



Máster Interuniversitario en
Matemática Industrial

Análisis angular dependiente del tiempo para el canal $B_s^0 \rightarrow J/\Psi K^+K^-$ basado en GPU y validación de incertidumbres sistemáticas

Marcos Romero Lamas

Trabajo Fin de Máster, julio 2019



IGFAE

Instituto Galego de Física de Altas Energías

M2i

MÁSTER EN MATEMÁTICA INDUSTRIAL



UNIVERSIDADE DA CORUÑA



UNIVERSIDADE
DE VIGO



POLITÉCNICA



Declaración del autor

Yo, D. MARCOS ROMERO LAMAS, presento mi Trabajo Fin de Master,

ANÁLISIS ANGULAR DEPENDIENTE DEL TIEMPO PARA EL
CANAL $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$ BASADO EN GPU Y VALIDACIÓN DE
INCERTIDUMBRES SISTEMÁTICAS

siguiendo el procedimiento adecuado al Reglamento, y DECLARO que:

- El Trabajo Fin de Máster abarca los resultados de la elaboración de mi trabajo.
- De ser el caso, se hace referencia a las colaboraciones que se tuvieron.
- El Trabajo Fin de Máster es la versión definitiva presentada para su defensa y coincide con la versión enviada en formato electrónico.
- Confirmo que el Trabajo Fin de Máster no incurre en ningún tipo de plagio de otros autores ni de trabajos presentados por mí para la obtención de otros títulos.

Madrid, 8 de julio de 2019

Marcos Romero Lamas

Autorización

D. FERNANDO VARAS MÉRIDA, Profesor Titular de Matemática Aplicada a la Ingeniería Aeroespacial de la Universidad Politécnica de Madrid; D. DIEGO MARTÍNEZ SANTOS, Investigador Distinguido del Instituto Galego de Física de Altas Enerxías de la Universidade de Santiago de Compostela; y Dña. VERONIKA GEORGIEVA CHOBANOVA, Investigadora del Instituto Galego de Física de Altas Enerxías de la Universidade de Santiago de Compostela, INFORMAN:

Que el presente Trabajo Fin de Máster,

ANÁLISIS ANGULAR DEPENDIENTE DEL TIEMPO PARA EL CANAL $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$ BASADO EN GPU Y VALIDACIÓN DE INCERTIDUMBRES SISTEMÁTICAS

se corresponde con el trabajo realizado por D. MARCOS ROMERO LAMAS, bajo nuestra dirección y tutela, y autorizamos su presentación, considerando que reúne los requisitos exigidos en el Reglamento del Máster en Matemática Industrial de la Universidad Politécnica de Madrid, constituyendo el Trabajo Fin de Máster que presenta para obtener el Máster en Matemática Industrial.

Madrid, 8 de julio de 2019

Fernando Varas Mérida

Santiago de Compostela, 8 de julio de 2019

Veronika Georgieva Chobanova

Diego Martínez Santos

Alea iacta est

Alea iacta est

Abstract

Después del primer *run* del LHC, todavía no se encontraron evidencias de física más allá del Modelo Estándar de Física de Partículas. Esto impone severas restricciones en la dinámica. Las oscilaciones de mesones se encuentran entre los métodos más potentes en la búsqueda de la dinámica de BSM. Usando todos los datos del *Run2* del experimento *LHCb* (terminado a finales de 2018) se realizará la mejor medida del mundo de los parámetros de oscilación del B_s^0 y sus anchuras de desintegración, a través del desintegración $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$.

Acknowledgments

THANKS

Índice general

| | |
|--|-----------|
| Declaración del autor | I |
| Autorización | III |
| Abstract | VII |
| Índice general | XI |
| Acrónimos | XIII |
| Introducción | XV |
| 1 Marco teórico | 1 |
| 1.1 El Modelo Estándar | 2 |
| 1.1.1 Partículas elementales | 2 |
| 1.1.2 Simetrías discretas en el SM | 3 |
| 1.1.3 Lagrangiano | 5 |
| 1.1.4 Mecanismo de Higgs y ruptura espontánea de simetría | 6 |
| 1.2 Física de sabor en el SM | 7 |
| 1.2.1 El término de Yukawa y la teoría de Kobayashi-Maskawa | 7 |
| 1.2.2 Sistemas de mesones neutros | 10 |
| 1.2.3 Violación CP | 13 |
| 1.A Fases de CKM y violación CP | 15 |
| 2 Fenomenología del $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$ | 19 |
| 2.1 La fase débil φ_s | 19 |
| 2.2 Tasa de desintegración diferencial | 21 |
| 2.2.1 Distribución angular | 21 |
| 2.2.2 Dependencia temporal | 23 |
| 2.3 Distribuciones de masa | 25 |
| 2.3.1 Contribuciones de masa | 27 |

Índice general

| | |
|---|------------|
| 2.3.2 Factores C_{SP} , C_{SD} y C_{PD} | 28 |
| 2.A Matrices de Wigner | 29 |
| 2.B Coeficientes del análisis angular de amplitudes | 30 |
| 3 Condiciones experimentales | 37 |
| 3.1 El CERN y su acelerador LHC | 39 |
| 3.2 El detector | 40 |
| 3.2.1 Sistema de trazado | 42 |
| 3.2.2 Identificación de partículas en los detectores | 45 |
| 3.3 Sistema de trigger | 48 |
| 3.3.1 Hardware trigger | 49 |
| 3.3.2 Software Trigger | 49 |
| 4 Herramientas y técnicas de análisis | 51 |
| 4.1 Herramientas de simulación | 51 |
| 4.1.1 Modelo | 52 |
| 4.1.2 Comprobación de la simulación | 56 |
| 4.2 Estimación por máxima verosimilitud | 61 |
| 4.3 Minimizar | 62 |
| 4.3.1 Paralelización | 62 |
| 4.3.2 Minuit | 63 |
| 4.3.3 Fórmula de DavidonFletcherPowell | 64 |
| 4.4 Splines | 65 |
| 4.4.1 B-splines | 65 |
| 5 Medida de la fase φ_s en el canal $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$ | 67 |
| 5.1 Determinación de la aceptancia en el tiempo de desintegración | 68 |
| 5.2 Ajuste a la distribución angular | 76 |
| 5.2.1 Escáner de parámetros | 76 |
| 5.3 Estudio de sistemáticos | 76 |
| 5.3.1 Bias del ajuste | 76 |
| 5.3.2 Sistemático debido a los factores C_{SP} | 77 |
| 5.A Toy MC, bias del ajuste y sistemática de los C_{SP} | 79 |
| 5.B Figuras del sistemático debido a los factores C_{SP} | 83 |
| 5.C Figuras del escáner de parámetros | 88 |
| 6 Conclusiones | 93 |
| Referencias | 95 |
| Índice de figuras | 99 |
| Índice de cuadros | 103 |

Acrónimos

| | |
|---------|--|
| CERN | Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire |
| LHC | Large Hadron Collider |
| ALICE | A Large Ion Collier Experiment |
| ATLAS | A Toroidal LHC AparatuS |
| CMS | Compact Muon Solenoid |
| LHC b | Large Hadron Collider <i>beauty</i> |
| SM | Standard Model |
| BSM | Beyond the Standard Model |
| FCNC | Flavour Changing Neutral Currents |
| EWSB | ElectroWeak Symmetry Breaking |
| VEV | Vacuum Expectation Value |
| C | Charge (transformación) |
| P | Parity (transformación) |
| T | Time reversal (transformación) |
| CP | Charge–Parity (transformación) |
| CPT | Charge–Parity–Time reversal (teorema) |
| MC | Monte Carlo |

Introducción

El estudio de la violación de la simetría carga-paridad (CP), tiene un enorme interés científico. Las simetrías constituyen la base de nuestro entendimiento de la naturaleza que nos rodea. En virtud del teorema de Noether se sabe que toda simetría se corresponde con una ley de conservación, unas de las más básicas leyes que fundamentan nuestro pensamiento. La comprensión plena de estas ideas sencillas, elegantes y profundas nos permite ordenar nuestro saber y conocer los fundamentos que rigen este Universo [1].

La violación de la simetría CP es una de las partes de la Física que viene siendo estudiada en gran profundidad en las últimas décadas. Experimentos completos fueron construidos para esclarecer la naturaleza de esta simetría, que presenta grandes incógnitas tanto en la parte teórica como en la experimental, como lo son Belle, BaBar y el propio LHCb. El Modelo Estándar (SM) de la Física de Partículas, describe las interacciones fundamentales entre las partículas y desde su formulación entre los años 60 y 70, demostró tener un enorme poder predictivo en medidas de mucha precisión. Sin embargo, sí existen observaciones experimentales en la que ha fracasado: la oscilación de neutrinos [2] implica que estos sean masivos, lo que contradice el SM; observaciones astronómicas indican que existe una contribución a la masa del Universo de entre 5 y 6 veces más grande que la materia común, la materia oscura (DM) [3], y que solo se observa mediante fenómenos gravitacionales; o por supuesto la asimetría entre materia y antimateria que se observa en el Universo. Es de hecho esto último lo que motiva los estudios de violación CP, puesto que es, junto con la violación del número bariónico y las interacciones fuera del equilibrio, uno de los ingredientes de las condiciones de Sájarov [4] para satisfacer el ratio materia-antimateria que hay en el Universo.

En el terreno teórico existen también grandes motivaciones para indagar en la violación CP. Primeramente, la mayor parte de los parámetros de los que requiere el SM provienen de témino de Yukawa (*vid. §1.1.3*), lo que hace que el SM parezca una teoría efectiva de baja energía. El SM tampoco ofrece una explicación para que existan 3 familias de fermiones, es una entrada que ha de imponérsele al modelo. Además, probablemente la laguna más conocida, no

existe una teoría cuántica de la gravedad, por lo que a energías del orden de la escala de Planck, $E_P = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} = 1.9561 \times 10^9 \text{ J} = 1.22104 \times 10^{28} \text{ eV}$, el SM es inválido.

La existencia de nuevos fenómenos no predichos por el SM, es decir, física más allá del SM (BSM), podría introducir efectos visibles en los observables de violación CP. En el SM la violación CP se describe con la teoría de Cabibbo–Kobayashi–Maskawa, que mediante una fase compleja es capaz de mezclar estados de masa de partículas. Gracias al fenómeno de mezcla, los mesones neutros B ofrecen multitud de canales de desintegración para hacer tests de precisión del SM. Concretamente, en el decaimiento del B_s^0 , la violación CP puede emanar de la interacción entre el decaimiento de B_s^0 y el \bar{B}_s^0 precedida de una oscilación entre ambos, y se manifiesta a través de un valor no nulo de $\varphi_s = \arg(\lambda)$ —muy pequeña en el SM— siendo λ el parámetro que describe la violación CP en la interferencia entre la mezcla y la desintegración. Muchos modelos de física BSM predicen valores más grandes de esta fase, aún cumpliendo las demás restricciones; por lo que medir un valor significativamente distinto de la predicción del SM indicaría una clara evidencia de procesos BSM.

En esta tesis, el canal más sensible para ver contribuciones de física BSM es el $B_s^0 \rightarrow J/\psi(\rightarrow \mu^-\mu^+)K^+K^-$, donde la mayor parte de los kaones del estado final provienen de la resonancia intermedia $\phi(1020)$ [5]. Para acceder a los parámetros observables de la oscilación y desintegración del mesón será necesario desentrelazar las distintas componentes pares e impares bajo el operador \mathcal{CP} (que invierte la carga y paridad de una partícula), para lo que será requerimiento hacer un estudio de la distribución angular de muones y kaones midiendo: φ_s , la fase electrodébil ya mencionada; $\Delta\Gamma_s$, la diferencia de las anchuras entre los autoestados de \mathcal{CP} ; $\Gamma_s - \Gamma_d$, la diferencia entre la anchura del B_s^0 y del B_d (canal de control); y Δm , a diferencia de masa entre los autoestados de \mathcal{CP} .

