reseña de cada uno de los sistemas de posicionamiento considerados en la labor práctica, a fin de contextualizar la toma de datos. Dichos sistemas han sido elegidos por ser los más representativos en la zona de pruebas.

Finalmente, se analizarán los resultados obtenidos tras tratar los datos resultantes de las distintas fuentes empleadas.

2. GPS



Fue el primer sistema GNSS en dar servicio y actualmente sigue siendo el más extendido. Fue desarrollado por el Ejército de los Estados Unidos, lo que le otorga unas características de base militar (al igual que GLONASS), que motivan el desarrollo y uso de Galileo.

Para llevar a cabo la localización tridimensional se procede de la siguiente forma:

- 1) El receptor localiza cuatro satélites de la red.
- 2) Los satélites emiten señales indicando la identificación y hora del reloj atómico, además de otra información propia de la constelación.
- 3) El receptor sincroniza su propio reloj con el sistema GPS y calcula la distancia al satélite a partir del tiempo que tardan en llegar las señales a dicho receptor.

El sistema GPS está compuesto por 24 satélites repartidos en 6 órbitas, a una altitud de 20200Km, con un periodo de 12 horas sidéreas y con una inclinación de 55 grados. Tiene cobertura mundial y una capacidad de usuarios ilimitada.

Cada satélite emite una señal a 50 bits por segundo, a 1575.42MHz y 1227.6MHz, que corresponden a la señal L1 y L2 respectivamente. Se incorpora sobre la portadora L1 la señal L1C, diseñada para la interoperabilidad con Galileo.

La fiabilidad de los datos depende de los satélites visibles en el instante de captación de la señal. De esta forma se obtiene:

-Precisión inferior a 2.5m en el 95% del tiempo: Si capta la señal de 7-9 satélites con una geometría que favorezca la dispersión de los mismos.

-Precisión inferior a 1 metro en el 97% del tiempo: Si se activan los sistemas de aumentación, formados por satélites geoestacionarios.

La precisión de las medidas de posición obtenidas en los receptores se puede medir mediante el Error Circular Probable (CEP), que se define como el radio del círculo en el que se encuentra la estimación más probable de la posición en un porcentaje del 95%.

En la siguiente imagen se muestran las características de las familias de satélites GPS, desarrolladas por Lockheed Martin y Boeing. Se puede observar la adición de la característica de compatibilidad con otros sistemas GNSS a partir de GPS III:



Ilustración 1: Familia de satélites GPS (GPS WORLD, 2019)

3. GLONASS



Sistema de posicionamiento desarrollado por la Unión Soviética. Funciona según el principio de translación pasiva:

- 1) El receptor mide las pseudodistancias desde todos los satélites visibles.
- 2) El receptor recibe información sobre los parámetros de reloj y efemérides.
- 3) Se calculan las coordenadas del receptor y las componentes del vector velocidad.
- 4) Se lleva a cabo la corrección en el reloj del receptor.

GLONASS consta de una constelación de 31 satélites situados en 3 planos orbitales, a una altitud de 19100Km, con un periodo de 11 horas y 15 minutos y una inclinación de 64.8°.

Cada satélite transmite señales de navegación en las bandas L1 y L2 que se modulan con un mensaje de navegación continuo (efemérides de satélite y hora) y también un código pseudoaleatorio (mediciones de pseudodistancia).

Una de las características propias de GLONASS es que utiliza la técnica de multiplexación por división de frecuencia (TDMA) en las dos bandas, lo que implica que cada satélite transmite la señal con una frecuencia de portadora diferente. De esta forma y teniendo en cuenta la división en canales, la banda L1 se establece entre 1598.0625-1605.375 MHz, y la banda L2 entre 1242.9375-1248.625 MHz. Esta particularidad se traduce en que mientras que los satélites GPS usan las mismas ondas de radiofrecuencia, pero distintos códigos de comunicación, los satélites GLONASS tienen códigos similares, pero utilizan frecuencias únicas.

En este caso, al igual que en GPS, los errores proceden de diversas fuentes: error ionosférico (al desplazarse las señales de radiofrecuencia a través de la ionosfera, se hacen más lentas dependiendo de la hora del día, la actividad solar, y otros factores), error atmosférico, disponibilidad selectiva, error del receptor (ruido térmico, precisión del software), error de efemérides, dilución de precisión por posición y error de multitrayectoria (cuando la señal se recibe también desde las superficies cercanas a la antena del receptor por efecto de reflexión).

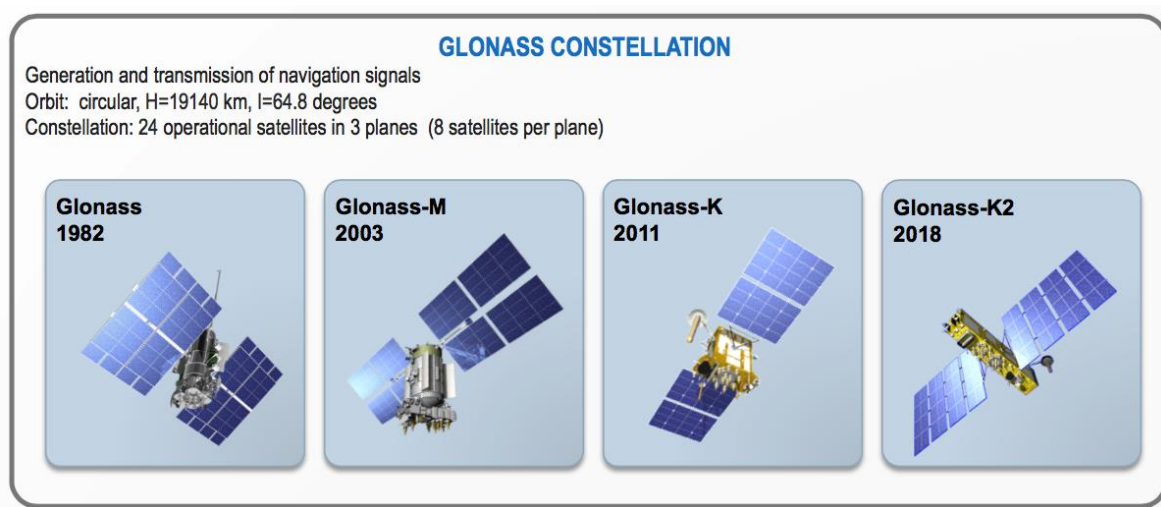


Ilustración 2: Constelación GLONASS (NavegadorGPS.online, 2010)

4. GALILEO



Programa europeo de GNSS que surgió para evitar la dependencia del resto de sistemas GNSS de origen militar. Presenta mayor exactitud que los anteriores ya que contempla la interoperabilidad del sistema, compartiendo bandas de frecuencias.

Se basa, al igual que GPS, en CDMA (Code Division Multiple Access). Dicha técnica emplea códigos digitales únicos para diferenciar a los distintos usuarios. Las señales se modulan según el procedimiento conocido como CASM (Coherent Adaptive Subcarrier Modulation) en amplitud (para poder multiplexar varios canales y así poder combinar distintas señales asociadas a sus respectivos servicios) y BOC (Binary Offset Carrier Modulation) en fase, que consiste en una portadora sinusoidal, subportadora, código PRN y secuencia de datos (señales más resistentes al efecto del multitrayecto y al ruido que permiten compartir el ancho de banda con un mayor número de señales).

Dispone de una constelación de 30 satélites distribuidos en 3 planos inclinados con un ángulo de 56° , a 23222Km de altitud y un periodo de unas 14 horas, que proveen los siguientes servicios:

- **Open Service (OS):** Servicios gratuitos de posicionamiento que serán ampliados a autenticación de mensajes de navegación.

- **High Accuracy Service (HAS):** Servicio que complementa al anterior, proporcionando una señal de navegación adicional, y otros servicios de valor añadido en una banda de frecuencias diferente. Esta señal se puede cifrar para controlar el acceso a dichos servicios.

- **Public Regulated Service (PRS):** Servicio restringido para usuarios autorizados por el gobierno, encargados de labores críticas que requieren una alta precisión. Asegura continuidad de la señal y resistencia ante interferencias de carácter ilícito.

- **Search and Rescue Service (SAR):** Contribución al sistema COSPAS-SARTAT (detección de alertas de socorro, búsqueda y rescate basado en satélites). Además, proporciona un mensaje de reconocimiento automático al usuario, informándole de que se ha recibido su petición de ayuda.

Galileo empleará las frecuencias:

- E5A-E5B: en el rango de 1164-1215 MHz.
- E6: en el rango de 1260-1300 MHz.
- L1: en el rango de 1559-1591 MHz.

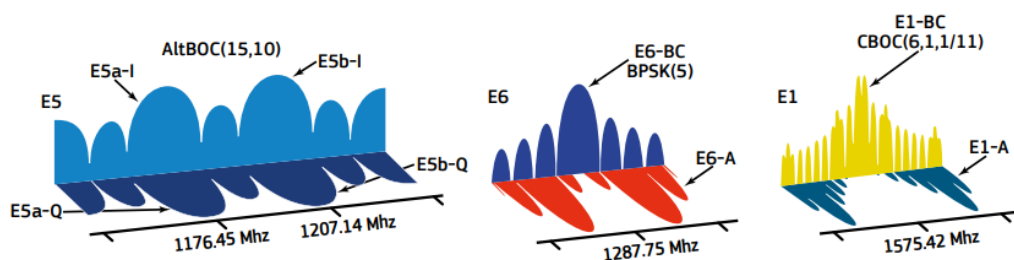


Ilustración 3: Señales transmitidas por los satélites de Galileo (Galileo, 2021)

Las señales son transmitidas de forma continua por los satélites de Galileo. La señal E5 a su vez, se subdivide:

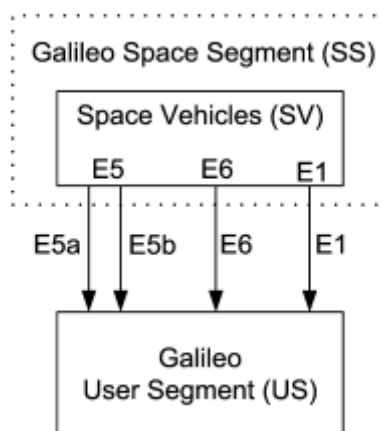


Ilustración 4: Subdivisión de la señal E5 de Galileo

Galileo mejora de forma notable los sistemas presentados previamente ya que ofrecerá un mayor número de satélites operativos en cada momento. Además, está diseñado para reducir las interferencias, dotando de más fiabilidad a dicho sistema.

4.1. MEJORAS SOBRE SISTEMAS PREVIOS

En la siguiente tabla se presentan los principales puntos que hacen que Galileo sea el GNSS con mayor potencial de los tres sistemas expuestos previamente (y, por consiguiente, de los existentes actualmente):

Origen y uso civil	Se elimina el problema de disponibilidad selectiva. Otorga a la señal las siguientes características: <ul style="list-style-type: none"> • Integridad: se sabe que la señal es fiable y no ha sido intervenida a favor de un Estado o ejército. • Continuidad: hay garantías de recibir la señal continuamente. • Disponibilidad: confirmación absoluta de que se va a disponer de la señal.
Interoperabilidad	Galileo permite obtener datos de los satélites de otros sistemas para mejorar la precisión. Esta característica es de gran importancia cuando se pierde la línea de visión (zonas urbanas con edificios muy altos) y para poder implementar nuevas aplicaciones que exigen una precisión mucho mayor (hibridación de datos).
Tecnología más novedosa	<ul style="list-style-type: none"> • Permite transmitir más información. • La señal mejorada es más fácil de monitorizar • Señal más resistente a interferencias y refracciones • Informe al usuario de errores producidos
Inclinación de la órbita de los satélites	<ul style="list-style-type: none"> • Órbita más alejada de la Tierra y periodo de revolución mayor (mayor número de satélites visibles). • Mayor precisión y disponibilidad de señales en zonas problemáticas del globo terrestre (polos)
Empleo de doble frecuencia	Las bandas de frecuencias utilizadas y el ancho de banda hacen que se mejore de forma considerable la precisión.

4.2. IMPACTO EN AERONÁUTICA

La considerable mejora de la precisión permite a su vez la optimización de sistemas ya existentes y la implementación de nuevas aplicaciones. Se han querido señalar algunas de ellas para enmarcar el tema tratado de forma directa con el contenido del grado:

- 1) Mejora de Safety of Line Service (SoL): Al combinarse con EGNOS, incrementa la precisión en las actuaciones de aproximación de las aeronaves a la pista (con el sistema LPV-200), cumpliendo las normas y especificaciones de la OACI. Las principales ventajas con impacto directo sobre la aviación civil son las siguientes:
 - Mayor seguridad
 - Reducción de costes operativos: sólo se requiere un receptor a bordo del avión, sin necesidad de infraestructura terrestre
 - Menores emisiones de CO₂: definición más eficiente de las rutas

- Menos retrasos, desvíos y cancelaciones: se puede reducir la distancia de separación de las aeronaves.
- Menor contaminación acústica: descensos más cercanos a la pista gracias a las “aproximaciones en curva”
- Mayor capacidad para aeropuertos más pequeños: los aviones pueden aterrizar con condiciones de visibilidad restringidas.