Este Trabajo Fin de Máster muestra un antípode de una Tesis Doctoral que tratará de obtener los parámetros de oscilación del B_s^0 con la mayor precisión, valiéndose para ello de toda la muestra de datos tomada por LHCb. El trabajo se organiza en 6 capítulos en los que se desgrana el proceder para hacer un test al SM que involucra la determinación de φ_s . El Capítulo 1 resume brevemente los temas más relevantes del SM vinculados a la fase electrodébil φ_s . Seguidamente, en el Capítulo 2, se describe la fenomenología del canal estudiado $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+K^-$, mostrándose cómo a partir de los datos se puede extraer la fase. El Capítulo 3 versa sobre las características de LHCb, desde su situación general hasta una vista breve de sus detectores, que permiten a fin de cuentas medir las partículas de la desintegración. A continuación, el Capítulo 4 describe las técnicas empleadas para hacer el tratamiento de los datos, así como el método empleado. Por último el Capítulo 5 muestra los resultados y la forma en cómo se procede a su obtención, así como también las conclusiones.

Marco teórico

La forma de describir la dinámica de las partículas es mediante teorías cuánticas de campos en un marco teórico en donde estas son campos probabilísticos en el espacio–tiempo junto con una coordenada extra de espín. Cada partícula es un campo que tiene ciertas interacciones con otros campos y con el espín.

El Modelo Estándar de Física de Partículas, SM, se constituye de un conjunto de partículas (campos), las interacciones entre las mismas (también campos); que junto con unos ciertos acoplos y parámetros (*vid. Tabla 1.1*) dan lugar a uno de los modelos más consistentes y precisos de la naturaleza.

| Descripción | Parámetros |
|-------------------------------------|------------|
| Constantes de acople gauge | 3 |
| Parámetros del potencial escalar | 2 |
| Masas de e^- , μ^- y τ^- | 3 |
| Masas de los 6 cuarks | 6 |
| Fases físicas de la matriz CKM | 3 |
| Fase de violación CP | 1 |
| Parámetro de CP de la fuerza fuerte | 1 |
| Total | 19 |

Cuadro 1.1: Los 19 parámetros del SM, de los cuales 4 provienen de la matriz CKM. Estos parámetros no son predichos por el SM, deben ser medidos o determinados mediante experimentos.

Varios de esos parámetros nacen de la teoría de Kobayashi–Maskawa [6], propuesta en 1973, y que predecía la existencia de una tercera generación de dobletes de cuarks (*vid. Figura 1.1a*), pudiendo los cuarks mezclarse atendiendo a la matriz de Cabibbo–Kobayashi–Maskawa (CKM) y que fue apoyada en 1977 con la primera observación del mesón $Y[b\bar{b}]$.

1.1 El Modelo Estándar

El Modelo Estándar es una teoría cuántica de campos (QFT) no abeliana (dícese de Yang–Mills) que describe tres de las cuatro interacciones fundamentales de la naturaleza, nombradamente: nuclear fuerte, nuclear débil y electromagnética. Estas interacciones se asocian con simetrías *gauge* y a los mediadores de dichas interacciones se les conoce como bosones *gauge* [7].

La interacción fuerte es descrita por la Cromodinámica Cuántica (QCD, *Quantum Chromodynamics*), y se corresponde con un grupo de simetría $SU(3)_C$, de carga de color C. Por otra parte, las interacciones electromagnética y débil se describen conjuntamente con la teoría Electrodébil (EW, *ElectroWeak*), de simetría $SU(2)_T \otimes U(1)_Y$ de isospín débil T e hipercarga Y. Por lo tanto la simetría *gauge* del SM es

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_T \otimes U(1)_Y$$

y es rota espontáneamente por el valor de esperanza en el vacío (VEV) de la componente neutra de un doblete escalar de isospín con hipercarga $1/2$, denominado bosón de Higgs (*vid.* §1.1.4),

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_T \otimes U(1)_Y \xrightarrow{H^0} SU(3)_C \otimes U(1)_{\text{EM}}. \quad (1.1)$$

Como resultado de esta ruptura de simetría, se combinan los bosones EW en W^\pm , Z^0 y γ ; así como también aparecen las masas de los fermiones al estos interaccionar con el Higgs.

1.1.1 Partículas elementales

El SM divide las partículas elementales en dos bloques según las propiedades radicalmente distintas que estas presentan: fermiones de espín semientero, y bosones de espín entero. Ocurre esto también con las partículas compuestas, los hadrones que son estados ligados de cuarks y gluones. Por adición de espín también se clasifican en estos bloques, por ejemplo: los mesones (estados $q - \bar{q}$, como el B_s^0) son bosones, mientras que los bariones (compuestos de tres cuarks, como el protón) son fermiones.

Fermiones

El sector de los fermiones se reparte entre cuarks y leptones, cuya principal diferencia radica en que estos últimos no sienten la interacción fuerte. La interacción fuerte actúa con los cuarks haciendo que estos existan en uno de los tres posibles estados, que se identifican por su carga de color.

En términos de carga se clasifican como: de carga $+2/3$, los cuarks u (*up*), c (*charm*) y t (*top/truth*); de carga $-1/3$, los cuarks d (*down*), s (*strange*) y b (*bottom/beauty*); de carga 0, los leptones ν_e (neutrino electrónico), ν_μ (neutrino muónico) y ν_τ (neutrino tau); y de carga -1 , los leptones e (*electrón*), μ (*muón*) y τ (*tau*).

Así mismo, existen las llamadas familias para cuarks y leptones, tres para cada tipo, de forma que las interacciones fuerte y electrodébil son iguales para cada familia. La primera familia de cuarks (leptones) es la formada por u, d (e, ν_e), la segunda c, s (μ, ν_μ) y la tercera se corresponde con t, b (τ, ν_τ).

Bosones

Los bosones de las Figuras 1.1c y 1.1d son partículas elementales de espín entero, y que se asocian con las interacciones fundamentales del SM. De estos, los bosones con espín 1 son los bosones *gauge*, y median las interacciones; mientras que solo el bosón de Higgs carece de espín.

Los bosones *gauge* son: el fotón (γ), es el mediador de la interacción electromagnética (E) y carece de masa; los bosones W^+ , W^- y Z^0 , son los responsables de la interacción débil (W) y tienen masas elevadas: los bosones W^\pm aparecen en transiciones con corrientes cargadas (CC), mientras que las corrientes neutras (NC) proceden vía Z^0 ; los gluones (g), median la interacción fuerte careciendo de masa. Finalmente, el bosón de Higgs confiere masa a las partículas del SM, tanto a los fermiones como a los bosones *gauge* y a sí mismo.

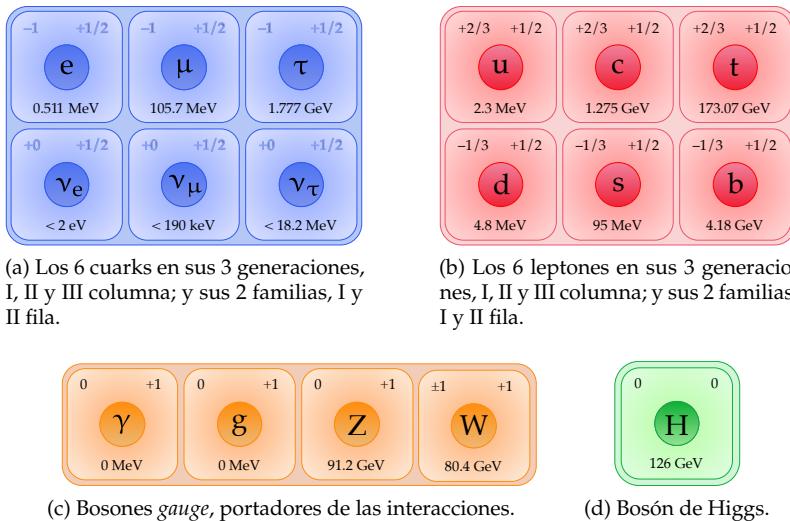


Figura 1.1: Partículas del SM, los fermiones en las Figuras (a) y (b); y los bosones en las Figuras (c) y (d). En cada cuadro puede verse la carga (arriba izquierdo), espín (arriba derecha) y la masa (abajo).

1.1.2 Simetrías discretas en el SM

La correlación del espín con el espacio–tiempo provoca que existan diferentes estados de una misma partícula. Por ejemplo, se dice que existen

fermiones a izquierdas (*left-handed*) o a derechas (*right-handed*), y el operador de paridad, \mathcal{P} , cambia de una a la opuesta invirtiendo las coordenadas espaciales, es decir, cambiando su helicidad. Aparte del operador \mathcal{P} , existen otros dos más de transcendental importancia, \mathcal{C} y \mathcal{T} , que se describen a continuación.

Operador \mathcal{T} La transformación de inversión temporal en física clásica consiste en hacer el cambio $t \rightarrow -t$; es decir, invertir el sentido del tiempo. Las leyes de la física clásica son invariantes frente a esta transformación, y en un principio se consideraba que esta era una simetría verificada de forma exacta por todas las interacciones fundamentales conocidas; de modo que la evidente asimetría temporal en el mundo macroscópico se atribuía a la muy diferente probabilidad de las configuraciones macroscópicas iniciales y finales en la evolución de los sistemas. En la Mecánica Cuántica hay que encontrar un operador \mathcal{T} adecuado para la inversión temporal. Un sistema será simétrico bajo \mathcal{T} cuando $[\mathcal{T}, \mathcal{H}] = 0$ y la función de onda $\mathcal{T}\psi$ satisfaga la misma ecuación de Schrödinger que ψ , lo que se traduce en que $\mathcal{T}\psi(t) \neq \psi(-t) = \psi(\bar{t})$. La transformación correcta de la función de onda bajo el operador \mathcal{T} resulta ser $\mathcal{T}\psi(t) = \psi^*(\bar{t})$, por lo que el operador \mathcal{T} es antiunitario; ello implica que no existen autoestados del operador \mathcal{T} , y por lo tanto tampoco números cuánticos asociados. La interpretación más física de la acción de \mathcal{T} es la inversión del movimiento, invirtiendo tanto el momento linear como el angular.

Operador \mathcal{CP} El operador \mathcal{CP} se compone de la acción del operador conjugación de carga, \mathcal{C} , y del operador de paridad, \mathcal{P} . El operador de paridad invierte las coordenadas espaciales, cambiando de signo la posición y el momento lineal, mientras que mantiene los momentos angulares. Por otra parte, el operador de conjugación de carga mantiene intactas las magnitudes dinámicas, cambiando el signo de los números cuánticos aditivos: Q , la carga eléctrica; A , el número bariónico; L , el número leptónico; I^3 , la tercera componente de isospín; y S, C, B, T , los números cuánticos de *strange*, *charm*, *beauty* y *truth*, respectivamente. La violación de la simetría CP implica, en resumidas cuentas, que materia y antimateria se comportan de forma diferente, y la prueba más evidente de esta violación de simetría es la preponderancia que existe en el Universo entre materia y antimateria. En las desintegraciones débiles se violan tanto P como C por separado, pero es mucho más trascendente que se viole CP, puesto que nos permite definir de manera absoluta qué es materia y qué es antimateria. Esto ocurre, por ejemplo, en la desintegración semileptónica del mesón K_L^0 , que decae con mayor frecuencia a positrones que a electrones. De acuerdo con la experiencia diaria macroscópica, no se ve ninguna razón por la que derecha e izquierda deban tener un significado absoluto en la naturaleza. La violación CP no tiene que ver exactamente con el cambio de sentido, sino más bien con la reflexión especular y el cambio de partícula por antipartícula; es decir, con el cambio de un sistema de referencia levógiro por otro dextrógiro.