2) Implementación de EGNOS v3: Combinará datos de GPS y Galileo para mejorar las aplicaciones en las que la precisión resulta un factor crítico. Además, contará con una arquitectura modular que permita acoplar posibles sistemas GNSS planteados en el futuro. Las principales áreas en las que se implementará dicho perfeccionamiento sobre el sistema EGNOS son las siguientes:

- Navegación de alta latitud
- Servicios marítimos
- Servicios para usuarios de tierra
- Servicios de alta precisión
- Servicios de autenticación
- Servicios de emergencia

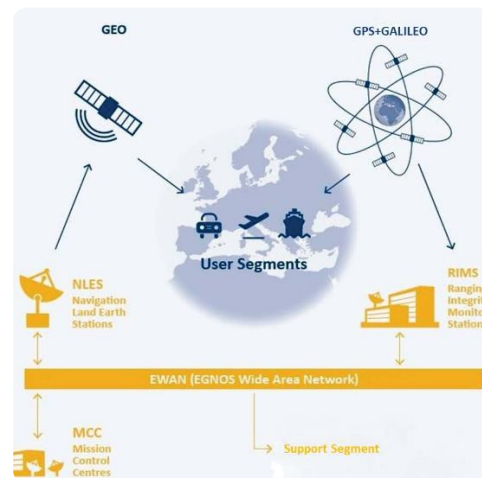


Ilustración 5: Esquema EGNOS (Geospatial World, 2016)

5. COMPARATIVA ENTRE SISTEMAS

Para poder comparar posteriormente los resultados obtenidos durante la toma de parámetros en ruta, se tienen en cuenta las siguientes características que marcan diferencias entre GPS, GLONASS y Galileo.

- Las frecuencias utilizadas por los distintos sistemas se muestran de forma gráfica en la siguiente imagen:

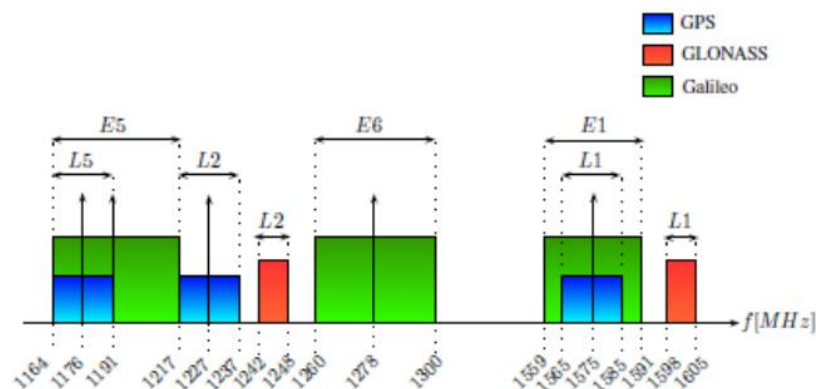


Ilustración 6: Espectro de las señales GNSS (Galileo; GPS; GLONASS, 2021)

- En cuanto al segmento espacial, se obtienen los siguientes datos:

Parámetro	GPS	GLONASS	GALILEO
Número de satélites	24	31	30
Altitud	20200 km	19100 km	23222 km
Inclinación del plano orbital	55°	64.8°	56°
Número de planos orbitales	6	3	3
Periodo	12h	11h 15min	14h
Número de satélites en cada plano	Hasta 6	Hasta 8	Hasta 10

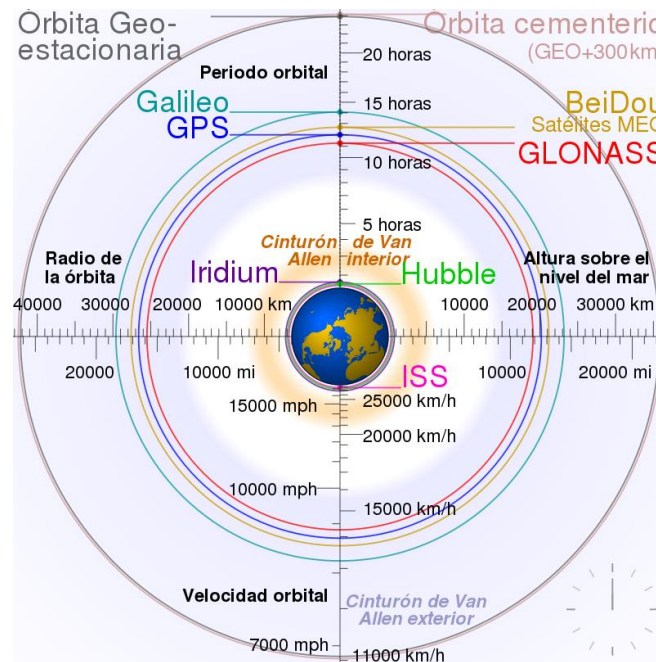


Ilustración 7: Comparación órbitas satelitales con referencias (Wikipedia, 2018)

- Comparación de las señales y referencias de tiempo: En la siguiente tabla se puede observar como GLONASS marca claras diferencias con GLONASS y Galileo:

Parámetro	GPS	GLONASS	Galileo
Frecuencia fundamental del reloj (MHz)	10.23	5	10.23
Técnica de separación de señales	CDMA	FDMA	CDMA
Portadoras (MHz)	1575.42 (L1) 1227.60 (L2) 1176.45 (L5)	1602 + $k \cdot 9/16$ (L1) 1246 + $k \cdot 7/16$ (L2) ($k=-7, \dots, 4$)	1176.45 (E5a) 1207.14 (E5b) 1278.75 (E6) 1544.10 (L6) 1575.42 (E1)
Referencia de tiempo	UTC	UTC	TAI
Elipsoide de referencia	WGS84	PZ-90	GTRF

- Comparativa de prestaciones:

Parámetro	GPS		GLONASS		Galileo	
Cobertura	Global	Local	Global	Local	Global	Local
Precisión: Horizontal (H) Vertical (V)	H< 20m V<20m	Con EGNOS: H<1m V<2m	H<50m V<70m	Similar a GPS	Frecuencia dual: H=4m V=8m	Con EGNOS: H<1m V<1m
Disponibilidad	95%	95- 99.7%	99.7%	99.7%	99.8%	99.8%
Integridad	No	Sí	No	Sí	No	Sí

Tras observar estos datos, se ha de tener en cuenta que a medida que Galileo se va desarrollando, tanto GPS como GLONASS van incluyendo mejoras para no distar tanto de las ofrecidas por Galileo. De esta forma, se tiende a una constelación múltiple que favorezca la interoperabilidad de los sistemas para mejorar la precisión de los datos gracias a la redundancia.

Sin embargo, una de las características de Galileo que seguirá marcando diferencias con el resto de sistemas es su origen civil, que elimina el problema de la disponibilidad selectiva e inclusión intencionada de errores que podrían presentar GPS o GLONASS.

6. MATERIAL Y APLICACIONES UTILIZADAS

A partir de este punto, se aborda la parte práctica del proyecto. Para ello, se debe tener en cuenta previamente el material y las aplicaciones que se van a utilizar.

Para la toma de medidas se ha empleado el siguiente material y software:

-Receptor GPS W7813 con antena ANT-555 imantada facilitados en clase:



Imagen 1: Foto del receptor con antena imantada (García Jiménez; Rodríguez González, 2021)

-Aplicación GalileoPVT descargada en el móvil: Permite el trazado de la ruta y el seguimiento de los satélites disponibles en cada momento. Especialmente diseñada para Galileo, pero también toma datos de otros sistemas GNSS. Para poder utilizar esta aplicación se tuvo que comprobar que los dispositivos móviles con los que se contaba podían captar dicha señal.

Para poder obtener buenos resultados fue necesario salir varios días a realizar la misma ruta, ya que se detectaron fallos en el funcionamiento de la aplicación (para la misma zona, sobre la misma hora aproximada, la señal se perdía o situaba al receptor en una posición que no se ajustaba a la real, además, el mapa presentaba “saltos” de posicionamiento).



Ilustración 8: Interfaz Galileo (Galileo PVT, 2021)

-Earth Bridge: Permite la transmisión de los datos tomados por el receptor GPS en formato NMEA a Google Earth y su posterior representación sobre el mapa en archivos .kml.

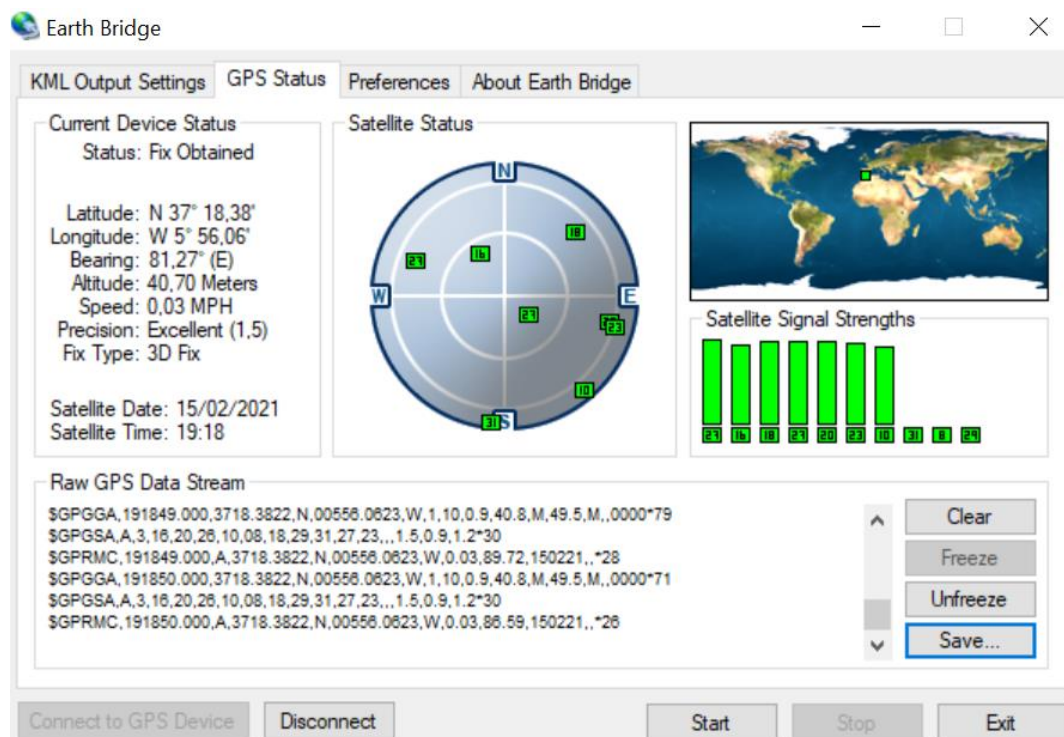


Ilustración 9: Interfaz Earth Bridge (Earth Bridge, 2021)

-Google Earth: Facilita la visualización detallada de la ruta sobre el mapa, a partir de la importación de archivos en formato .kml generados por Earth Bridge.

-Docklight: Herramienta de prueba, análisis y simulación para protocolos de comunicación en serie a través de COM. Docklight permite el traspaso de datos en tiempo real a MATLAB, para su posterior procesamiento, a través de la función propia *ReadAndParseTheNMEADataDirectlyFromAGPSReceiverExample.m*, devolviendo los datos recibidos en variables tipo struct. Sin embargo, debido a que para ejecutar dicha función es necesaria una versión de MATLAB de la que no se dispone, se ha usado Docklight para guardar los datos y hacer un procesamiento posterior (no en tiempo real), a través de la función *nmea5.m* que se adjunta.