Teorema CPT Existe un importante teorema global que permite deducir, entre otras cosas, que la masa y la vida media de las partículas tienen que ser iguales a las de sus antipartículas. Es el teorema CPT, basado en hipótesis muy generales de la Teoría Cuántica de Campos y de la Relatividad Especial. Establece que todo Hamiltoniano que sea invariante bajo transformaciones de Lorentz y traslaciones en el espacio–tiempo, que obedezca el principio de microcausalidad y que tenga un espectro energético con un estado de energía mínimo (el vacío) debe ser invariante también bajo la acción combinada de los operadores \mathcal{C} , \mathcal{P} y \mathcal{T} en cualquier orden. Esto significa que el operador Hamiltoniano, \mathcal{H} , debe comutar con la operación \mathcal{CPT} ; es decir, $[\mathcal{H}, \mathcal{CPT}] = 0$. Aplicar dos veces \mathcal{CPT} lleva de nuevo al mismo estado, cuya parte real se corresponde con la masa. Si la partícula es inestable, los autovalores tendrían una parte compleja con información de su anchura y vida media. Entonces la invariancia de \mathcal{H} frente a \mathcal{CPT} predice inmediatamente la igualdad de masa de cada partícula con su antipartícula. El mejor *test* experimental de la invariancia \mathcal{CPT} en la actualidad lo proporciona la medición de las masas del K^0 y del \bar{K}^0 (que no son los autoestados de \mathcal{CP}): $\left| \frac{M(K^0) - M(\bar{K}^0)}{M(K^0)} \right| \leq 6 \times 10^{-19}$ [7].

1.1.3 Lagrangiano

Bajo el esquema de partículas de la Figura 1.1, se puede construir un lagrangiano, \mathcal{L}_{SM} , que contiene la dinámica de todas las partículas. En él podemos diferenciar la parte relacionada con el bosón de Higgs, \mathcal{L}_H , que rompe la simetría $SU(3)_C \otimes SU(2)_T \otimes U(1)_Y$; y la parte que conserva la simetría, \mathcal{L}_{FB} ,

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = \mathcal{L}_{\text{FB}} + \mathcal{L}_H. \quad (1.2)$$

A su vez \mathcal{L}_{FB} se puede descomponer en las partes correspondientes a cuarks (Q), leptones (L) y bosones *gauge* (GB),

$$\mathcal{L}_{\text{FB}} = 3\mathcal{L}_Q + 3\mathcal{L}_L + \mathcal{L}_{\text{GB}}, \quad (1.3)$$

y separando las partes cinética (\mathcal{K}), que contiene las correspondientes derivadas covariantes que preservan la invariancia *gauge*, y de interacción (\mathcal{V}) podemos distinguir

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Q &= \mathcal{K}_Q + \mathcal{V}_{Q,\text{EW}} + \mathcal{V}_{Q,S} \\ \mathcal{L}_L &= \mathcal{K}_L + \mathcal{V}_{L,\text{EW}}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

El mecanismo de Higgs, que da masa a las partículas del SM, fue propuesto de modo que las simetrías *gauge* no estuvieran explícitamente rotas. El campo de Higgs rompe la simetría electrodébil de forma espontánea, al tener este un valor de expectación no nulo en el vacío (VEV, *vid.* §1.1.4). Esta teoría propuesta en la década de los sesenta quedó apoyada en 2012 con el descubrimiento del bosón de Higgs [8, 9]. Esta parte del lagrangiano la podemos dividir, en consonancia con las anteriores, en

$$\mathcal{L}_H = \mathcal{K}_H + \mathcal{V}_{H,H} + \mathcal{V}_{H,\text{EW}} + \mathcal{V}_Y$$

siendo \mathcal{K} el término cinemático; \mathcal{V}_{HH} la interacción consigo mismo y que permite un valor no nulo de v_0 ; $\mathcal{V}_{H,EW}$ que permite dar masa a los bosones W^\pm y Z^0 una vez que se rompe la simetría; y \mathcal{V}_Y el término de Yukawa que contiene las interacciones fermiónicas que permiten dar masa a los fermiones una vez rota la simetría EW.

1.1.4 Mecanismo de Higgs y ruptura espontánea de simetría

Un lagrangiano que contenga tan solo términos de la simetría *gauge* no es suficiente para construir un modelo en el que existan partículas masivas. Si la simetría no se rompe, los bosones carecen de masa; e incluso las masas de los fermiones, bien sean de Dirac o Majorana, también romperían la simetría. Por otra parte, la simetría $SU(2)_T \otimes U(1)_Y$, que describe la interacción electrodébil, establece una interacción débil que tiene largo alcance, como el electromagnetismo, donde los bosones mediadores tienen masa nula. Sin embargo, la realidad es bien distinta, puesto que la interacción es de corto alcance y está caracterizada por una constante de Fermi, G_F . La simetría *gauge* se encuentra por tanto rota en la naturaleza.

Para explicar este fenómeno se le atribuyó al vacío la responsabilidad de la ruptura de la simetría, admitiendo la posibilidad de que en él determinados campos presenten un valor esperado no nulo, lo que vino en llamarse *Electroweak Spontaneous Symmetry Breaking* (EWSSB). Steven Weinberg añadió 4 campos escalares reales de espín cero a la teoría EW $SU(2)_T \otimes U(1)_Y$, dos de ellos con carga (ϕ_1^+ y ϕ_2^+) y otros dos neutros (ϕ_3^0 y ϕ_4^0), en la forma de un doblete escalar de isospín débil con $I^3 = 1/2$

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \phi^0(x) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1^+(x) + i\phi_2^+(x) \\ \phi_3^0(x) + i\phi_4^0(x) \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

En esta configuración, las 4 partículas escalares tienen hipercarga débil $Y = +1$. Al campo ϕ_3^0 se le obliga a tener un valor esperado en el vacío (VEV), v_0 , muy elevado: $\phi_3^0(x) = v_0 + H(x)$. Para ello se postula que el campo $\phi_3^0(x)$ se encuentra en autoacople, siendo la energía potencial de Higgs

$$V(\phi) = \mu^2(\phi^\dagger\phi) + \lambda(\phi^+\phi)^2, \quad \text{con } \mu^2 < 0 \text{ y } \lambda > 0 \quad (1.6)$$

que tiene un estado de mínima energía que se alcanza cuando el campo (sin partículas) toma el valor constante

$$\phi_0 = \langle 0 | \phi | 0 \rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 + i0 \\ v_0 + i0 \end{pmatrix}$$

siendo $v_0^2 = \frac{-\mu^2}{2\lambda} = (246.22 \text{ GeV})^2$. Dicho potencial y su VEV, que se pueden observar en la Figura 1.2, dan origen a una partícula de Higgs de masa $M_{H^0} = \sqrt{2\lambda v_0^2}$, carga eléctrica neutra e hipercarga +1.

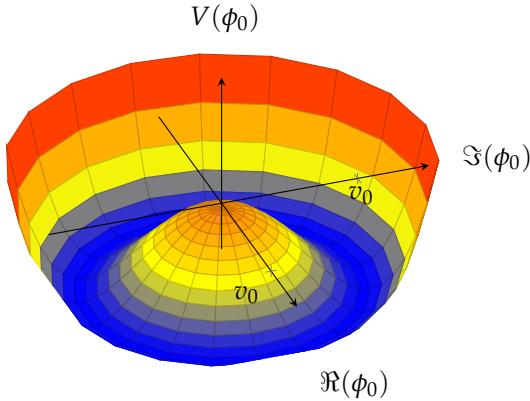


Figura 1.2: Representación del potencial de Higgs y del VEV.

Los bosones *gauge* W^\pm y Z^0 adquieren masa a través de la interacción con el bosón de Higgs, mientras que los gluones y fotones no adquieren masa. La simetría $SU(3)_C$ no se ve afectada por el mecanismo de Higgs, lo que explica que los gluones no adquieran masa. Sin embargo, los fotones sí interactúan directamente con el campo de Higgs, aunque la conservación de carga eléctrica de cuarks y leptones, $Q = I^3 + \frac{Y}{2}$, deja invariante al vacío, y por lo tanto los fotones no adquieren masa.

Finalmente, los fermiones del SM también se acoplan con el bosón de Higgs y adquieren sus masas, lo que se conoce en la literatura como acoplos de Yukawa. Las nueve constantes de acople de los fermiones al campo de Higgs, tal y como aparece en el recuento de la Tabla 1.1, son una entrada al SM, que tampoco explica por qué existen las tres familias de fermiones, idénticas entre ellas y solo distinguibles por su interacción con el campo de Higgs. En el SM los neutrinos son partículas sin masa. Sin embargo, experimentalmente, es un hecho conocido que los neutrinos sufren de oscilaciones de sabor, lo que implica que necesariamente han de tener masa¹.

1.2 Física de sabor en el SM

1.2.1 El término de Yukawa y la teoría de Kobayashi–Maskawa

El término de Yukawa, \mathcal{V}_Y , es el único en el SM que distingue entre las familias de fermiones, y es también el responsable de que existan transiciones entre familias de cuarks y la violación CP. En las interacciones electrodébiles los fermiones actúan o bien como singletes, fermiones a derechas tipo *up* y *down*, o como dobletes, fermiones a izquierdas tipo *up* y *down*.

¹El análisis a hacer en esta parte, y no incluído en el SM original, implicaría hacer uso del modelo de *mixing* de Pontecorvo–Maki–Nakagawa–Sakata (PMNS), muy similar al mecanismo de Kobayashi–Maskawa y que explicaría las oscilaciones de neutrinos y les conferiría masa.

1. Marco teórico

El término de Yukawa se puede separar en la parte correspondiente a cuarks y la correspondiente a leptones¹. Centrándose en la parte de cuarks,

$$\begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix}_L, U_R, D_R \quad \text{siendo} \quad U = \{u, c, t\}, D = \{d, s, b\} \quad (1.7)$$

quedando por tanto el acople del Higgs con los campos fermiónicos de cuarks,

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{YQ} = & - \left[\mathbf{G}^D (\bar{U}, \bar{D})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} D_R + \mathbf{G}^U (\bar{U}, \bar{D})_L \begin{pmatrix} \bar{\phi}^0 \\ -\phi^- \end{pmatrix} U_R \right] \\ & + \left[\mathbf{G}^{D*} \bar{D}_R \begin{pmatrix} \phi^- \\ \bar{\phi}^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix}_L + \mathbf{G}^{U*} \bar{U}_R \begin{pmatrix} \phi^0 \\ -\phi^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix}_L \right] \end{aligned} \quad (1.8)$$

siendo $\mathbf{G}^{U,D}$ matrices 3×3 , en general complejas. Cuando se produce la EWSB, el campo de Higgs (ϕ) adquiere su VEV en el vacío y la ecuación previa confiere masas a los cuarks.