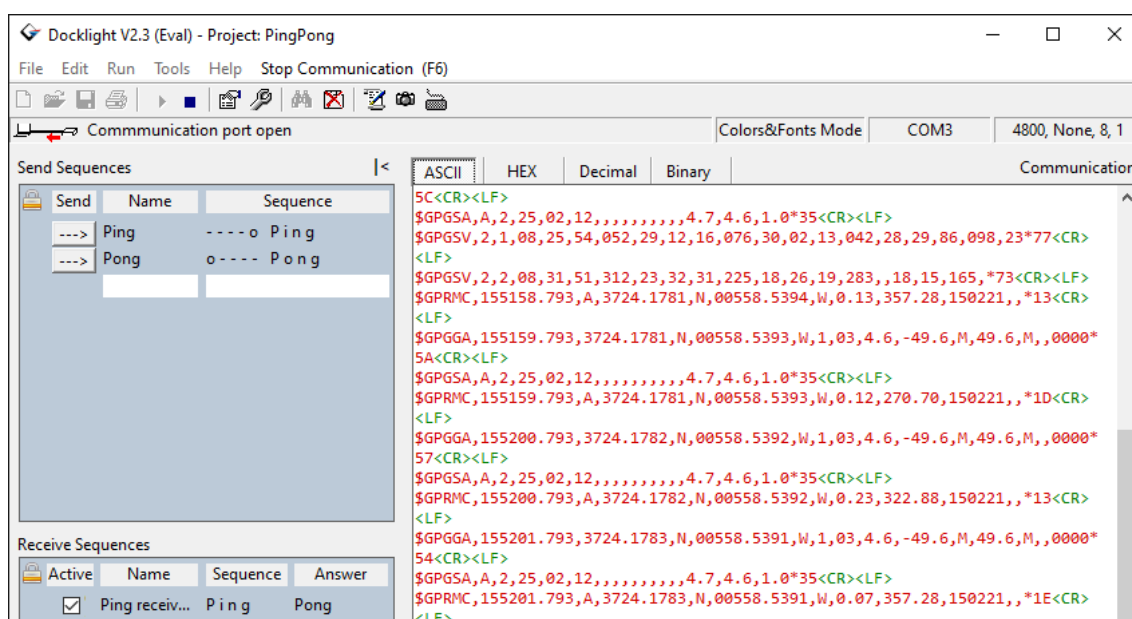


Ilustración 10. Interfaz Docklight V2.3 (Docklight, 2021)

-Matlab: Posibilita el análisis de los datos. A partir de los códigos adjuntos al trabajo, obtenidos de la página web oficial de Matlab y modificados ligeramente, se pueden realizar gráficas que facilitarán la comprensión de los conceptos asociados a los cálculos.

-Aplicación GNSS Logger descargada en el móvil: Aplicación móvil que ofrece los datos en formato de texto para su posterior análisis. Se emplea como aplicación de apoyo GNSS Compare, que también permite utilizar los datos para representar la ruta.

Ambas aplicaciones generan ficheros que pueden ser procesados por Android GNSS Analysis, cuya interfaz se presenta a continuación, que facilita el análisis de parámetros característicos de las distintas señales recibidas.

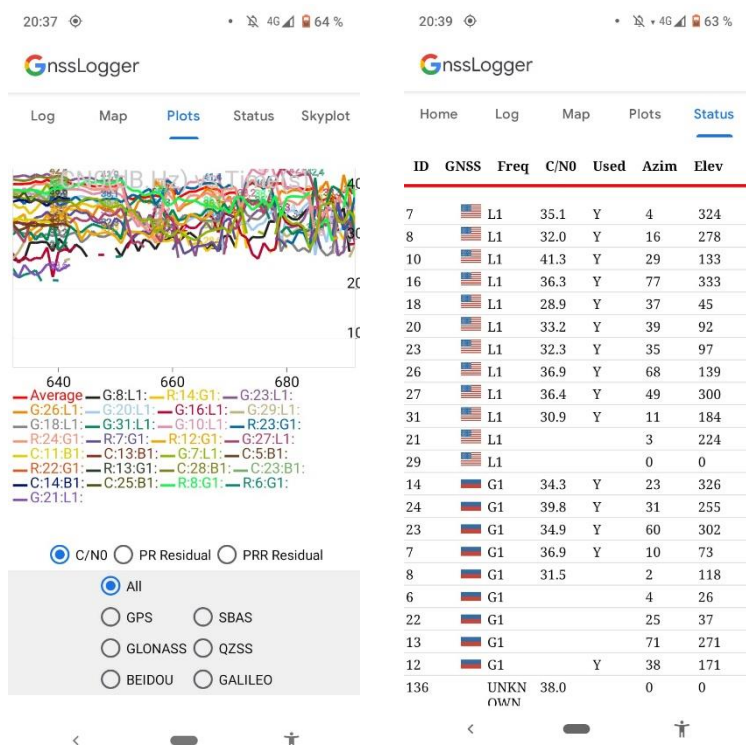


Ilustración 11: Interfaz GNSS Logger (GNSS Logger, 2021)

Ambas aplicaciones generan ficheros que pueden ser procesados por Android GNSS Analysis, cuya interfaz se presenta en la ilustración 12, que facilita el análisis de parámetros característicos de las distintas señales recibidas.

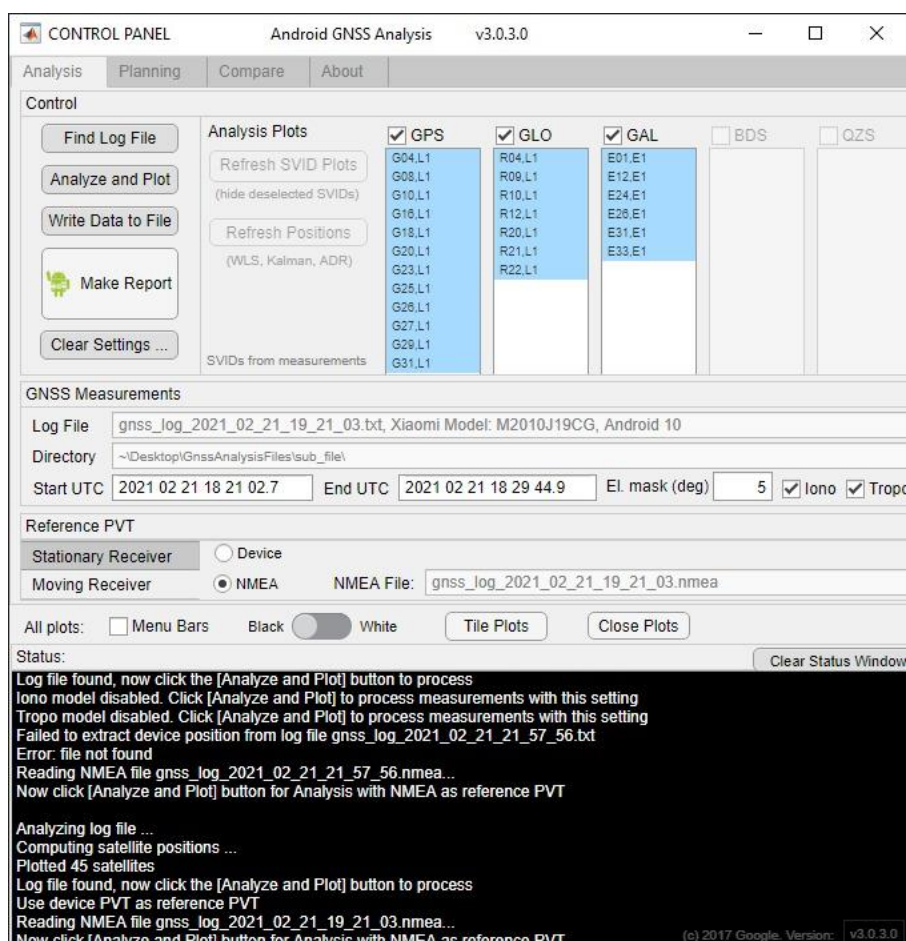


Ilustración 12 : Interfaz Android GNSS Analysis (Android GNSS Analysis, 2021)

6.1. FORMATO NMEA

Para comprender mejor los datos obtenidos a través de las herramientas nombradas previamente, se ha de tener en cuenta la estructura del formato NMEA.

NMEA (National Marine Electronics Association) constituye un protocolo de comunicación empleado con GNSS y otros dispositivos. Presenta los siguientes comandos:

GGA	Datos fijos
GSA	Modo de operación de receptor GPS, satélites empleados para navegación y valores DOP.
GLL	Latitud-Longitud
GSV	Número de satélites en vista, números de PRN, elevación, azimut y valores SNR.
RMC	Mínimo de datos específicos recomendados.
VTG	Velocidad sobre la tierra y velocidad de la misma.

Dentro de cada comando, el mensaje queda estructurado como se expone en los siguientes ejemplos (tomados de datos procedentes de la antena):

GGA	
\$GPGGA,184915.000,3717.0888,N,00554.6418,W,1,06,1.5,59.0,M,49.5,M,,0000*7D	
184915.000	Horas en coordenadas universales: 18h 49min, 15s
3717.0888, N,00554.6418,W	Ubicación en latitud y longitud, 37 grados y 17.0888 minutos Norte y 5 grados y 54.6418 minutos Oeste.
1	Indicador de posición
06	Satélites usados
1.5	Precisión de la Dilución Horizontal
59.0	Altitud MSL
M	Unidad (metros)
49.5	Separación del geoide
M	Unidad (metros)
0000	Diferencia estación de referencia
*7D	Checksum

GSA	
\$GPGSA,A,3,16,20,26,23,29,31,,,,,2.8,1.5,2.4*33	
A	Modo 1
3	Modo 2
16	Satélite usado en canal 1
20	Satélite usado en canal 2
26	Satélite usado en canal 3
23	Satélite usado en canal 4
29	Satélite usado en canal 5
31	Satélite usado en canal 6
2.8	Precisión de la dilución en posición
1.5	Precisión de la dilución horizontal
2.4	Precisión de la dilución vertical
*33	Checksum

GLL	
No ha sido captado este tipo de comando por la antena, pero los datos se estructurarían de la siguiente forma: \$GPGLL,latitud, N (norte) o S (sur),Longitud,E/W,Posición UTC,Estado (A-válido, V-no válido),Checksum.	

GSV	
\$GPGSV,3,2,11,20,30,116,31,31,29,189,46,23,24,117,40,10,14,147,44*74	
3	Número de mensajes total
2	Número de mensaje
11	Número total de satélites en vista
20	Identificador satélite 1
30	Elevación satélite 1
116	Azimut satélite 1
Mantiene el formato para los 4 satélites captados	
*74	Checksum

RMC	
\$GPRMC,184923.000,A,3717.0888,N,00554.6453,W,3.58,323.77,160221,,*14	
184923.000	Hora UTC
A	Estado (A-válido, V-no válido)
3717.0888	Latitud
N	Norte
00554.6453	Longitud
W	Oeste
3.58	Velocidad (nudos)
323.77	Rumbo (grados)
160221	Fecha
*14	Checksum

VTG	
No ha sido captado por la antena, pero muestra datos como: velocidad sobre el suelo (en nudos y en Km), trayectoria corregida y Checksum.	

7. PROCEDIMIENTO

Para poder comparar las señales recibidas por distintos receptores y para analizar los resultados de distintos GNSS, se toman medidas con la antena imantada colocada en la parte externa y superior del coche, conectada por USB al ordenador, que proporcionaba mediante Earth Bridge un fichero en formato .kml. Por otro lado, se ejecutan las aplicaciones móviles indicadas en el apartado anterior.

La toma de datos en sí no presentó ningún problema (a excepción de los fallos comentados previamente en alguna toma de medidas puntual con Galileo PVT). Sin embargo, en el tratamiento de los datos se encontró la problemática de diversidad de formatos en la que se

ofrecían los resultados. Por conveniencia en este sentido, se optó por utilizar la aplicación GNSS Logger y GNSS Compare como aplicación de respaldo directo.

En el esquema de la derecha, se muestra el itinerario de los datos según el formato de los archivos de salida:

Tal y como se indica en el esquema, se busca tener una visualización completa de la ruta, ya que predice de forma clara parte de los resultados que se hallarán posteriormente. Así mismo, el fichero .txt en formato RAW, permitirá ejecutar el programa de análisis para poder obtener resultados numéricos con los que trabajar en Matlab.

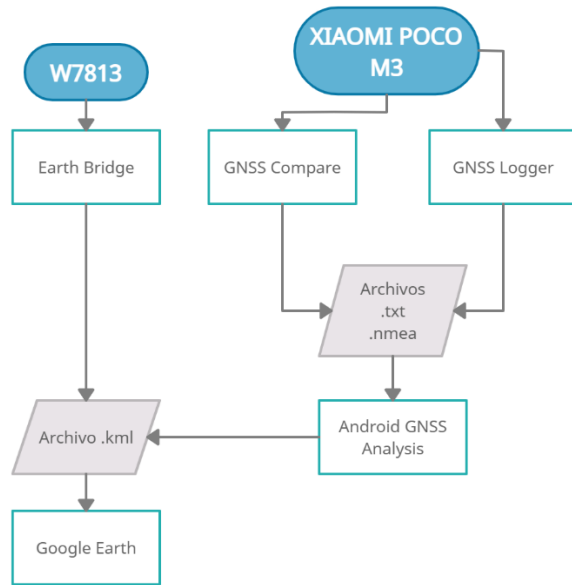


Ilustración 13. Itinerario de datos (Creately, 2021)

8. RESULTADOS

En este apartado se analizarán los resultados obtenidos tras procesar los datos correspondientes a las tomas de medidas durante la ruta, prestando especial atención al efecto de la inclusión del filtro de Kalman sobre las señales.

8.1. FILTRO DE KALMAN

El filtro de Kalman es un algoritmo usado para estimar las variables de un sistema, basándose en medidas con ruido mediante el cálculo de las diferentes probabilidades del estado del sistema. La realimentación del error es optimizada mediante las varianzas de los ruidos. El esquema de aplicación sobre sistemas GNSS queda ejemplificado con GPS en la imagen inferior:

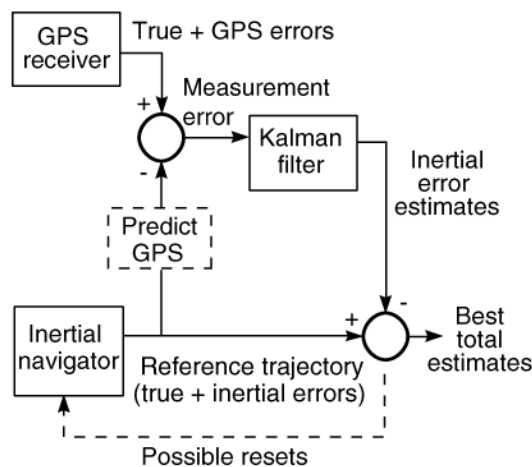


Ilustración 14: Esquema del filtro de Kalman aplicado a GPS (Vázquez, 2012)

El objetivo final es obtener la mejor estimación posible. El algoritmo se basa en los siguientes puntos:

-Considerando el modelo:

$\underline{x}(t_{k+1}) = A_k \underline{x}(t_k) + B_k \underline{u}(t_k)$, con A_k y B_k , matrices que pueden cambiar en cada instante de tiempo y ϵ , ruido blanco gaussiano, y realizando las siguientes medidas:

$\underline{z}(t_{k+1}) = H_{k+1} \underline{x}(t_{k+1}) + \underline{v}(t_{k+1})$, con H_k , matriz que puede cambiar en cada instante de tiempo y v , el ruido blanco gaussiano.

1. Para el instante $t=t_0$:

$$\hat{\underline{x}}^+(t_0) = \hat{\underline{x}}_0$$

$$P_0^+ = P_0$$

2. Fase de propagación: se emplea la ecuación del sistema dinámico para calcular la estimación a priori:

$$\hat{\underline{x}}^-(t_{k+1}) = A_k \hat{\underline{x}}^+(t_k),$$

$$P_{k+1}^- = A_k P_k^+ A_k^T + B_k Q_k B_k^T, \text{ donde } P_k \text{ denota la matriz de covarianza y } Q_k \text{ la varianza.}$$

3. Se calcula la ganancia de Kalman, que garantiza que la covarianza sea la mínima posible:

$$K_{k+1} = P_{k+1}^- H_{k+1}^T (H_{k+1} P_{k+1}^- H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1}$$

4. Se toma la medida y se calcula la estimación a posteriori:

$$\hat{\underline{x}}^+(t_{k+1}) = \hat{\underline{x}}^-(t_{k+1}) + K_{k+1} (\underbrace{z(t_{k+1}) - H_{k+1} \hat{\underline{x}}^-(t_{k+1}))}_{\text{Residuo de la medición}}),$$

$$P_{k+1}^+ = (I - K_{k+1} H_{k+1}) P_{k+1}^-.$$

5. Se itera para los distintos valores de k .

Básicamente, se puede resumir el procedimiento en dos fases:

1. Predicción

-Estimación a priori

-Cálculo de la covarianza del error asociada a la estimación a priori

2. Corrección

-Actualización del residuo de la medición

-Cálculo de la ganancia de Kalman

-Estimación a posteriori

-Cálculo de la covarianza del error asociada a la estimación a posteriori.

Para aplicar la teoría del filtro de Kalman sobre sistemas no lineales, se emplea una aproximación de Taylor para linealizar dicho sistema con respecto a la estimación actual. Es lo que se denomina filtro de Kalman extendido, que tiene implicaciones muy importantes sobre las mediciones de los sistemas de navegación.

El algoritmo del filtro de Kalman extendido se basa en el filtro de Kalman para sistemas lineales con la particularidad de que, en este caso, la linealización de Taylor se lleva a cabo en las etapas de predicción.

8.2. TOMA DE DATOS 1: COMPARATIVA GNSS ANALYSIS

En la imagen inferior se muestra la ruta elegida y trazada por la antena y el receptor del móvil. La línea verde denota la señal captada por la antena y el receptor cedidos en clase. Las líneas restantes indican las señales GPS (en amarillo), GLONASS (en rosa) y Galileo (en azul). En estos últimos casos se considera el uso del filtro de Kalman.



Imagen 2: Ruta seguida para comparar los dos receptores (Galileo, 2021)



Imagen 3: Detalle de las diferencias de ruta generadas a partir de las señales de GLONASS (GLONASS, 2021).

Donde se puede apreciar, ampliando la imagen, la significativa diferencia existente entre la ruta trazada por GLONASS y el resto de las señales, que prácticamente se solapan. Con ayuda de Matlab, se obtiene la siguiente gráfica equivalente, donde se aprecian de forma numérica las diferencias detectadas:

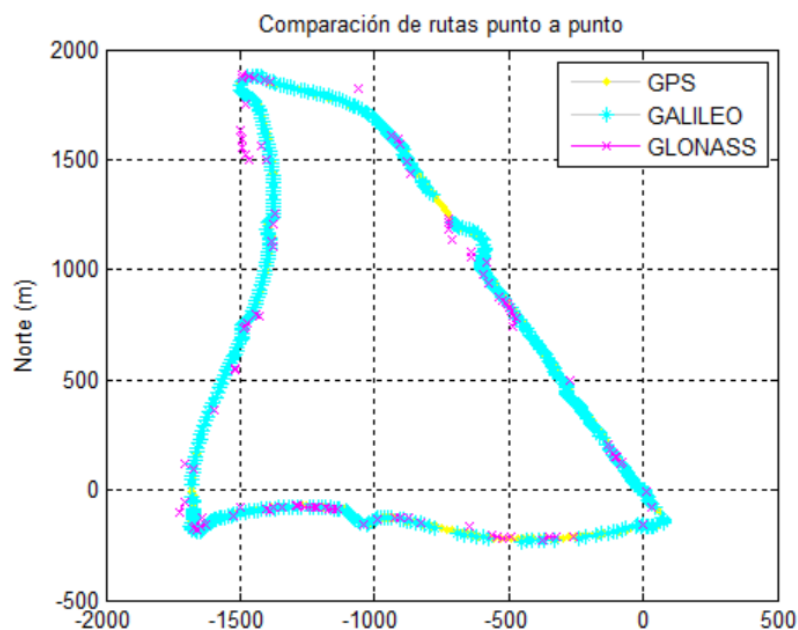


Figura 1: Gráfico de rutas por puntos (MATLAB, 2021)

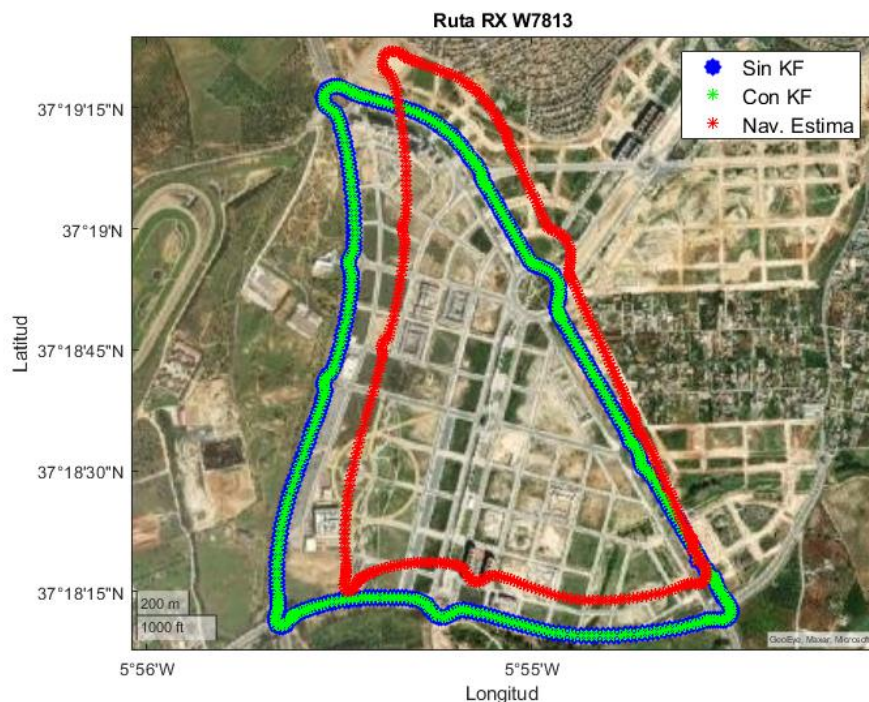


Figura 2. Ruta trazada por el receptor W7813 (MATLAB, 2021)

Así mismo, empleando códigos utilizados en trabajos previos, se obtiene la ruta trazada por el receptor W7813, centrando la comparación en el empleo o no, del filtro del Kalman, y la ruta estimada. Se comprueba que la estimación presenta claras diferencias con respecto a la ruta calculada a partir de las medidas del receptor.

A continuación, se muestran las comparaciones de las rutas resultantes sin aplicar filtro de Kalman sobre las medidas y aplicándolo. Resulta bastante significativa la adecuación a la ruta original que supone la aplicación de dicho filtro. Se irán visualizando para cada GNSS tanto los resultados gráficos como los numéricos (que se estructurarán en una tabla):

1) Ruta trazada con GPS:

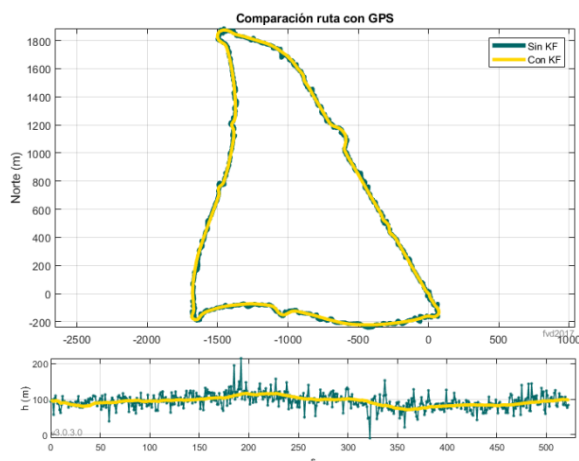


Figura 3. Resultados con MATLAB (MATLAB, 2021)



Imagen 4. Visualización en Google Earth (Google Earth, 2021)

Errores:

GPS	Nº.fix	Error horizontal (m)	Along-track error (m)	Cross-track error (m)	Error vertical (m)
Sin KF	523	(7.1, 18.6)	(4.2, 13.5)	(4.2, 14.9)	(10.8, 39.1)
Con KF	522	(4.5, 9.1)	(2.9, 8.3)	(2.3, 5.6)	(5.5, 9.3)

2) Ruta trazada con GLONASS

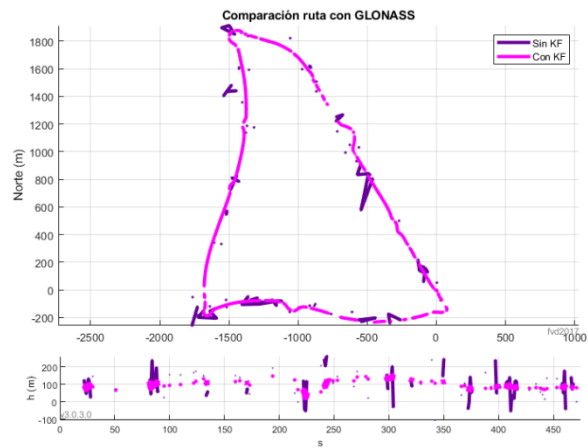


Figura 4. Representación en MATLAB (MATLAB, 2021)