Para obtener los estados *físicos* de los cuarks (autoestados de masa), las matrices $\mathbf{G}^{U,D}$ deben diagonalizarse (en una matriz diagonal \mathbf{M}) respecto a matrices unitarias, tales que $\mathbf{M}^{\{U,D\}} = \mathbf{V}_L^{\{U,D\}} \mathbf{G}^{\{UD\}} \mathbf{V}_R^{\{U,D\}\dagger}$. Como consecuencia, las corrientes cargadas acoplan al bosón W^\pm interaccionando con los cuarks con términos de la forma

$$-\frac{G_F}{\sqrt{2}} \left(W_\mu^+ \bar{U}_L \gamma^\mu \mathbf{V}_{CKM} D_L + W_\mu^- \bar{D}_L \gamma^\mu \mathbf{V}_{CKM}^+ U_L \right) \quad (1.9)$$

donde G_F es la constante de Fermi (la constante de acople débil), γ^μ las matrices de Dirac, y $\mathbf{V}_{CKM} = \mathbf{V}_L^U \mathbf{V}_L^D$ es la matriz de mezcla de Cabibbo–Kobayashi–Maskawa [7], dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{CKM} &= \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \\ &\approx \begin{pmatrix} 0.97427 \pm 0.00015 & 0.22534 \pm 0.00065 & 0.00351 \pm 0.00015 \\ 0.22520 \pm 0.00065 & 0.97344 \pm 0.00016 & 0.0412 \pm 0.0005 \\ 0.00867 \pm 0.00029 & 0.0404 \pm 0.0011 & 0.999146 \pm 0.000021 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1.10)$$

La matriz es no diagonal, y su estructura permite transiciones entre las diferentes generaciones de cuarks, dando lugar a procesos con intercambio de sabor pero no de carga. Estos procesos denominados de *Flavour Changing Neutral Currents* (FCNC), que es donde precisamente se ven involucradas las fases de la matriz y donde emana la violación CP. Es también gracias a la no diagonalidad de la matriz que se pueden producir las oscilaciones partícula–antipartícula de mesones neutros, que se detallarán en §1.2.2.

La matriz \mathbf{V}_{CKM} admite diferentes parametrizaciones, entre ellas la parametrización de Wolfenstein resulta particularmente útil, pues permite, dado que todos sus parámetros son de orden 1, desarrollar la matriz en

potencias de λ . Sus parámetros, definidos en función de los elementos de \mathbf{V}_{CKM} , son,

$$\lambda = \frac{|V_{us}|}{\sqrt{|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2}}, \quad A\lambda^2 = \lambda \left| \frac{V_{cb}}{V_{us}} \right| \quad \text{y} \quad A\lambda^3(\rho + i\eta)V_{ub}^*.$$

de modo que resulta

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{\text{CKM}} &= \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4) = \\ &= \begin{pmatrix} |V_{ud}| & |V_{us}| & |V_{ub}|e^{-i\gamma} \\ -|V_{cd}| & |V_{cs}| & |V_{cb}| \\ |V_{td}|e^{-i\beta} & -|V_{ts}|e^{i\beta_s} & |V_{tb}| \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^5). \end{aligned} \quad (1.11)$$

No son medibles cada una de las fases individuales de los 2×3 cuarks, ni tampoco la fase global de \mathbf{V}_{CKM} . Si se considera que \mathbf{V}_{CKM} es $N \times N$ generaciones de cuarks, entonces por ser unitaria tiene N^2 parámetros reales. De estos solo son medibles $(N - 1)^2 = N^2 - (2N - 1)$, puesto que se puede absorber una fase en cada campo de cuarks, y la fase global *no* es observable. Ahora bien, si \mathbf{V}_{CKM} fuese real, solo tendría $\frac{1}{2}N(N - 1)$ parámetros reales, quedando como parámetros complejos medibles $\frac{1}{2}(N - 1)(N - 2)$ fases. La matriz \mathbf{V}_{CKM} , de $N = 3$ generaciones, se parametriza con 3 parámetros reales y una fase compleja, y es precisamente esta última la que es fuente de violación CP en el SM (*vid. Apéndice 1.A*).

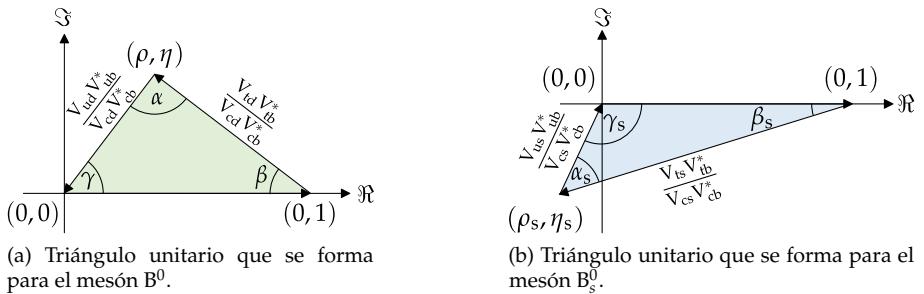


Figura 1.3: Dos de los triángulos que se pueden construir con los elementos de \mathbf{V}_{CKM} y la condición de unitariedad. Los triángulos no se encuentran dibujados a escala.

Por la condición de unitariedad se pueden construir diferentes triángulos con la matriz \mathbf{V}_{CKM} , que son motivo de profundos estudios de precisión del modelo de Kobayashi–Maskawa, entre ellos verificar la unitariedad de esta matriz. Uno de ellos, aunque casi degenerado en rectas, es el reflejado en la Figura 1.3b,

$$V_{us}V_{ub}^* + V_{cs}V_{cb}^* + V_{ts}V_{tb}^* = 0 \quad (1.12)$$

siendo el menor de los ángulos de este triángulo,

$$\beta_s = \arg \left(-\frac{V_{ts} V_{tb}^*}{V_{cs} V_{cb}^*} \right) \quad (1.13)$$

Asumiendo el SM, y haciendo un ajuste global combinando datos experimentales [10], se predice el valor ,

$$\varphi_s^{\text{SM}} = -2\beta_s = -36.9^{+1.0}_{-0.8} \text{ mrad.} \quad (1.14)$$

Cualquier desviación en el valor de φ_s (*vid. §2.1*), grande o pequeña, es una evidencia de física BSM, haciendo que sea un excelente observable para estas búsquedas.

1.2.2 Sistemas de mesones neutros

El número cuántico de sabor es conservado por dos de las interacciones del SM: la electromagnética y la interacción nuclear fuerte. Sin embargo, la interacción débil no conserva el sabor, $\Delta F \neq 0$. Sin pérdida de generalidad, se hará referencia al mesón B_s^0 como un mesón neutro genérico, puesto que es el estudiado en este trabajo.

El mesón $B_s^0[s\bar{b}]$ es un mesón neutro y que tiene por antipartícula al mesón $\bar{B}_s^0[\bar{s}b]$, que es su conjugado en el número cuántico de sabor y también neutro. Ambos pueden convertirse en su antipartícula mediante un proceso denominado oscilaciones mesón–antimesón, propiedad que comparten con todos los mesones neutros pesados. Las oscilaciones de mesones son posibles en el SM mediante diagramas como los de las Figura 1.4, y juegan un papel muy importante en la física de sabor, puesto que son muy sensibles a la existencia de nuevas partículas.

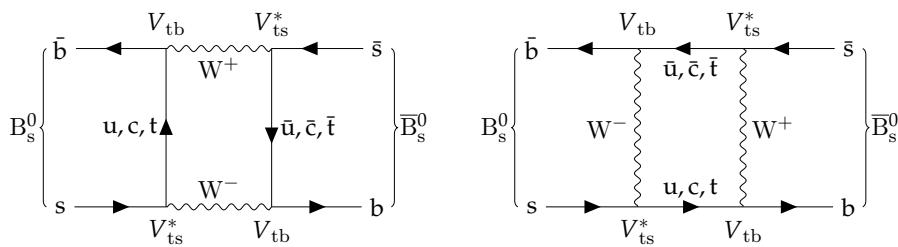


Figura 1.4: Diagramas de Feynman para la mezcla $B_s^0 - \bar{B}_s^0$.

La existencia de la interacción nuclear débil es la que provoca que estos mesones decaigan a otras partículas; sin ella, ambos mesones, B_s^0 y \bar{B}_s^0 , serían un par partícula–antipartícula estable con masa m_0 , y común a ambos. Así pues, puede decirse que $|B_s^0\rangle$ y $|\bar{B}_s^0\rangle$ son autoestados de las interacciones nuclear fuerte y electromagnética, siendo por tanto $\langle B_s^0 | \bar{B}_s^0 \rangle = 0$. Sin embargo,

una vez se considere el hamiltoniano débil, \mathcal{H}_W , este provocará que ambos mesones oscilen y decaigan a otros estados [11].

Se puede escribir el hamiltoniano del sistema en dos partes diferenciadas,

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_W,$$

una que cumple $\Delta F = 0$, el operador \mathcal{H}_0 ; y la parte débil, que tratamos como una perturbación, el operador \mathcal{H}_W .

Matriz de masa–desintegración

Como causa del *mixing* de sabor, los mesones neutros están sujetos a oscilaciones partícula–antipartícula, a través de transiciones débiles que cambian el sabor en 2 unidades ($\Delta F = 2$) o bien mediante un estado intermedio (con $\Delta F = 1$). En este caso, la corriente neutra de cambio de sabor (FCNC), que cambia el sabor en 2 unidades, es la responsable de las oscilaciones $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ ilustradas en los diagramas de Feynman de las Figura 1.4, y denominados por su topología diagramas de caja. Como resultado de la mezcla de sabor, el estado inicial después de la creación del mesón es una superposición de los estados con B_s^0 y \bar{B}_s^0 ,

$$|\psi(t)\rangle = a(t)|B_s^0\rangle + b(t)|\bar{B}_s^0\rangle.$$

En la aproximación de Wigner–Weisskopf, que omite las correcciones a la tasa de desintegración exponencial para tiempos muy bajos o muy altos, el hamiltoniano efectivo del sistema se puede escribir como

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^* & M_{22} \end{pmatrix} - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12}^* & \Gamma_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{M} - \frac{i}{2}\boldsymbol{\Gamma}$$

y que no es hermítico², en cuyo caso los mesones no decaerían y simplemente oscilarían. Este hamiltoniano ha de verificar la ecuación de Schrödinger

$$i\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} = \mathcal{H}_{\text{eff}} \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix}.$$

Expandiendo a segundo orden en teoría de perturbaciones [11], se encuentra que los elementos de las matrices de masa y desintegración son,

$$M_{ij} = m_0 \delta_{ij} + \langle i | \mathcal{H}_W^{\Delta F=2} | j \rangle + \sum_k \mathbb{P} \frac{\langle i | \mathcal{H}_W^{\Delta F=1} | k \rangle \langle k | \mathcal{H}_W^{\Delta F=1} | j \rangle}{m_0 - E_k}$$

$$\Gamma_{ij} = 2\pi \sum_k \delta(m_0 - E_k) \langle i | \mathcal{H}_W^{\Delta F=1} | k \rangle \langle k | \mathcal{H}_W^{\Delta F=1} | j \rangle.$$

En virtud de la invariancia CPT, $M \equiv M_{11} = M_{22}$ y $\Gamma \equiv \Gamma_{11} = \Gamma_{22}$. Los términos no diagonales son responsables del fenómeno de mezcla $B_s^0 - \bar{B}_s^0$,

²Sin embargo, tanto \mathbf{M} como $\boldsymbol{\Gamma}$ sí son matrices hermíticas ($\mathbf{M} = \mathbf{M}^\dagger$ y $\boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{\Gamma}^\dagger$), verificando además que $\mathbf{M} = \frac{1}{2}(\mathcal{H}_{\text{eff}} + \mathcal{H}_{\text{eff}}^\dagger)$ y $\boldsymbol{\Gamma} = i(\mathcal{H}_{\text{eff}} - \mathcal{H}_{\text{eff}}^\dagger)$.