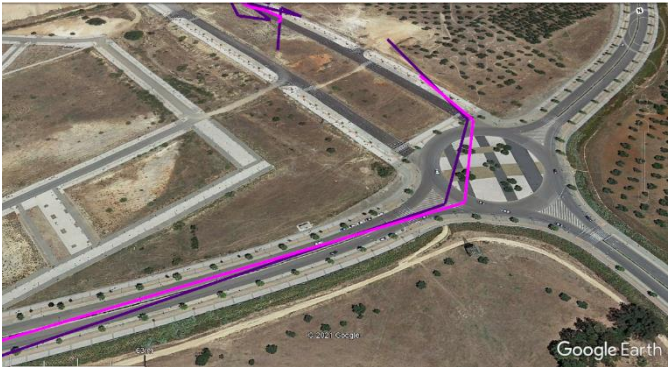


Imagen 5. Visualización en Google Earth (Google Earth, 2021)

Errores:

GLONASS	Nº. fix	Error horizontal (m)	Along-track error (m)	Cross-track error (m)	Error vertical (m)
Sin KF	106	(41.5, 224.8)	(31.0, 179.3)	(22.6, 109.7)	(45.1, 156.3)
Con KF	105	(17.3, 99.3)	(11.5, 52.6)	(8.9, 85.8)	(9.1, 60.5)

3) Ruta trazada con Galileo

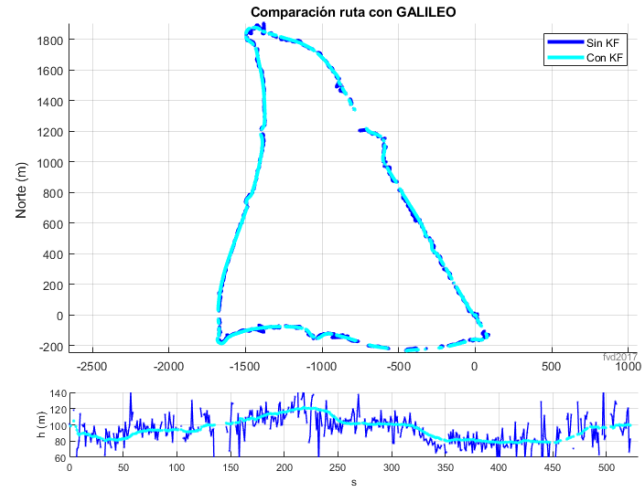


Figura 5. Resultados con MATLAB (MATLAB, 2021)



Imagen 6. Visualización en Google Earth (Google Earth, 2021)

Errores:

GALILEO	Nº. fix	Error horizontal (m)	Along-track error (m)	Cross-track error (m)	Error vertical (m)
Sin KF	450	(5.8, 18.6)	(3.4, 13.0)	(3.8, 15.6)	(8.1, 28.7)
Con KF	449	(5.6, 12.1)	(3.8, 11.4)	(2.9, 6.6)	(4.5, 10.5)

Para tener una idea de la variación de los errores, se muestran las siguientes gráficas que hacen referencia al error vertical:

1º Caso: Aplicando filtro de Kalman:

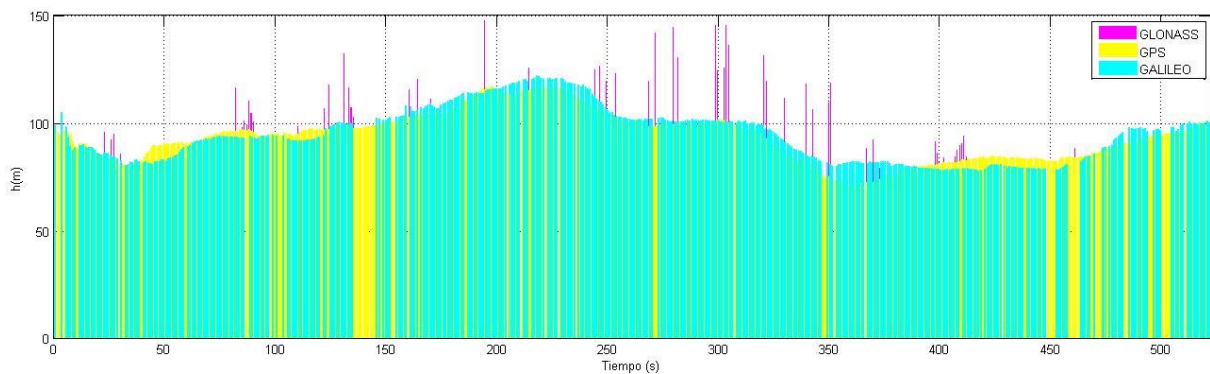


Figura 6: Error vertical con filtro de Kalman (MATLAB, 2021)

2º Caso: Sin filtro de Kalman:

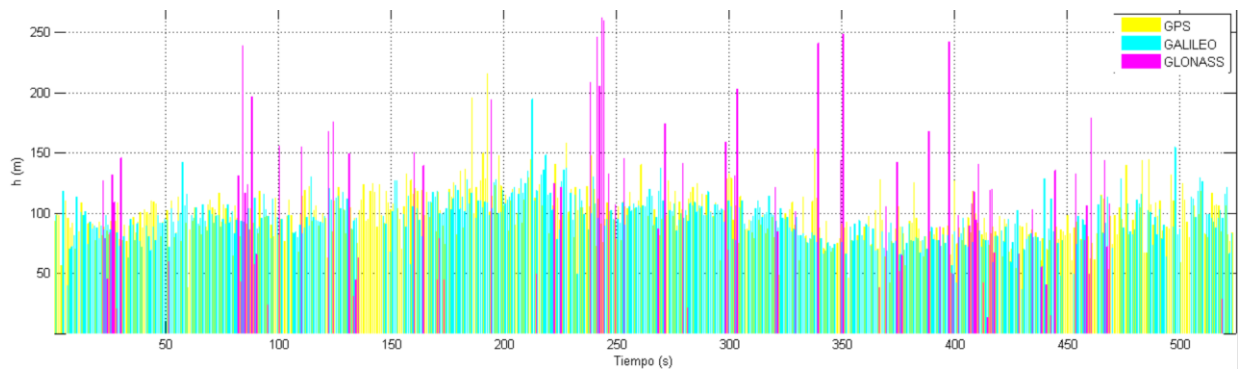


Figura 7: Error vertical sin filtro de Kalman (MATLAB, 2021)

Como se puede observar, los errores verticales sin filtro de Kalman alcanzan valores puntuales mucho más altos que en el caso en el que sí se aplica el filtro, con especial importancia en las medidas más pobres (a tener en cuenta la escala del eje y).

Las figuras generadas por Matlab emplean la técnica WLS (Weighted Least Squares), alternativa derivada del filtro de Kalman que emplea datos de más de una fuente y los combina, utilizando coeficientes de ponderación que minimizan la varianza del error del resultado final.

*Nota: En la siguiente imagen se ejemplifican los tipos de errores, en el caso de una ruta seguida por un avión, para facilitar la comprensión de los mismos:

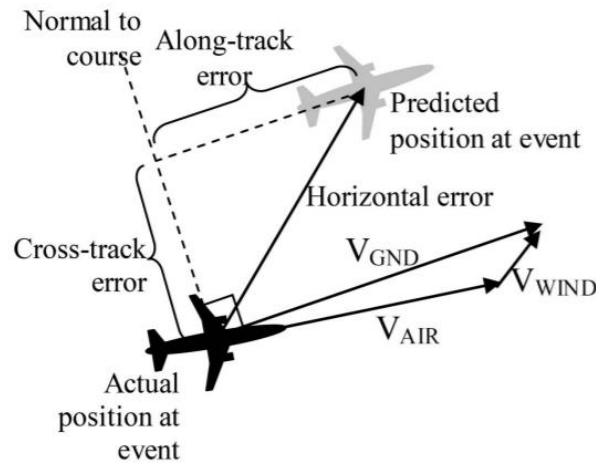


Ilustración 15: Tipos de errores (Swierstra, 2005)

Para poder comprender mejor las carencias de unas señales con respecto a otras, se centra el estudio en varios parámetros característicos. De esta forma, se obtienen las siguientes gráficas que vaticinarán, de alguna forma, el futuro comportamiento observado en la ruta trazada en Google Earth. Para el caso tratado en este proyecto, una de las justificaciones a buscar sería el porqué de los resultados tan pobres en GLONASS, o la medida en la que se parecen los datos GPS y Galileo entre sí, ya que se aprecian prácticamente acoplados.

- 1) Calidad de la señal recibida: En esta figura se muestran las señales más fiables recibidas por cada constelación. Se puede comprobar que las más favorables corresponden a GPS y Galileo. GLONASS, en cambio, no supera el umbral mínimo. En la parte superior de la imagen se indican las frecuencias de portadora (media de las 4 mejores señales recibidas):

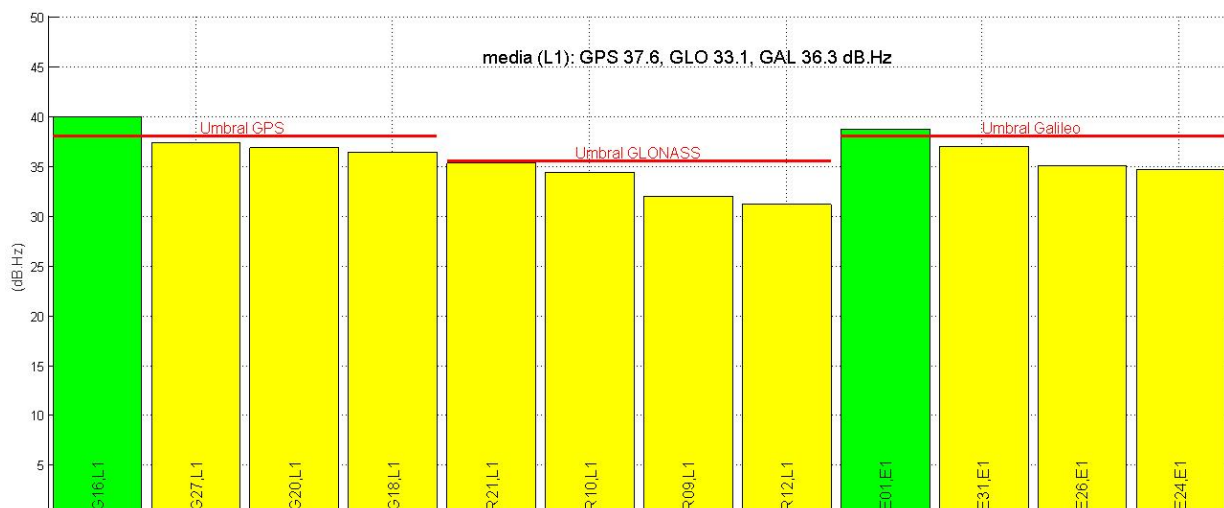
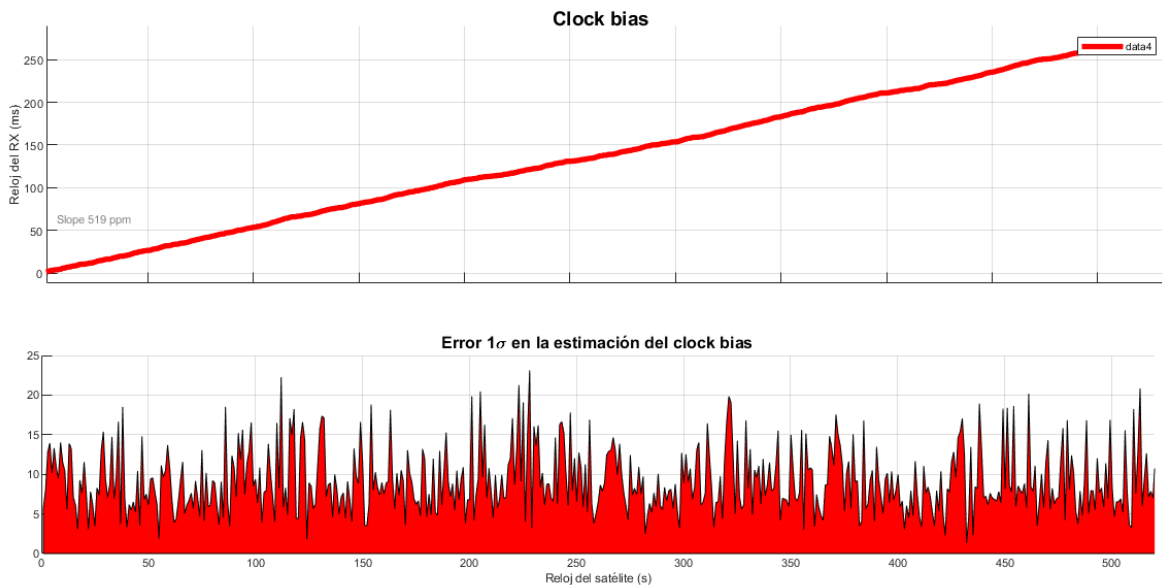


Figura 8: Calidad de la señal (MATLAB, 2021)

- 2) Análisis del reloj del receptor: En este caso se presenta la deriva del reloj del receptor con respecto a los relojes de los satélites (“Clock bias”).