que se produce con una frecuencia ω de oscilación de CKM, donde, para este caso B_s^0 , se involucra al elemento $V_{tb}^* V_{ts}$. La parte dispersiva M_{12} se corresponde con partículas virtuales de transiciones $\Delta F = 2$ y que están dominadas por partículas muy pesadas en el SM, como el cuark *top*. La parte absorbiva, Γ_{12} , se corresponde con transiciones de capa debidas a los modos desintegración que son comunes tanto a mesón como a anti-mesón, $\Delta F = 1$. Ninguno de estos últimos es autoestado de \mathcal{H} , puesto que no lo son de \mathcal{H}_W (aunque sí de \mathcal{H}_0), por lo que se necesita construir una nueva base. Diagonalizando el hamiltoniano respecto de una base $B_{sH,L}^0$, pesado y ligero respectivamente, aparecen estos dos autoestados que no oscilan, simplemente decaen. A cada uno de ellos les corresponde una masa $M_{H,L}$ y una anchura $\Gamma_{H,L}$. Los autovalores son

$$\mu_{H,L} = M - i \frac{\Gamma}{2} \pm Q = M - i \frac{\Gamma}{2} \pm \sqrt{\left(M_{12} - i \frac{\Gamma_{12}}{2} \right) \left(M_{12}^* - i \frac{\Gamma_{12}^*}{2} \right)}$$

de donde se sigue que

$$\Delta m = M_H - M_L = 2\Re(Q) \quad \Delta\Gamma = \Gamma_L - \Gamma_H = 4\Im(Q).$$

Los autoestados son mezclas de los estados de sabor, con coeficientes complejos, p y q , que satisfacen $p^*p + q^*q = 1$,

$$|B_{sH,L}^0\rangle = p|B_s^0\rangle \pm q|\bar{B}_s^0\rangle$$

siendo

$$\frac{q}{p} = \pm \sqrt{\frac{M_{12}^* - i \frac{\Gamma_{12}^*}{2}}{M_{12} - i \frac{\Gamma_{12}}{2}}}. \quad (1.15)$$

Evolución temporal

La evolución temporal de los dos autoestados viene dada por los autovalores,

$$|B_{sH,L}^0(t)\rangle = e^{-i\mu_{H,L}t} |B_{sH,L}^0(0)\rangle = e^{-i(m_{H,L} - \frac{1}{2}\Gamma_{H,L})t} |B_{sH,L}^0(0)\rangle.$$

Por su parte, la evolución temporal de los estados de sabor, B_s^0 y \bar{B}_s^0 , viene dada por las dos siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned} |B_s^0\rangle &= g_+(t)|B_s^0\rangle + \frac{q}{p}g_-(t)|\bar{B}_s^0\rangle \\ |\bar{B}_s^0\rangle &= g_+(t)|\bar{B}_s^0\rangle + \frac{p}{q}g_-(t)|B_s^0\rangle \end{aligned} \quad (1.16)$$

con la dependencia temporal expresada mediante las funciones

$$\begin{aligned} g_{\pm}(t) &= \frac{1}{2} \left(e^{-iM_L t} e^{-\frac{\Gamma_L}{2}t} \pm e^{-iM_H t} e^{-\frac{\Gamma_H}{2}t} \right) \\ &= \frac{1}{2} e^{-im_{B_s^0}t} e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \left(e^{i\frac{\Delta m}{2}t} e^{-\frac{\Delta\Gamma}{4}t} \pm e^{-i\frac{\Delta m}{2}t} e^{\frac{\Delta\Gamma}{4}t} \right). \end{aligned} \quad (1.17)$$

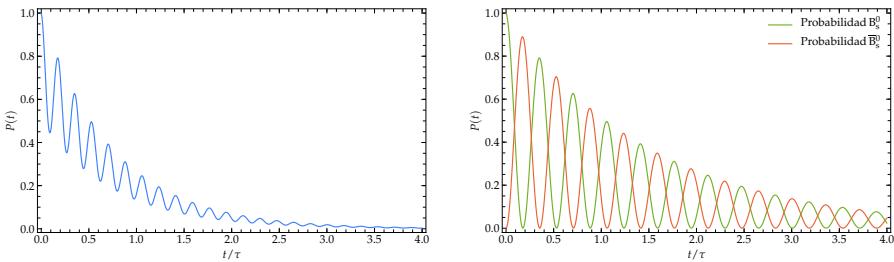


Figura 1.5: Probabilidad de observar un mesón B_s^0 o \bar{B}_s^0 — conjuntamente (izquierda) y separadamente (derecha) — a tiempo t y para un suceso inicial B_s^0 .

Entonces, para un determinado estado final $|f\rangle$ (y su conjugado), existen las cuatro siguientes posibles amplitudes

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_f &= \langle f | \mathcal{H}_W | B_s^0 \rangle & \mathcal{A}_{\bar{f}} &= \langle \bar{f} | \mathcal{H}_W | B_s^0 \rangle \\ \overline{\mathcal{A}_f} &= \langle f | \mathcal{H}_W | \bar{B}_s^0 \rangle & \overline{\mathcal{A}_{\bar{f}}} &= \langle \bar{f} | \mathcal{H}_W | \bar{B}_s^0 \rangle \end{aligned} \quad (1.18)$$

y donde se puede definir la cantidad compleja que gobierna las simetrías CP,

$$\lambda_f = \frac{q}{p} \frac{\overline{\mathcal{A}_f}}{\mathcal{A}_f}. \quad (1.19)$$

1.2.3 Violación CP

La parte teórica precisa de la existencia de una fase (*vid.* Apéndice 1.A), lo que implica en el terreno experimental que esta fase cuántica compleja aparezca y sea medida en procesos de interferencia. Estos procesos han de ser de amplitudes de tamaño similar y que interfieran entre ellas. Si se consideran las secciones eficaces para los procesos $M \rightarrow f$ y $\bar{M} \rightarrow \bar{f}$, se da la siguiente proporcionalidad:

$$\Gamma(M \rightarrow f) \sim e^{-\Gamma t} |\mathcal{A}_f|^2 \left| \frac{p}{q} \right|^2 \quad \bar{\Gamma}(\bar{M} \rightarrow \bar{f}) \sim e^{-\bar{\Gamma} t} |\overline{\mathcal{A}}_{\bar{f}}|^2 \left| \frac{p}{q} \right|^2.$$

A la vista de las expresiones, para ver cómo la interferencia entre amplitudes se ve reflejada en los módulos cuadrados y dónde podrían estar incluidas las fases que violarían la simetría CP, es útil escribir las amplitudes de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_f &= A_1 e^{i(\delta_1 + \varphi_1)} + A_2 e^{i(\delta_2 + \varphi_2)} \\ \overline{\mathcal{A}}_{\bar{f}} &= A_1 e^{i(\delta_1 - \varphi_1)} + A_2 e^{i(\delta_2 - \varphi_2)} \end{aligned} \quad (1.20)$$

donde la cantidad de violación CP vendrá dada por las llamadas fases de violación CP, φ , que emanan de los términos del lagrangiano que violan

CP (es decir, que cambian de signo al aplicarle \mathcal{CP}). En el SM esto solo puede suceder mediante la interacción débil y por lo tanto estas fases suelen denominarse fases débiles. Las fases que conservan CP, δ , provienen de términos del lagrangiano que son invariantes bajo \mathcal{CP} , y en el SM están típicamente relacionadas con la interacción fuerte, y por ello se denominan fases fuertes o hadrónicas. Además, para el caso de mesones neutros, como el B_s^0 , es útil definir

$$M_{12} = |M_{12}|e^{i\varphi_M}, \quad \Gamma_{12} = |\Gamma_{12}|e^{i\varphi_\Gamma} \quad (1.21)$$

En la literatura [11], suelen distinguirse 3 tipos de violación CP ligadas a asimetrías entre amplitudes, \mathcal{A} , que se desglosan a continuación.

Violación CP directa: CPV en la desintegración

Cuando las amplitudes de los procesos A_f y $\bar{A}_{\bar{f}}$ (el proceso conjugado) son distintas, entonces se tiene violación CP dado que [7]

$$\left| \frac{A_f}{\bar{A}_{\bar{f}}} \right| \neq 1 \quad \Rightarrow \quad \mathcal{A}_D = \frac{\bar{\Gamma} - \Gamma}{\bar{\Gamma} + \Gamma} = \frac{\left| \bar{A}_{\bar{f}}/A_f \right|^2 - 1}{\left| \bar{A}_{\bar{f}}/A_f \right|^2 + 1}.$$

Esta diferencia puede medirse en un proceso de interferencia y ser enorme puesto que

$$\mathcal{A}_D \propto |A_f|^2 - |\bar{A}_{\bar{f}}|^2 = -4A_1 A_2 \sin(\delta_1 - \delta_2) \sin(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (1.22)$$

Esta es la única fuente de violación CP en sistemas de mesones cargados (puesto que estos no se ven afectados por la mezcla, $\Delta F = 1$).

Violación CP indirecta: CPV (y TV) en la mezcla

Se define la violación CP en la mezcla mediante [7]

$$\left| \frac{q}{p} \right| \neq 1 \quad \Rightarrow \quad \mathcal{A}_M = \frac{d\bar{\Gamma}/dt - d\Gamma/dt}{d\bar{\Gamma}/dt + d\Gamma/dt} = \frac{1 - |q/p|^4}{1 + |q/p|^4}, \quad (1.23)$$

un tipo de violación CP que se ha visto y medido en desintegraciones semileptónicas. Nótese que esta asimetría de tasas de desintegración dependientes del tiempo es, de hecho, no dependiente del tiempo.

Si se manifiesta esta violación CP, vendría a indicar que en los procesos con $\Delta F = 2$ la mezcla que se produce en las Figuras ?? y ?? es distinta. Un proceso de violación CP en este caso requeriría de contribuciones en la mezcla que son similares en tamaño. Bajo la aproximación $M_{12} \gg \Gamma_{12}$ (válida para el B_s^0), esta asimetría en desintegraciones de mesones neutros es

$$\mathcal{A}_M \propto \left| \frac{\Gamma_{12}}{M_{12}} \right| \sin(\varphi_M - \varphi_\Gamma), \quad (1.24)$$

aunque se trata de un factor pequeño y difícil de calcular, puesto que involucra *long-distance physics*.

Violación CP en la interferencia

Medir violación CP a través de asimetrías directas (§1.2.3) o en el *mixing* (§1.2.3) no es la única forma de acceder a las fases de la matriz V_{CKM} . Se puede también medir procesos de interferencia más sutiles donde no haya tanto protagonismo de las fases fuertes³. La interferencia puede producirse entre la desintegración del mesón y su oscilación partícula–antipartícula, en el estado entrelazado que se produce antes de la desintegración. La teoría EW es capaz, por sí misma, de convertir espontáneamente un mesón neutro en su antipartícula a través, principalmente, del cuark *top*, aunque también de *up* y *charm*, como se observa en las Figuras ?? y ??: se van intercambiando B_s^0 y \bar{B}_s^0 con una cierta frecuencia. Si ambos mesones tienen el mismo estado final, $f = \bar{f}$, entonces estos podrán decaer al estado final habiendo o no oscilado previamente (*vid.* Figura 1.6). Es posible observar violación CP incluso en ausencia de violación CP directa e indirecta, $|\lambda_f| = 1$. En este caso, λ_f es una fase pura, típicamente [7],

$$\Im(\lambda_f) \neq 0 \Rightarrow \mathcal{A}_\lambda = \frac{d\Gamma(\bar{M} \rightarrow f)/dt - d\Gamma(M \rightarrow f)/dt}{d\Gamma(\bar{M} \rightarrow f)/dt + d\Gamma(M \rightarrow f)/dt} \propto \Im(\lambda_f) \sin(\Delta m t). \quad (1.25)$$

De este modo, la fase medida aquí sería una fase débil, sin influencia de fases hadrónicas.

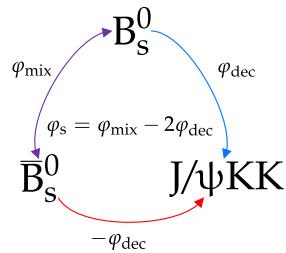


Figura 1.6: Interferencia entre la desintegración directa y la desintegración después de la mezcla.

1.A Fases de CKM y violación CP

La fase compleja de la matriz CKM es la única fuente de violación CP que se contempla en el sector electrodébil⁴ de cuarks en el SM. Este mecanismo no permite explicar la gran asimetría materia–antimateria que se observa en el Universo actual, por lo tanto deben existir otros procesos adicionales que dieron lugar a esta composición.