La unidad ppb indica que, por cada THz de frecuencia, el reloj permanece en su frecuencia nominal 1Hz. Es decir, 1 ppb tendrá una estabilidad de $1 \cdot 10^{-9}$. Si se tiene una señal de 250 MHz, el error se encontrará en $\pm 0.25\text{Hz}$.

En la gráfica inferior se observa la distribución del error en la frecuencia estimada.



Figuras 9 y 10: Distribución de error en la frecuencia estimada (MATLAB, 2021)

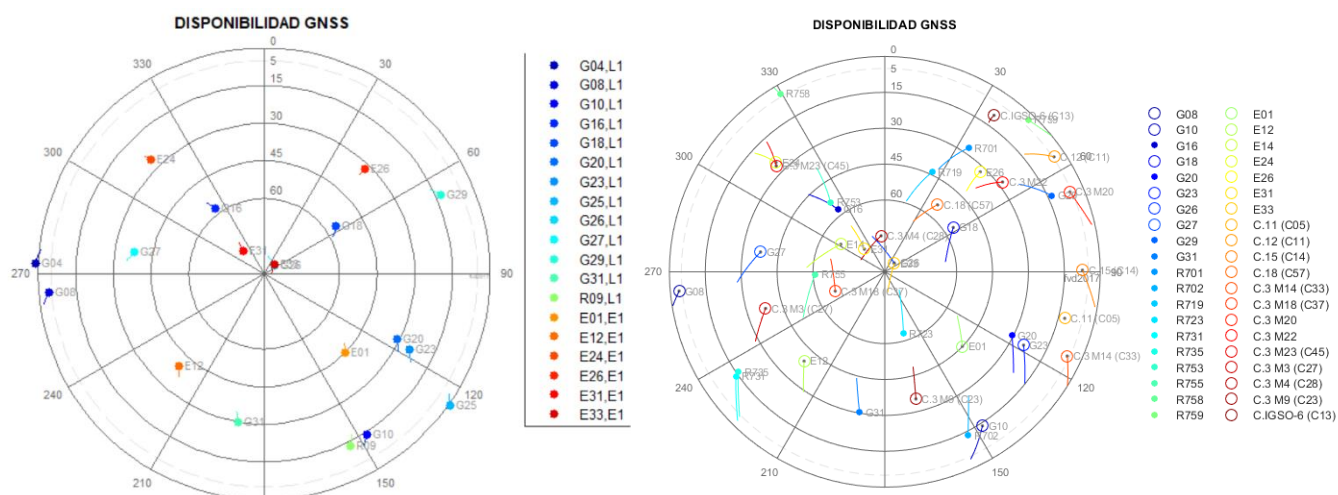
- 3) Satélites disponibles: La calidad de la señal recibida por cada sistema quedará determinada por el número de satélites que se vayan captando a lo largo de la ruta.

De esta forma, se exponen dos tipos de distribución: Las primeras figuras indican los satélites presentes en el momento inicial y final de la toma de medidas, mientras que en el último esquema representa la evolución de dichos satélites.

- En los siguientes diagramas circulares se pueden observar los satélites captados por el receptor móvil, catalogados según el siguiente código de colores:
 - Gris: Satélite en el horizonte, pero no rastreado.
 - Resto de colores: Satélites de los distintos sistemas GNSS empleados en la toma de datos durante el trazado de la ruta.

Se han de tener en cuenta los identificadores del satélite para adjudicarlo a un GNSS concreto:

- Letra: G (GPS), R (GLONASS), E (GALILEO)
- Nº. Satélite
- Banda



Figuras 11 y 12: Satélites captados GNSS (GNSS, 2021)

- Evolución temporal de los satélites captados por el receptor W7813:
En este caso, en vez de captar las posiciones inicial y final de los satélites, se presenta un seguimiento de los mismos a lo largo de todo el recorrido. En concreto, se contemplan 7 satélites visibles para el receptor.

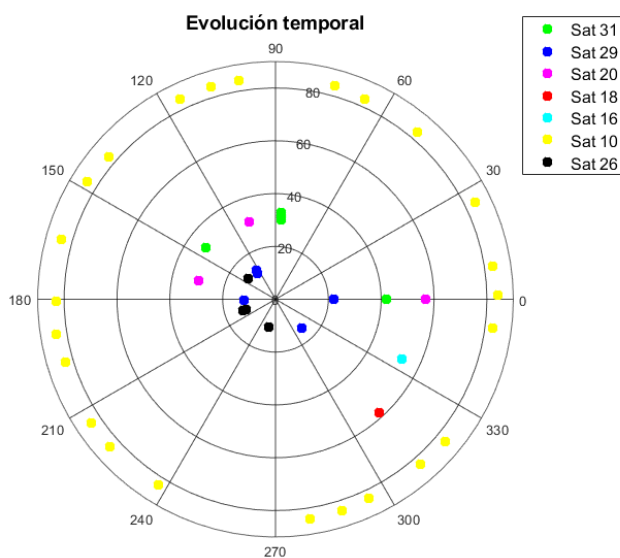


Figura 13: Movimiento de los satélites captados por el receptor W7813 (MATLAB, 2021)

En esta imagen se puede encontrar una justificación al problema de precisión presentado por GLONASS, la falta de disponibilidad de satélites en el momento de la toma de datos. En este caso, el sistema más extendido es GPS.

- 4) Error de pseudodistancia de los 4 satélites con mayor elevación: La pseudodistancia es la distancia entre el satélite y el receptor teniendo en cuenta los efectos de los relojes. Dicho parámetro se calcula a partir de la siguiente expresión:

$c (T_r - T_e) + c\Delta T = D + \delta$, donde c denota la velocidad de la luz, T_r el tiempo del receptor, T_e el tiempo del emisor, el segundo término del sumando la imprecisión temporal y $D + \delta$ la distancia teniendo en cuenta el incremento correspondiente a dicha imprecisión.

La gráfica inferior muestra la distribución del error existente entre los relojes de los satélites y el reloj del receptor:

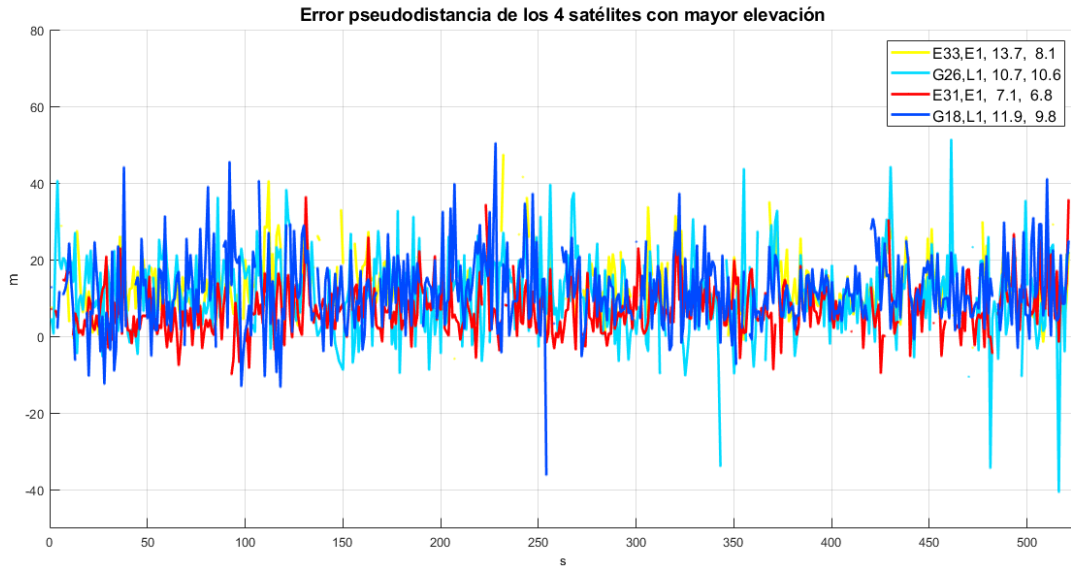


Figura 14: Error existente en los satélites con mayor elevación (GNSS, 2021)

Gracias a la primera figura se puede comprobar que los errores en pseudodistancia son mayores para las señales procedentes de los satélites de GPS que las de Galileo, que no adquieren picos tan altos.

- 5) Relación densidad señal / ruido: en la siguiente figura se comparan las SNR de las señales procedentes de los satélites más favorables según la primera gráfica analizada: G16 (en amarillo), R21 (en rosa), E01 (en azul) y el receptor W7813 (en verde). Los valores más adecuados (valores mayores de SNR, correspondientes a una mayor potencia de señal transmitida con respecto al ruido que la corrompe) se obtienen para el receptor W7813 (debido a las características de manipulación de la antena). En cambio, el peor resultado se percibe en GLONASS, que ya venía indicando una precisión y medidas más pobres a lo largo del análisis:

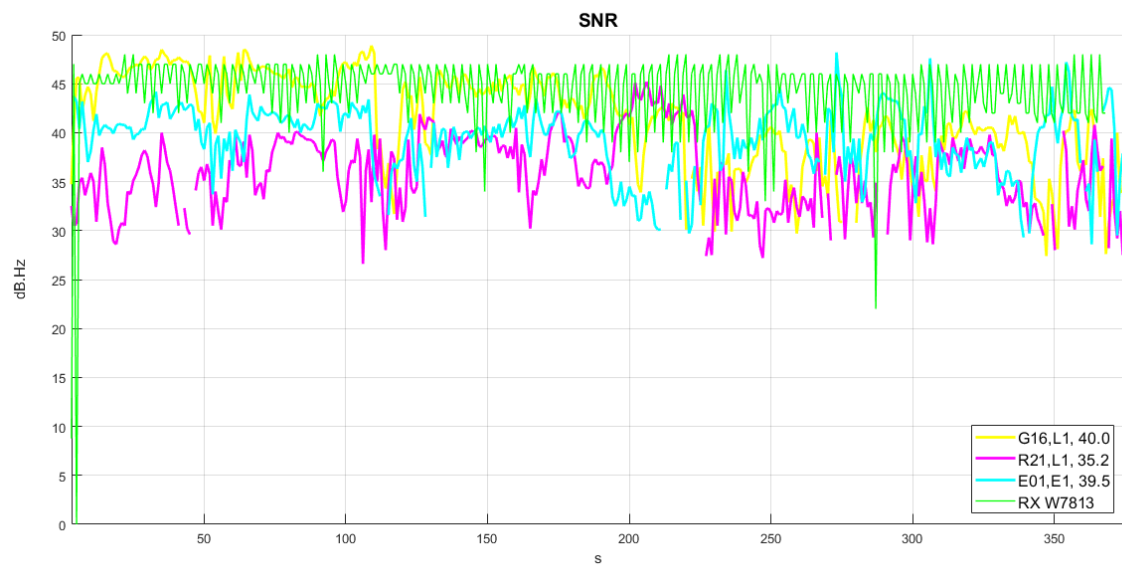


Figura 11: Comparativa SNR de los satélites de mayor elevación (GNSS, 2021)

8.3. TOMA DE DATOS 2: COMPARATIVA GALILEO PVT

En este apartado se amplía el análisis de los resultados mediante el uso de la aplicación Galileo PVT, para la misma ruta, pero en días distintos. El hecho de que la medición no se llevara a cabo de forma simultánea se debe a problemas de disponibilidad de dispositivos, así como las imposibilidades para quedar de forma física debido al COVID-19.