³En la Ecuación (1.22), se observa el seno de la diferencia de fases fuertes, que puede ser pequeño en algunos casos; y en dichos casos ‘suprime’ la posibilidad de observar los fenómenos de interferencia.

⁴Siendo precisos, puede existir violación CP que provenga de interacciones fuertes, mediante el parámetro de violación CP de QCD (*vid.* Tabla 1.1). Sin embargo, este parámetro es muy pequeño e irrelevante en el caso de desintegraciones hadrónicas.

1. Marco teórico

Para ver por qué las fases de \mathbf{V}_{CKM} tienen la capacidad de generar violación CP, vamos a suponer una colisión a 2 cuerpos entre cuarks libres, que denominaremos genéricamente $a b \rightarrow c d$.

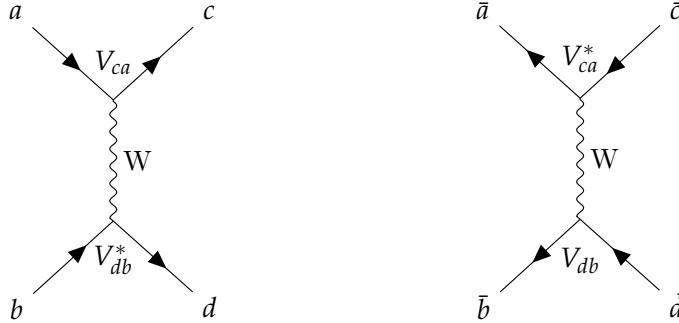


Figura 1.7: Diagramas de Feynman para el proceso $a b \rightarrow c d$ (izquierda) y para su proceso conjugado (derecha).

En el lagrangiano electrodébil para las corrientes cargadas, es decir, el de la teoría V-A, todos los términos incluyen al hermítico conjugado. Esto quiere decir que el hamiltoniano de este proceso será $\mathcal{H} \sim M + M^+$, donde $M^+ = M^*$ describe el proceso $cd \rightarrow ab$ (el proceso revertido en el tiempo, es decir, tras la aplicación del operador \mathcal{T}). Por tanto, la invariancia CP no consiste en que, al aplicar \mathcal{CP} a los espinores involucrados, las amplitudes M y $M_{CP} = \mathcal{CP}M$ sean iguales (que sería imposible), sino en que $M_{CP} = M^*$. Es evidente que esto es condición necesaria y suficiente para que

$$[\mathcal{CP}, \mathcal{H}] = 0 \Leftrightarrow (\mathcal{CP})^{-1}M(\mathcal{CP}) = M^*.$$

Se debe, por tanto, comparar en detalle M , M_{CP} y M^+ . Para M y su correspondiente M^+ se tiene,

$$\begin{aligned} M &\sim (J_{ca})^\mu (J_{bd})_\mu^+ \\ &\sim [\bar{u}_c \gamma^\mu (1 - \gamma^5) V_{ca} u_a] [\bar{u}_b \gamma_\mu (1 - \gamma^5) V_{bd} u_d]^+ \\ &= V_{ca} V_{db}^* [\bar{u}_c \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_a] [\bar{u}_d \gamma_\mu (1 - \gamma^5) u_b] \\ M^+ &\sim V_{ca}^* V_{db} [\bar{u}_a \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_c] [\bar{u}_b \gamma_\mu (1 - \gamma^5) u_d] \end{aligned}$$

Ahora, al calcular M_{CP} hay que considerar que $u_C = C \bar{u}^\top$ y $\bar{u}_C = -u^\top C^{-1}$ ⁵, luego el conjugado de $(J_{ca})^\mu = \bar{u}_c \gamma^\mu (1 - \gamma^5) V_{ca} u_a$ es

$$\begin{aligned} (J_{ca})^\mu_C &= -V_{ca} u_c^\top C^{-1} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) C \bar{u}_a^\top \\ &= +V_{ca} u_c^\top [\gamma^{\mu\top} (1 - \gamma^5)^\top] \bar{u}_a^\top \\ &= -V_{ca} \bar{u}_a \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_c \end{aligned}$$

⁵El operador de conjugación de carga es $C = i\gamma^2\gamma^0$ y el operador de paridad es exactamente $\mathcal{P} = \gamma^0$.

ahora bien, el operador paridad sobre la regla del vértice, actúa como $\mathcal{P}^{-1}\gamma^\mu(1 + \gamma^5)\mathcal{P} = \gamma^{\mu+}(1 - \gamma^5)$ y, recordando que $\gamma^{\mu\top} = g^{0\mu}\gamma_\mu$ (con $g^{0\mu}g_{0\mu} = 1$),

$$(J_{ca})^\mu_{CP} = -V_{ca}\bar{u}_a\gamma^\mu(1 - \gamma^5)u_c.$$

De este modo se obtiene que el elemento de matriz, tras aplicarle el operador \mathcal{CP} , es

$$M_{CP} = V_{ca}[\bar{u}_a\gamma^\mu(1 - \gamma^5)u_c]V_{db}^*[\bar{u}_b\gamma_\mu(1 - \gamma^5)u_b]$$

La invariancia CP exige, por tanto, que $V_{ca}V_{db}^*$ sea real, ya que solo así se logra $M \leftrightharpoons M^+$, para que \mathcal{H} sea invariante; luego la presencia de fases rompe la simetría CP. Entonces, las amplitudes de desintegración para cuarks a izquierdas, $\mathcal{A}_f = \langle f|T|i\rangle$, y para antiguarks a derechas, $\bar{\mathcal{A}}_{\bar{f}} = \langle \bar{f}|T|\bar{i}\rangle$, pueden ser distinguidas tan 'solo' en una fase. Además, ni la interacción fuerte ni la electromagnética distinguen entre partículas a izquierdas o a derechas, tan solo la interacción débil, que viola paridad, lo hace.

Fenomenología del $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$

Los efectos de violación CP pueden aparecer en este canal, $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$, de tres formas distintas: en la oscilación $B_s^0 - \bar{B}_s^0$, en la desintegración del mesón y también en la interferencia entre la oscilación y el decaimiento. Este trabajo se centra principalmente en el estudio de la tercera de ellas, es decir, las asimetrías \mathcal{A}_λ , de la Ecuación (1.25).

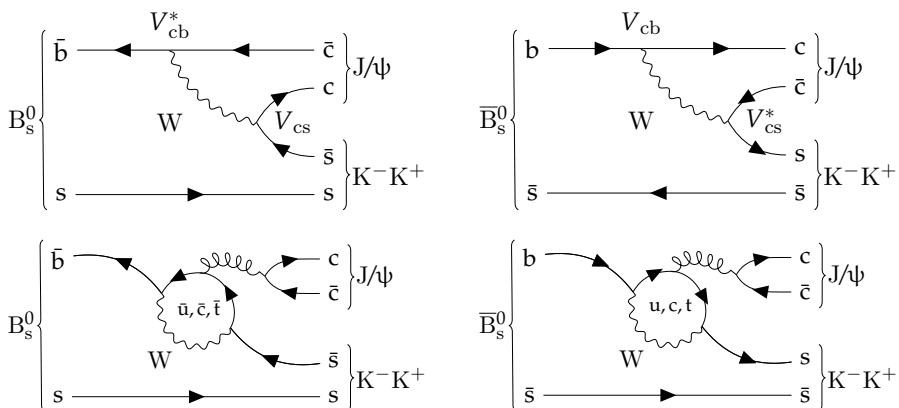


Figura 2.1: Diagramas de Feynman para la desintegración de ambos mesones en J/ψ y $K^+ K^-$ a nivel árbol (arriba) y penguin (abajo).

2.1 La fase débil φ_s

La fase φ_s es un parámetro clave en el sistema $B_s^0 - \bar{B}_s^0$. Está íntimamente relacionada con la CPV descrita en §1.2.3, manifestándose en la evolución temporal de las transiciones $b \rightarrow c \bar{s}$. Para el canal estudiado, el estado final $f = J/\psi K^+ K^-$ es común a mesón y antimesón (Figura 2.1).

Se debe resaltar que no es necesario que exista violación CP en la mezcla o en el decaimiento, aún así se puede acceder a CPV en la fase de λ_f . La asimetría \mathcal{A}_λ puede desvanecerse para un cierto tiempo, t , y por ello es preciso medirla sin integrar esta asimetría en el tiempo, como función de la tasa de desintegración diferencial (*vid. §2.2*). La fase de λ_f es precisamente φ_s a nivel árbol, que puede expresarse en términos de los elementos de V_{CKM} :

$$\begin{aligned}\varphi_s = \arg(\lambda_f) &= \arg\left(\frac{p}{q} \frac{\mathcal{A}_f}{\bar{\mathcal{A}}_{\bar{f}}}\right) = \arg\left(\frac{V_{ts} V_{tb}^*}{V_{ts}^* V_{tb}} \frac{V_{cb} V_{cs}^*}{V_{cb}^* V_{cs}}\right) \\ &= \arg\left(\left[\frac{V_{ts} V_{tb}^*}{V_{cs} V_{cb}^*}\right]^2\right) = 2\arg\left(\frac{V_{ts} V_{tb}^*}{V_{cs} V_{cb}^*}\right) = -2\beta_s.\end{aligned}\quad (2.1)$$

que es la fase que aparece en el elemento de matriz CKM $V_{ts} = |V_{ts}|e^{-\beta_s}$, que se podía ver en la Ecuación (1.13). Esto es así porque atendiendo a la Ecuación (1.15), se tiene que

$$\frac{q}{p} \sim \sqrt{\frac{M_{12}^*}{M_{12}}} \sim \frac{V_{ts} V_{tb}^*}{V_{ts}^* V_{tb}},$$

y por otra parte, a la vista de las Figuras ?? y ??,

$$\frac{\mathcal{A}_f}{\bar{\mathcal{A}}_{\bar{f}}} \sim \frac{V_{cb} V_{cs}^*}{V_{cb}^* V_{cs}}.$$

El canal $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$ es el *golden channel* para la medida más precisa de la fase φ_s , respecto de otros canales que involucren transiciones $b \rightarrow c\bar{s}$. Ahora bien, el escoger este desintegración con dos resonancias de espín 1, J/ψ y ϕ , implica que la suma de los espines debe compensarse con el momento angular entre ambos, puesto que B_s^0 tiene espín cero y se debe conservar el momento angular. Entonces, debido a la presencia de este momento angular, ℓ , $J/\psi\phi$ no es un autoestado \mathcal{CP} puro, sino una mezcla de amplitudes pares e impares bajo \mathcal{CP} . Por tanto, para poder medir correctamente φ_s , se deben desentrelazar las amplitudes \mathcal{CP} -pares y \mathcal{CP} -impares mediante el análisis angular del canal que se presenta en la siguiente sección [12].

El hecho de que la predicción del valor de φ_s^{SM} , para el canal $B_s^0 \rightarrow J/\psi\phi$, sea suficientemente precisa —Ecuación (1.14)—, hace que la presencia de física BSM pueda desplazar significativamente el valor experimental del teórico. Ahora bien, hay que tener en cuenta, dada la mejora en la precisión de LHCb, las contribuciones tipo *penguin*, para no confundirlas con nuevas partículas. De este modo, la fase realmente medida se expresa

$$\varphi_s^{\text{eff}} = \varphi_s^{\text{SM}} + \varphi_s^{\text{peng}} + \varphi_s^{\text{BSM}} \quad (2.2)$$

y que en adelante se escribirá simplemente como φ_s . Existen cálculos de las contribuciones de los diagramas *penguin* en el SM, pero estas no son muy precisas, puesto que involucran cálculos no perturbativos en QCD [13].