De esta forma, se completa la comparación gráfica llevada a cabo con Android GNSS Analysis con las siguientes figuras:

- Comparativa de velocidades: en este caso ha sido necesario calcular la norma del vector velocidad de la aplicación Galileo PVT, para igualarla al formato presentado por el receptor W7813. Consecuentemente, se obtienen los siguientes resultados:

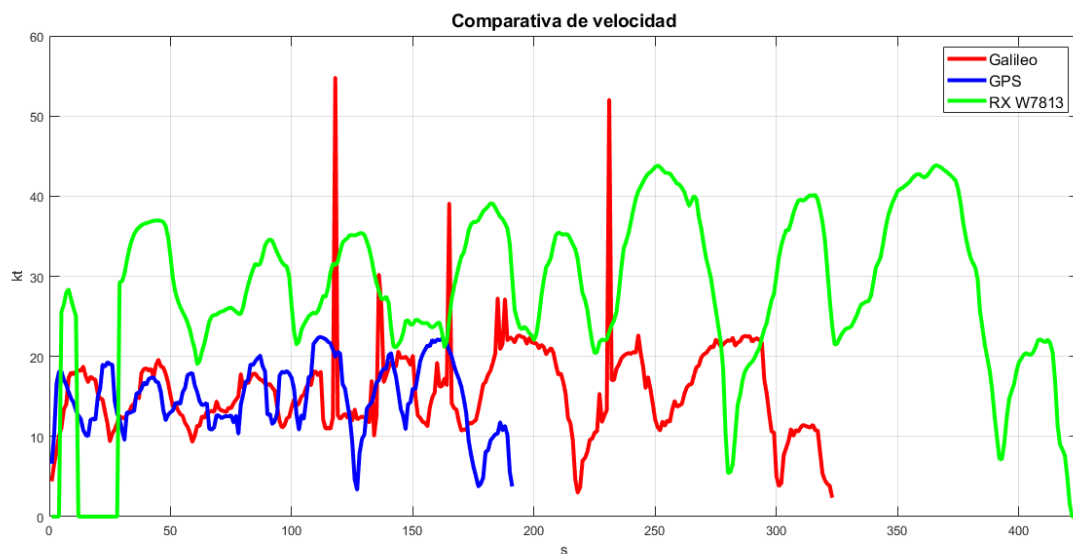


Figura 12: Comparativa de velocidades GPS, Galileo y W7813 (MATLAB, 2021)

Existen diferencias significativas entre las tres señales. Teniendo en cuenta los parámetros que se analizarán posteriormente y la velocidad marcada por el coche, se considera la velocidad indicada por el receptor W7813 como la medida más fiable.

- Número de satélites utilizados: se puede comprobar que el receptor del móvil comienza a tomar datos cuando supera el umbral de los 4 satélites (como se explicó en la parte teórica de la asignatura). Este número se desprende de la condición necesaria para resolver la ecuación de la posición del observador:

$$P_i = \sqrt{(SVx_i - x)^2 + (SVy_i - y)^2 + (SVz_i - z)^2} + c\tau + e_i, \text{ para } i=1\dots,4 \text{ (nº de satélites)}$$

Donde:

(x,y,z) denota la posición desconocida del receptor,

(SVx_i, SVy_i, SVz_i) determinan la posición de los satélites,

τ es la deriva del reloj del receptor,

e_i son otros retrasos de propagación

Por otro lado, también se observa que el número de satélites captados por Galileo es significativamente menor que los captados por GPS, confirmándose de esta forma la mayor extensión de este sistema.

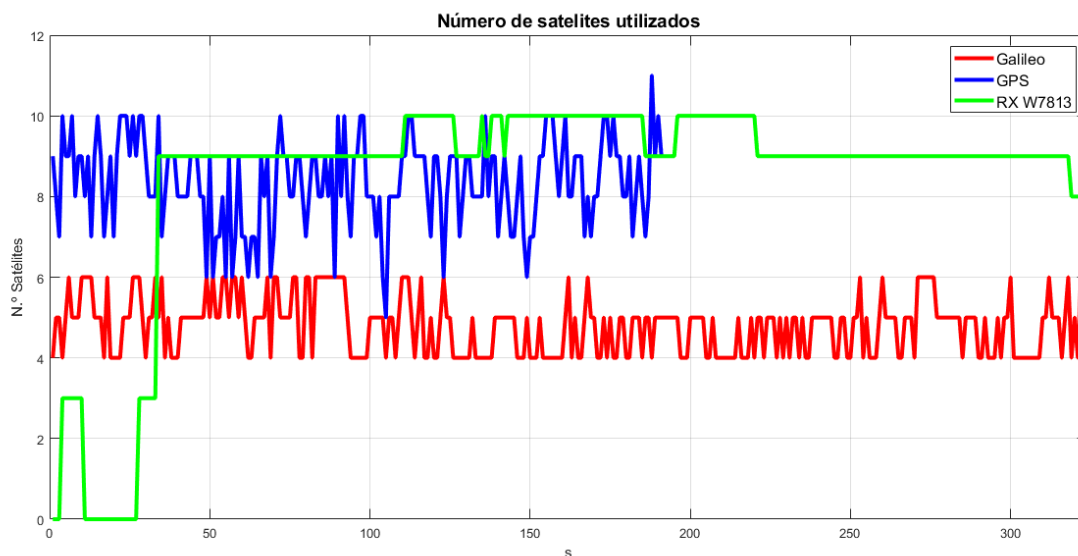


Figura 13: Número de satélites captados GPS, Galileo y W7813 (MATLAB, 2021)

- PDOP: se puede comprobar que tanto el receptor del móvil como el W7813 presentan un número parecido de satélites (el receptor W7813 ofrece un resultado más estable). Esto conduce a un PDOP similar, donde PDOP indica la pérdida de precisión en la posición. Dicho factor de pérdida viene dado por la siguiente expresión:

$$(PDOP \times \sigma_{URE})^2 = \sigma_{ux}^2 + \sigma_{uy}^2 + \sigma_{uz}^2$$

Donde: σ_{URE} denota el error cuadrático medio en la medida de pseudodistancia,

σ_{ux} , σ_{uy} , σ_{uz} denotan las desviaciones cuadráticas medias sobre los ejes de referencia

En la figura inferior, también se aprecia el aumento de PDOP de Galileo con respecto al resto de señales. Esto se justifica a partir del número de satélites de dicho sistema que ofrecen señal al receptor implicado (menor número de satélites, menor precisión).

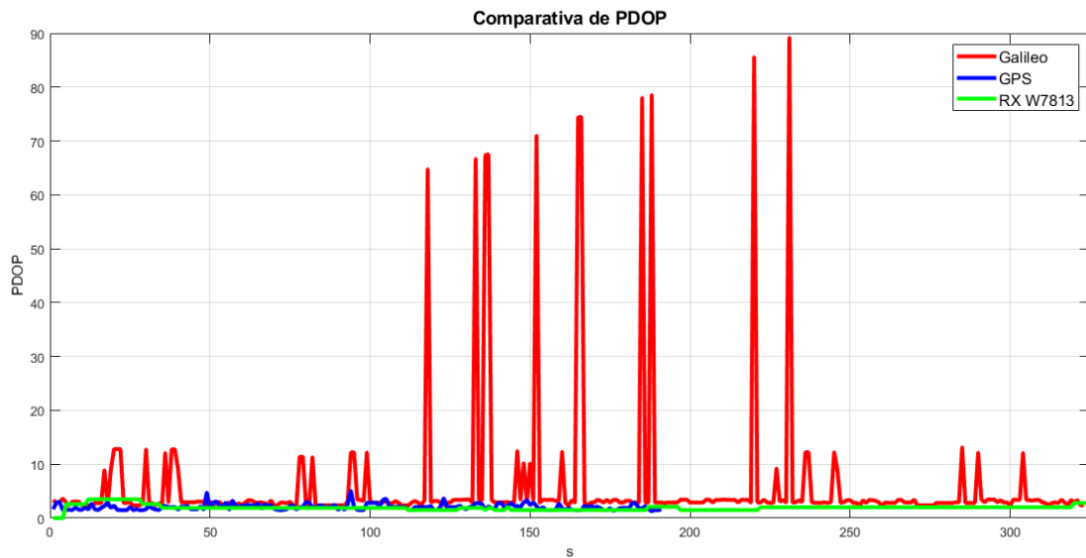


Figura 14: Pérdida de precisión en la posición en Galileo, GPS y W7813 (MATLAB, 2021)

Para poder comprender mejor el efecto de la pérdida de precisión sobre los distintos sistemas, se tabulan a continuación los valores típicos de PDOP (eje y de la gráfica) y el intervalo en el que se enmarcan según el nivel de confianza ofrecido:

VALOR PDOP	CLASIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
1	Ideal	Nivel de confianza más alto posible, indicado para aplicaciones muy exigentes.
1-2	Excelente	Satisface casi todas las aplicaciones (exceptuando las más sensibles)
2-5	Bien	Medidas apropiadas y suficientes para la gestión de la mayoría de las rutas.
5-10	Moderada	Las mediciones se podrían tener en cuenta, pero la calidad de la posición es mejorable.
10-20	Justa	Nivel de confianza bajo. Para estimaciones aproximadas.
>20	Pobre	Mediciones que deben descartarse ya que incluyen errores de hasta 300m.

- Influencia del número de satélites sobre el PDOP: un menor número de satélites hace que el PDOP aumente, como se ha descrito previamente. Este hecho se ve plasmado de forma directa sobre la siguiente figura:

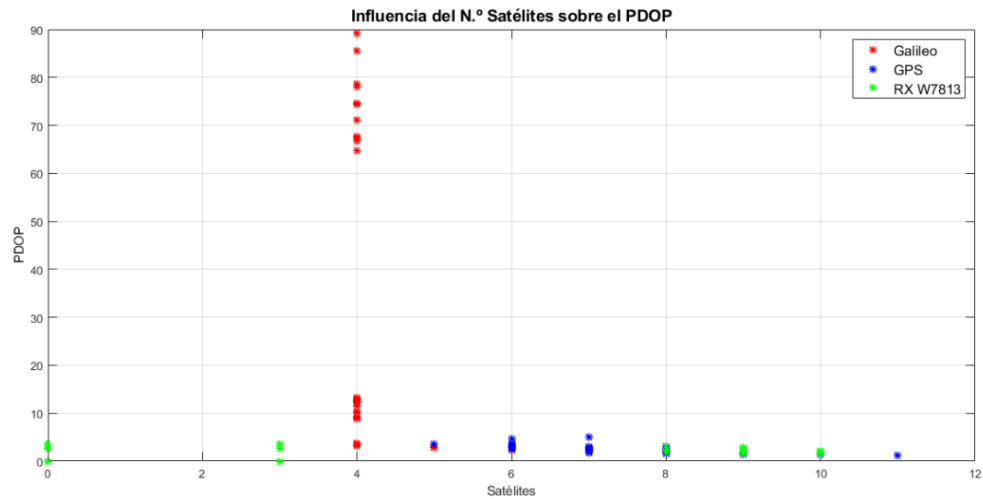


Figura 15: Relación entre PDOP y el número de satélites para Galileo, GPS y W7813 (MATLAB, 2021)

- Comparativa de altitud: en la siguiente gráfica se observa la estabilidad de la señal recibida por la antena correspondiente al receptor W7813, en comparación con la señal de Galileo. Esto se explica a través del efecto del PDOP sobre dicha señal y los posibles inconvenientes relativos a la cobertura de la aplicación móvil.

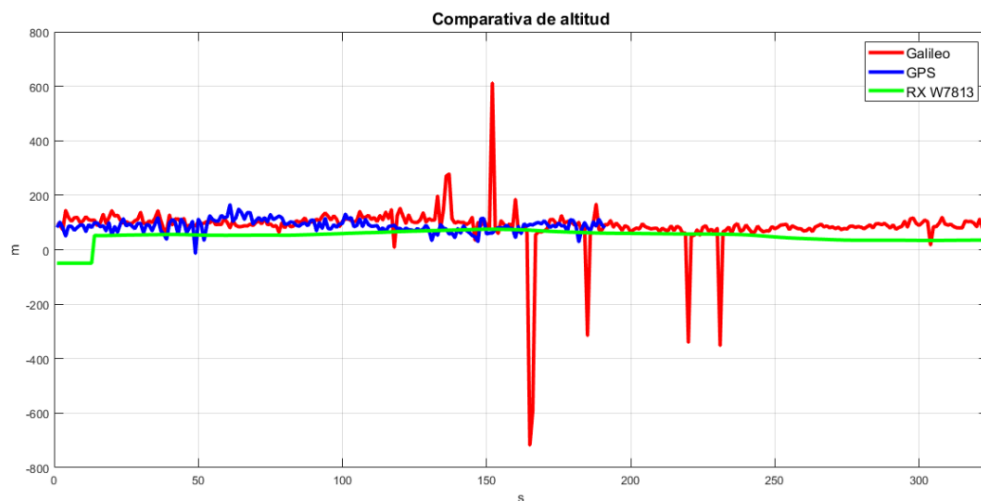


Figura 6: Comparativa de la medida de altitud para Galileo, GPS y W7813 (MATLAB, 2021)

El receptor W7813 mantiene de forma más constante el número de satélites captados, este hecho explicaría las diferencias existentes entre el receptor GPS de la antena y el del móvil. Se debería tener en cuenta la colocación más favorable de la antena del primer receptor indicado (colocación fijada gracias a la imantación, posición en la parte externa y superior del coche) frente al receptor del móvil (manejado manualmente en el interior del coche).

9. RESEÑA CÓDIGOS DE MATLAB

En el siguiente apartado se indicarán los códigos de años anteriores que han sido modificados, así como los creados para la realización de este trabajo, con una breve explicación.