2.2 Tasa de desintegración diferencial

Para el decaimiento $B_s^0 \rightarrow (\mu^- \mu^+)_{J/\psi} (K^+ K^-)$, la expresión de la tasa de desintegración diferencial se escribe como [13]

$$\frac{d^4\Gamma}{dt d\Omega} \propto |\mathcal{A}_T(t)|^2, \quad (2.3)$$

donde $\mathcal{A}_T(t)$ es una amplitud compleja, dependiente del tiempo y con una cierta descomposición en ondas parciales. En la región de masa del $\phi(1020)$ existen principalmente dos contribuciones: la propia resonancia del ϕ y la componente de onda S en esta región de masa. Esta última se supone $f_0(980)$, aunque podría tener una componente no resonante también. Además conviene, para otros análisis [14], tener en cuenta la onda D del $f'_2(1525)$, una resonancia de espín 2 que se encuentra en la región más alta de masa del sistema $K^+ K^-$. De este modo, la descomposición para este canal en amplitudes constará de 7: una amplitud para espín 0, y tres amplitudes para espines 1 y 2.

Como hay 7 amplitudes, se puede escribir la amplitud $\mathcal{A}_T(t)$

$$\mathcal{A}_T(t) = \sum_{k=1}^7 \mathcal{A}_k(t). \quad (2.4)$$

de forma que su módulo cuadrado dará lugar a una suma de 28 términos, que constituirán la sección eficaz diferencial.

La tasa de desintegración cuádruplo-diferencial se puede expresar separadamente en función de productos de funciones angulares (§2.2.1), $\Omega_{ij}(\theta_\mu, \theta_K, \phi)$ (*vid. Tabla 2.5*), y de la evolución temporal (§2.2.2), que vendrá dada por $h_{ij}(t)$:

$$\frac{d^4\Gamma}{dt d\cos\theta_K d\cos\theta_\mu d\phi} \propto \sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^i N_{ij} h_{ij}(t) \Omega_{ij}(\theta_\mu, \theta_K, \phi). \quad (2.5)$$

2.2.1 Distribución angular

El análisis angular es preciso para separar los estados con $\eta = +1$ y $\eta = -1$. Generalmente se expresa la distribución angular en términos de los ángulos de helicidad que, a la vista de la Figura 2.2, son: θ_μ , el ángulo que se forma entre la dirección del μ^+ respecto del J/ψ en reposo y la dirección del J/ψ respecto del B_s^0 (\bar{B}_s^0) en reposo; θ_K , el ángulo que se forma entre la dirección del K^+ respecto del sistema $K^+ K^-$ en reposo y la dirección del sistema $K^+ K^-$ respecto del B_s^0 (\bar{B}_s^0) en reposo; y finalmente ϕ , el ángulo que forman los planos de desintegración del J/ψ y del sistema $K^+ K^-$. De este modo, la parte angular de la sección eficaz diferencial es

$$\frac{d^3\Gamma}{d\Omega} = \frac{d^3\Gamma}{d\cos\theta_K d\cos\theta_\mu d\phi} \propto |\Omega(\cos\theta_K, \cos\theta_\mu, \phi)|^2 \quad (2.6)$$

2. Fenomenología del $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$

Para las desintegraciones $B_s^0 \rightarrow J/\psi(\mu^-\mu^+)K^+K^-$, la tasa de desintegración se obtiene sumando sobre la polarización (no observada) de los muones. La parte independiente del tiempo de esta tasa es [15]

$$H(\theta_\mu, \theta_K, \phi) = \sum_{\alpha=\pm 1} \left| \sum_{\lambda=-j}^{+j} \sqrt{\frac{2j+1}{4\pi}} e^{i\lambda\phi} d_{\lambda,\alpha}^1(\theta_\mu) d_{-\lambda,0}^j(\theta_K) \right|^2 \quad (2.7)$$

donde λ es la helicidad del J/ψ ; $\alpha = \pm 1$, la diferencia entre la helicidad de los dos muones; y j , el espín del sistema K^+K^- del estado intermedio. Las matrices $d_{\lambda,\alpha}^j$ de Wigner pueden expresarse como función de polinomios asociados de Legendre, y su funcionamiento es similar a la matriz de rotación de Euler, pero como su versión cuantizada (*vid.* Apéndice 2.A). En la base de helicidad podemos aprovechar que cada estado está identificado por el número cuántico de espín j y por $\lambda = -1, 0, +1$.

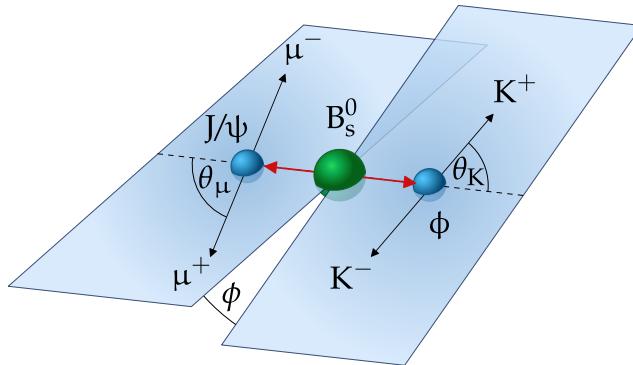


Figura 2.2: Definición de los ángulos de helicidad.

Ahora conviene hacer una rotación a la base de las amplitudes de transversalidad, que son

$$\begin{aligned} S : \quad i = 1 \quad \mathcal{A}_S &= H_{0,0} \\ P : \quad i = 2 \quad \mathcal{A}_{\perp} &= \frac{\sqrt{2}}{2}(H_{1,+1} - H_{1,-1}) \\ i = 3 \quad \mathcal{A}_0 &= H_{1,0} \\ i = 4 \quad \mathcal{A}_{\parallel} &= \frac{\sqrt{2}}{2}(H_{1,+1} + H_{1,-1}) \\ D : \quad i = 5 \quad \mathcal{A}_{2\perp} &= \frac{\sqrt{2}}{2}(H_{2,+1} - H_{2,-1}) \\ i = 6 \quad \mathcal{A}_{20} &= H_{2,0} \\ i = 7 \quad \mathcal{A}_{2\parallel} &= \frac{\sqrt{2}}{2}(H_{2,+1} + H_{2,-1}) \end{aligned} \quad (2.8)$$

que se corresponden con estados con autovalores de \mathcal{CP} bien definidos. De este modo, la parte angular de la sección eficaz vendría dada por los

coeficientes Ω_{ij} del Apéndice 2.B,

$$\frac{d^3\Gamma}{d \cos \theta_K d \cos \theta_\mu d\phi} \propto \sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^i N_{ij} \Omega_{ij}(\theta_\mu, \theta_K, \phi). \quad (2.9)$$

| Onda | \perp | 0 | \parallel |
|------|---------|----|-------------|
| S | | -1 | |
| P | -1 | +1 | +1 |
| D | +1 | -1 | -1 |

Cuadro 2.1: Signatura, η , de los autovalores de \mathcal{CP} para las amplitudes de transversalidad.

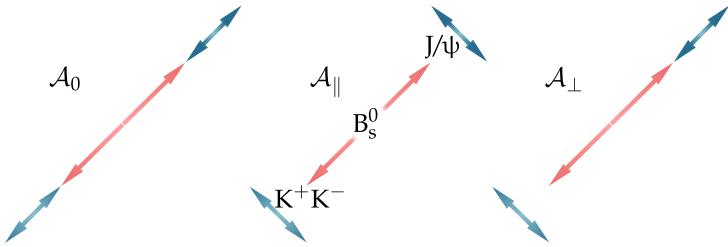


Figura 2.3: Configuraciones de polarización en la base de transversalidad.

2.2.2 Dependencia temporal

Como hemos visto en §1.2.2, debido a la mezcla $B_s^0 - \bar{B}_s^0$, cada una de las amplitudes de polarización \mathcal{A}_k se describe como

$$\mathcal{A}_k(t) = g_+(t) \mathcal{A}_k^0 + \eta_k \frac{q}{p} g_-(t) \bar{\mathcal{A}}_f^0 \quad (2.10)$$

donde el superíndice 0 indica que se trata de las amplitudes a $t = 0$; η_k es el signo del autovalor de \mathcal{CP} , dependiendo del comportamiento de la amplitud bajo paridad; p y q son parámetros que contiene la física del *mixing*; y las funciones dependientes del tiempo $g_{\pm}(t)$ se corresponden con la Ecuación (1.17), verificándose además la relación entre las amplitudes

$$\frac{q}{p} \frac{\bar{\mathcal{A}}_k^0}{\mathcal{A}_k^0} = \eta_k e^{i\varphi_{sk}} \quad (2.11)$$

con φ_s dada por la Ecuación (2.17).

Centrándose solo en una contribución k , la tasa de desintegración dependiente del tiempo puede expresarse como

$$\begin{aligned} \Gamma(t) &\propto e^{-\Gamma t} \left[\frac{|A|^2 + |\bar{A}|^2}{2} \cosh \left(\frac{\Delta\Gamma}{2} t \right) + \frac{|A|^2 - |\bar{A}|^2}{2} \cos(\Delta m t) - \right. \\ &\quad \left. \Re(A^* \bar{A}) \sinh \left(\frac{\Delta\Gamma}{2} t \right) - \Im(A^* \bar{A}) \sinh(\Delta m t) \right] \\ \bar{\Gamma}(t) &\propto e^{-\Gamma t} \left[\frac{|A|^2 + |\bar{A}|^2}{2} \cosh \left(\frac{\Delta\Gamma}{2} t \right) - \frac{|A|^2 - |\bar{A}|^2}{2} \cos(\Delta m t) - \right. \\ &\quad \left. \Re(A^* \bar{A}) \sinh \left(\frac{\Delta\Gamma}{2} t \right) + \Im(A^* \bar{A}) \sinh(\Delta m t) \right] \end{aligned} \quad (2.12)$$

o, previa definición de estos coeficientes (*vid. 2.B*),

$$\begin{aligned} a_{ij} &= \mathcal{A}_i(0)\mathcal{A}_j^*(0) + \bar{\mathcal{A}}_i(0)\bar{\mathcal{A}}_j^*(0) \\ b_{ij} &= - \left(\mathcal{A}_i(0)\bar{\mathcal{A}}_j^*(0) + \bar{\mathcal{A}}_i(0)\mathcal{A}_j^*(0) \right) \\ c_{ij} &= \mathcal{A}_i(0)\mathcal{A}_j^*(0) - \bar{\mathcal{A}}_i(0)\bar{\mathcal{A}}_j^*(0) \\ d_{ij} &= -i \left(\mathcal{A}_i(0)\bar{\mathcal{A}}_j^*(0) - \bar{\mathcal{A}}_i(0)\mathcal{A}_j^*(0) \right). \end{aligned} \quad (2.13)$$

se puede convenientemente reescribir, para una población inicial de B_s^0 , como

$$\frac{d\Gamma}{dt} \propto \sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^i h_{ij}(t) \quad (2.14)$$

donde las funciones dependientes del tiempo, h_{ij} , vienen dadas por

$$\begin{aligned} h_{ij}(t) &= e^{-\Gamma t} \left[a_{ij} \cosh \left(\frac{\Delta\Gamma}{2} t \right) + c_{ij} \cos(\Delta m t) + \right. \\ &\quad \left. b_{ij} \sinh \left(\frac{\Delta\Gamma}{2} t \right) + d_{ij} \sinh(\Delta m t) \right] \end{aligned} \quad (2.15)$$

en donde, a la vista de la Ecuación (2.12), se puede obtener la expresión para una población inicial de \bar{B}_s^0 , cambiando de signo los coeficientes c_{ij} y d_{ij} .