<i>nmea5.m</i>	Función que guarda en las variables GPRMC, GPGLA, GPGSV y GPGSA de tipo struct los datos contenidos en archivos .txt con formato NMEA. Se utiliza la función <i>HelperParseGPSData.m</i> tomada de la página oficial de MATLAB.
<i>noise.m</i>	Permite la representación de SNR del receptor W7813 frente al receptor del móvil. Emplea la función <i>nmea5.m</i>
<i>skyplot.m</i>	Presenta la evolución temporal de la posición de los satélites para el receptor W7813. Emplea la función <i>nmea5.m</i>
<i>GPS_in_2021.m</i>	Función que extrae los datos NMEA seleccionados y los almacena en una variable de tipo cell. Editada a partir de la original del año 2018: <i>GPS_in_2018.m</i>
<i>calculo_waypoints_2021.m</i>	Función que extrae la latitud y la longitud de la variable resultante de la función <i>GPS_in_2021.m</i> Editada a partir de la original del año 2018: <i>calculo_waypoints_2018.m</i>
<i>ruta2.m</i>	Representa la ruta original para el receptor W7813 comparándola con filtro de Kalman y con la ruta calculada mediante navegación a la estima. Utiliza <i>GPS_in_2021.m</i> , <i>calculo_waypoints_2021.m</i> , <i>calculo_velocidades.m</i> , <i>calculo_rumbos.m</i> , <i>dead_reckoning.m</i> , y <i>kf_drr.m</i> , originarias de trabajos anteriores.
<i>decodercsv.m</i>	Permite seleccionar datos concretos del archivo .csv generado por la aplicación GalileoPVT. Ampliación del código <i>decodingcsv.m</i> utilizado en el Trabajo "Galileo" del curso 2019/2020.
<i>compara.m</i>	Permite comparar los resultados de la aplicación de GalileoPVT con respecto a los del receptor W7813. Utiliza los códigos <i>decodercsv.m</i> y <i>nmea5.m</i> .

10. LÍNEAS FUTURAS

En trabajos abarcados en un futuro, se podrían tener en cuenta los siguientes puntos:

- Comparación entre la ruta obtenida mediante Galileo y la Unidad de Medidas Inerciales (IMU).
- Empleo de un receptor equivalente al W7813 para Galileo.
- Explotación de la aplicación Galileo PVT en el caso de que disponga de más satélites operativos.
- Investigación sobre nuevas aplicaciones tecnológicas que requieran alta precisión sólo factible aplicando interoperabilidad de los distintos sistemas.
- Posibilidad de sustituir el formato NMEA por RINEX para establecer la comparación entre sistemas.

11. CONCLUSIONES

A lo largo del trabajo y tras introducir teoría de implicación directa sobre el contenido práctico del mismo, se ha llevado a cabo un análisis de datos que ha verificado los siguientes puntos:

- GLONASS ha presentado carencias más importantes que el resto de los sistemas (señal más pobre, con menor número de satélites disponibles).
- GPS es el sistema más extendido para el entorno en el que se ha realizado la ruta. Galileo presenta, también, prestaciones similares e incluso mejores según los parámetros analizados.
- El receptor W7813 ha presentado mejores resultados de los que se esperaban en comparación con las aplicaciones móviles (posiblemente por las distintas características de manipulación de dichos receptores en el momento de la toma de medidas).
- La aplicación del filtro de Kalman suaviza curvas trazadas por Google Earth y las acerca más a la ruta real. Este hecho adquiere gran importancia en el caso que trata los peores resultados: la ruta trazada con GLONASS (evita una desviación considerable del trazado original).
- En el caso del receptor W7813, se comprueba la considerable desviación con respecto a la ruta real que supone el cálculo de la ruta estimada.

Así mismo, para procesar de forma correcta los datos en Matlab, ha sido necesario comprender la estructura del formato NMEA, seleccionando, en algunos casos, los datos más interesantes del mismo.

En definitiva, se puede comprobar que la existencia de varios sistemas y la implicación de la interoperabilidad de los mismos permite actualmente llevar a cabo operaciones que requieren gran precisión, con las ventajas de seguridad y fiabilidad que aporta la redundancia.

No obstante, tal y como se ha podido observar en este trabajo a pequeña escala, los resultados que predice la teoría no suelen corresponderse en su totalidad con los obtenidos en casos reales debido a diversas fuentes de error propias de los sistemas o de las características de instalación y manejo de los receptores implicados. Aún así, está claro que las ventajas y precisión con las que cuentan actualmente dichos sistemas permiten el desarrollo de numerosas aplicaciones que, con un uso responsable, mejoran considerablemente la calidad de vida de las personas (véase, por ejemplo, las aplicaciones dedicadas al rescate de personas perdidas) y desencadenarán numerosos avances importantes en el mundo de la tecnología.

12. BIBLIOGRAFÍA

Aguilar Jiménez, F.; Majada Costas, J.; Fernández Montaña, J.M. (2020). *Galileo: El sistema de navegación por satélite europeo*. Universidad de Sevilla (US). *Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ETSI)*. Grado en Ingeniería Aeroespacial. 4º curso. *Sistemas de Ayuda a la Navegación*

Alfonso Navarro, E.; Lorite Beltrán, F.J.; Moreno Sánchez, M. (2011). *Receptor GPS Hardware*. Universidad de Sevilla (US). *Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ETSI)*. Grado en Ingeniería Aeroespacial. 4º curso. *Sistemas de Ayuda a la Navegación*

Condori, J. (2018). *Sistema de Sistemas de Posicionamiento Global: Sistema GLONASS*. Serie Didáctica N.º 4

Crosta, P.; Watterton, T. (2018). *Introducing the Galileo PVT App: from Assisted GNSS to NeQuick model: Android implementation at application layer*. ESA

European Global Navigation Satellite Systems Agency (2021). *Galileo Services*. Recuperado el 1 de marzo de 2021 de: <https://www.gsa.europa.eu/galileo/services>

Furquet Gascón, M. del C. (2016). *Estudio y análisis de la certificación y diseño de un SBAS (Satellite Based Augmentation System) para aeropuertos / heliódromos*. Trabajo fin de grado. Universitat Politècnica de Valencia. *Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño*. Grado en Ingeniería aeroespacial

Gabri (2019). *Ventajas de la nueva constelación GPS III* | El blog de Franz. Recuperado el 1 de marzo de 2021 de: <https://acolita.com/ventajas-de-la-nueva-constelacion-gps-iii/>

García Álvarez, D.A. (2008). *Sistema GNSS (GLOBAL NAVIGATION SATELLITE SYSTEM)*. Proyecto fin de Carrera. Universidad Autónoma de Madrid (UAM). *Escuela Politécnica Superior*. Recuperado el 1 de marzo de 2021 de: <http://arantxa.ii.uam.es/~jms/pfcsteleco/lecturas/20080125DavidGarcia.pdf>

GitHub (2021). *Google/gps-measurement-tools*. Recuperado el 1 de marzo de 2021 de: <https://github.com/google/gps-measurement-tools>

GitHub (2021). *Release GnssLogger V 2.0.0.1 Release · google/gps-measurement-tools*. Recuperado el 1 de marzo de 2021 de: <https://github.com/google/gps-measurement-tools/releases/tag/2.0.0.1>

Jiménez Fernández, F.J. (2015). *Estudio sobre los sistemas de comunicaciones. Navegación, vigilancia y gestión del tráfico aéreo (CNS / ATM). Situación actual y evolución futura*. Proyecto fin de carrera. Universidad Politécnica de Madrid (UPM). *Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación*

López Espí, P.L. (s.f.). *Sistemas de Navegación Satelital*. Teoría de la Señal y las Comunicaciones. Universidad de Alcalá (UAH)

Marín, D. (2016). *Puesto en órbita el satélite GLONASS-M 53 (Soyuz-2-1B)*. Eureka. El Blog de Daniel Marín. *Naukas: ciencia, escepticismo y humor*. Recuperado el 1 de marzo de 2021 de:

<https://danielmarin.naukas.com/2016/05/30/puesto-en-orbita-el-satelite-glonass-m-51-soyuz-2-1b/>

MathWorks España (2021). *MATLAB Documentation*. Centro de ayuda. Recuperado el 1 de marzo de 2021 de: <https://es.mathworks.com/help/>

Mathworks España (2021). *Read and Parse NMEA Data Directly from GPS Receiver* - MATLAB & Simulink. Recuperado el 1 de marzo de 2021 de: <https://es.mathworks.com/help/fusion/ug/read-and-parse-nmea-data-directly-from-gps-receiver.html>

Mediciones GNSS sin procesar | *Desarrolladores de Android*. (2019). Recuperado el 1 de marzo de: <https://developer.android.com/guide/topics/sensors/gnss?hl=es>

Palomo Pinto, F.R. (2007). *Introducción a la Navegación Integrada*. Curso INTA. Octubre 2007. Universidad de Sevilla (US). *Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ETSI)*. Grado en Ingeniería Aeroespacial. 4º curso. *Sistemas de Ayuda a la Navegación*

Palomo Pinto, F.R. (2007). *Sistemas de Ayuda a la Navegación*. Universidad de Sevilla (US). *Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ETSI)*. Grado en Ingeniería Aeroespacial. 4º curso

Pozo-Ruz, A., Ribeiro, A., García-Alegre, M. C., García, L., Guinea, D., Sandoval, F. (2000). *Sistema de posicionamiento global (GPS): descripción, análisis de errores, aplicaciones y futuro*. Instituto de Automática Industrial. Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Arganda, Madrid; Dpto. de Tecnología Electrónica. *E.T.S. Ingenieros de Telecomunicación*. Universidad de Málaga

Rodríguez Carmona, I. (s.f.). *Subsistema GPS*. Localizador GPS-GSM. Universidad de Sevilla (US). *Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ETSI)*. Grado en Ingeniería Aeroespacial

Roldán Malpartida, F.J.; Vitoria Gallardo, M. (2015). *Filtro de Kalman*. Universidad de Sevilla (US). *Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ETSI)*. Grado en Ingeniería Aeroespacial. 4º curso. *Sistemas de Ayuda a la Navegación*

Romero García, A.; Crespo Pérez, J. (2019). *GPS y representación cartográfica*. Universidad de Sevilla (US). *Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ETSI)*. Grado en Ingeniería Aeroespacial. 4º curso. *Sistemas de Ayuda a la Navegación*

Romero López, D.; Cabrera Mateos, J.D. (2020). *GPS: Representación cartográfica y navegación a la estima con distintos receptores*. Universidad de Sevilla (US). *Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ETSI)*. Grado en Ingeniería Aeroespacial. 4º curso. *Sistemas de Ayuda a la Navegación*

Sánchez, G. (2013). *Sistema posicionamiento global (GPS) y las teorías de la relatividad*. GPSDeterminaciondel tiempo.nb. *Diarium*. Universidad de Salamanca (USAL). Recuperado el 1 de marzo de 2021 de: <https://diarium.usal.es/guillermo/files/2013/04/GPSyRelatividadporGuillermoSanchez.pdf>

Van Diggelen, F. (2018). *GNSS Measurements Update GNSS Raw Measurements from Android Phones*. GSA Raw Measurements Workshop. Google. Recuperado el 1 de marzo de 2021 de: https://www.gsa.europa.eu/sites/default/files/expo/frank_van_diggelen_keynote_android_gnss_measurements_update.pdf

Van Diggelen, F., Khider, M., Chavan, S., & Fu, M. (2020). *GSA Raw Measurements Workshop 2020 Updated Google Tools: Logging and Analyzing GNSS Measurements*. Recuperado el 1 de marzo de 2021 de: [1.1 frank van diggelen - google.pdf \(europa.eu\)](#)

Vázquez Valenzuela, R. (s.f.). *Tema 6: Sistemas de navegación integrados. El filtro de Kalman*. Universidad de Sevilla (US). *Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ETSI)*. Grado en Ingeniería Aeroespacial. 3^{er} curso. *Fundamentos de Navegación Aérea*

Wikipedia, la enciclopedia libre (2020). *Filtro de Kalman extendido*. Recuperado el 1 de marzo de 2021 de: https://es.wikipedia.org/wiki/Filtro_de_Kalman_extendido

Wikipedia, la enciclopedia libre (2020). *Filtro de Kalman*. Recuperado el 1 de marzo de 2021 de: https://es.wikipedia.org/wiki/Filtro_de_Kalman

Wikipedia, la enciclopedia libre (2021). *Dilution of precision (navigation)*. Recuperado el 1 de marzo de 2021 de: [https://en.wikipedia.org/wiki/Dilution_of_precision_\(navigation\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Dilution_of_precision_(navigation))

Wikipedia, la enciclopedia libre (2021). *GLONASS*. Recuperado el 1 de marzo de 2021 de: <https://es.wikipedia.org/wiki/GLONASS>

Wikipedia, la enciclopedia libre (2021). *GPS*. Recuperado el 1 de marzo de 2021 de: <https://es.wikipedia.org/wiki/GPS>