Para distinguir mejor los términos susceptibles de violación CP, se escriben las amplitudes

$$\mathcal{A}_f^0 = \sqrt{1 - \mathcal{A}_D} e^{-i\varphi_D} A_f^0, \quad \bar{\mathcal{A}}_f^0 = \sqrt{1 + \mathcal{A}_D} e^{i\varphi_D} \bar{A}_f^0$$

de modo que \mathcal{A}_D es una CPV directa y φ_D es una fase débil que da cuenta de la desintegración

$$\mathcal{A}_D = \frac{|\mathcal{A}_f^0|^2 - |\bar{\mathcal{A}}_f^0|^2}{|\mathcal{A}_f^0|^2 + |\bar{\mathcal{A}}_f^0|^2}, \quad \varphi_D = \frac{\arg(\bar{\mathcal{A}}_f^0) - \arg(\mathcal{A}_f^0)}{2}. \quad (2.16)$$

La fase de interferencia entre el *mixing* y el *decay* es por tanto,

$$\varphi_s \equiv \varphi_s^{J/\Psi KK} = \varphi_M + 2\varphi_D \quad (2.17)$$

que junto con $|\lambda|$, son los parámetros que se pretenden medir con precisión en este análisis

$$|\lambda| = \frac{\sqrt{1 + \mathcal{A}_D}}{\sqrt{1 - \mathcal{A}_D}}. \quad (2.18)$$

2.3 Distribuciones de masa

Como se decía en la §2.2, a la hora de parametrizar el espectro de masas en la región del $\phi(1020)$ se usan la propia resonancia ϕ de espín 1 y la contribución de onda S de espín 0¹. A continuación se describen las dependencias de masa junto con los *barrier factors*. En lo sucesivo se tomarán las masas, m_* , y anchuras, Γ_* , como las nominales de la Tabla 2.2.

| Partícula | m (MeV/ c^2) | Γ |
|--------------|-------------------------|-----------------------|
| K^\pm | 493.677 ± 0.016 | |
| K^0 | 497.611 ± 0.013 | |
| π^\pm | 139.57061 ± 0.00024 | |
| π^0 | 134.9770 ± 0.0005 | |
| $\phi(1020)$ | 1019.461 ± 0.016 | 4.249 ± 0.013 MeV |
| J/ψ | 3096.900 ± 0.006 | |
| B_s^0 | 5366.89 ± 0.19 | |
| $f_0(980)$ | 949.9 ± 2.1 | |
| $f'_2(1525)$ | 1522_{-3}^{+6} | 84_{-8}^{+12} keV |

Cuadro 2.2: Masas nominales de partículas tomados de [7, primer bloque] y [16, segundo bloque].

La amplitud $R(m)$ se usa para describir la *line-shape* de masa de la resonancia R , en este caso correspondientes a f_0 , ϕ y f'_2 . Se combina esta función con las propiedades del decaimiento del B_s^0 , resultando la expresión [16]

$$\mathcal{M}_R = \sqrt{2j+1} \sqrt{q_m, q_{B_s^0}} \mathfrak{B}_j R(m) \quad (2.19)$$

siendo j el espín de la resonancia, \mathfrak{B}_j los *barrier factors* y $\sqrt{q_m, q_{B_s^0}}$ el factor de espacio fásico, para tener en cuenta la cinemática de la desintegración a cuatro cuerpos se tiene que incluir una densidad de espacio fásico. El espacio fásico va a depender de los momentos q_{K^-} (q_{K^+}), momento del K^- (K^+) respecto

¹La región de alta masa suele parametrizar f'_2 (de espín 2), aunque no afecta mucho en la ventana de masa que aquí se emplea.

2. Fenomenología del $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$

del sistema en reposo $K^+ K^-$; y $q_{B_s^0}$, momento del sistema $K^+ K^-$ respecto del sistema en reposo del B_s^0 . Todos esos momentos se construyen de la forma:

$$q_m \equiv q(m, m_1, m_2) = \frac{1}{2} \sqrt{m^2 + \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2}{m^2} - 2(m_1^2 + m_2^2)} \quad (2.20)$$

y por lo tanto se definen $q_m \equiv q(m_R, m_{K^-}, m_{K^+})$, donde m_R es la masa de la resonancia, y $q_{B_s^0} \equiv q(m_{B_s^0}, m, m)$.

Los *barrier factors* de momento angular se construyen como [17]

$$\mathfrak{B}_j = \left[B_\ell(q_{B_s^0}, \tilde{q}_{K^+ K^-}) \left(\frac{q_{B_s^0}}{\tilde{q}_{K^+ K^-}} \right)^\ell \right] \left[B_j(q_m, \tilde{q}_m) \left(\frac{q_m}{\tilde{q}_m} \right)^j \right] \quad (2.21)$$

siendo $B_j(q, q_0) \equiv B(j, q, q_0)$ los Blatt–Weisskopf *barrier factors*, que hasta $j = 2$ son:

$$B_0 = 1, \quad B_1 = \sqrt{\frac{1 + (q_0 d)^2}{1 + (qd)^2}}, \quad B_2 = \sqrt{\frac{9 + 3(q_0 d)^2 + (q_0 d)^4}{9 + 3(qd)^2 + (qd)^4}}, \quad (2.22)$$

donde el parámetro d se corresponde con el tamaño característico de la partícula que decae y se mantiene fijo en $d = \frac{3 \times 10^{-3}}{j}$.

Para cada una de las contribuciones se emplea una resonancia $R(m)$, para lo que se hace uso de las siguientes distribuciones [12]:

Distribución de Breit–Wigner Tanto la resonancia $\phi(1020)$, vectorial, como $f'_2(1525)$, tensorial, se parametrizan con una función Breit–Wigner relativista que se define como:

$$\mathcal{B}(m; m_0, \Gamma_0, m_1, m_2, j) = \frac{1}{(m_0^2 - m^2) - im_0\Gamma(m; m_0, \Gamma_0, m_1, m_2, j)} \quad (2.23)$$

La función $\Gamma(m; m_0, \Gamma_0, m_1, m_2, j)$, llamada *running width*, viene dada por

$$\Gamma(m; m_0, \Gamma_0, m_1, m_2, j) = \Gamma_0 \left(\frac{q_m}{q_0} \right)^{2j+1} \frac{m_0}{m} B_j(q_m, q_0) \quad (2.24)$$

Distribución de Flatté Para la resonancia $f_0(980)$, escalar, se parametriza con una función Breit–Wigner relativista modificada, denominada distribución de Flatté, definida tal que así:

$$\mathcal{F}(m; m_0) = \frac{1}{(m_0^2 - m^2) - im_0(\Gamma_K + \Gamma_\pi)} \quad (2.25)$$

siendo,

$$\Gamma_K = \sqrt{1 - \frac{m_K^2}{m^2}}, \quad \Gamma_\pi = \sqrt{1 - \frac{m_\pi^2}{m^2}}. \quad (2.26)$$

La masa del polo del $f_0(980)$ está muy cerca del umbral cinemático para decaer en dos kaones. Debido a las condiciones de unitariedad, este efecto distorsiona significativamente la forma del f_0 en el espectro de masa de dos piones [18].

2.3.1 Contribuciones de masa

El espectro de masa M_{KK} estará formado a lo sumo por tres componentes que se construirán con Ecuación 2.19 y los parámetros de la Tabla 2.2. Las formas de las distribuciones y sus fases pueden verse en la Figura 2.4, donde pueden apreciarse diferentes contribuciones dependiendo del la masa.

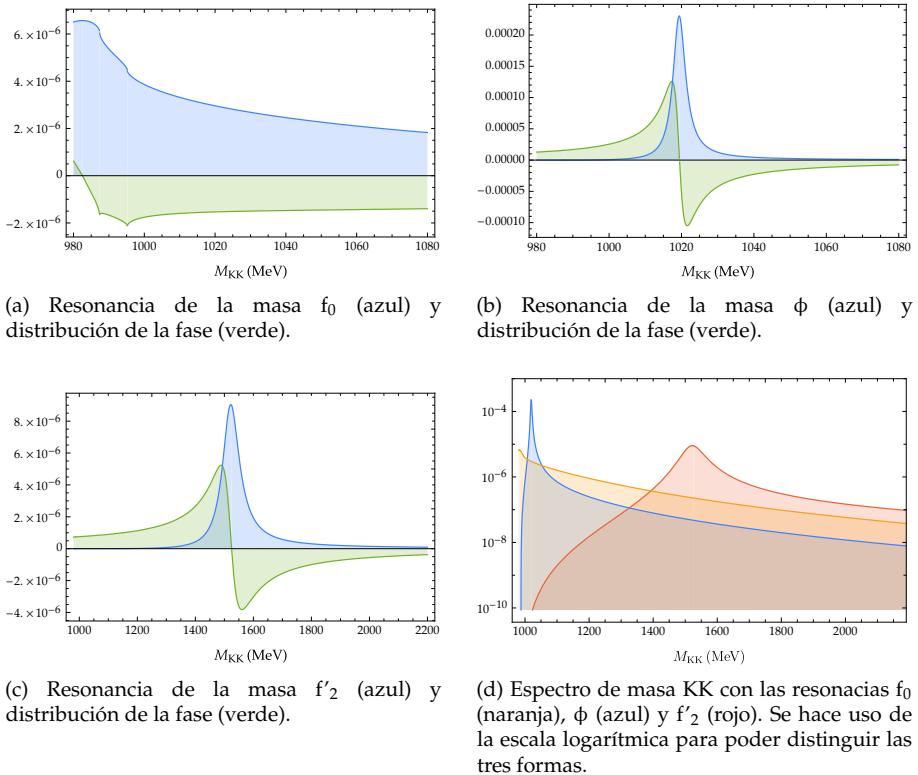


Figura 2.4: Funciones de distribución de masa, para las 3 componentes resonantes estudiadas.

Componente escalar ($j=0$) Esta componente se supone la dominante en los rangos de masa $980 - 1000 \text{ MeV}/c^2$ y $1050 - 1400 \text{ MeV}/c^2$ y se atribuye a una contribución de onda S resonante, correspondiente con el $f_0(980)$. La ausencia de un completo entendimiento de esta componente y de su relación con la onda P, provoca que se haga un ajuste en diferentes bins de masa (*vid. §2.3.2*). Esta componente se modela con una forma

$$s(m) = \mathcal{F}(m; m_{f_0}) \mathfrak{B}_0. \quad (2.27)$$

Componente vectorial ($j=1$) La componente principal de la ventana de masa es la correspondiente al $\phi(1020)$ de espín 1. Para su modelado se emplea una

2. Fenomenología del $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$

Breit–Wigner relativista, quedando su *line–shape*

$$p(m) = \mathcal{B}(m; m_\phi, \Gamma_\phi, m_{K^-}, m_{K^+}, 1) \mathfrak{B}_1. \quad (2.28)$$

Es la componente mayoritaria en el rango de masa $1000 - 1050 \text{ MeV}/c^2$.

Componente tensorial ($j=2$) A pesar de que esta contribución es despreciable en la ventana de masa $[980, 1200] \text{ MeV}$, la resonancia $f'_2(1525)$ de espín 2 también hace uso de una BW,

$$d(m) = \mathcal{B}(m; m_{f'_2}, \Gamma_{f'_2}, m_{K^-}, m_{K^+}, 1) \mathfrak{B}_2. \quad (2.29)$$

Su preeminencia se sitúa en el rango de masa $1400 - 2200 \text{ MeV}/c^2$.

2.3.2 Factores C_{SP} , C_{SD} y C_{PD}

En la Tabla 2.5, a las contribuciones correspondientes a interferencia entre las amplitudes, las acompañan los factores C_{SP} , C_{SD} y C_{PD} , que dan cuenta del cambio relativo de fracciones de las diferentes polarizaciones en los bins de masa m_{KK} .

Para poder calcular estos factores, se deben explicitar las expresiones analíticas de las funciones de forma normalizadas de la masas $s(m_{KK})$ (onda S), $p(m_{KK})$ (onda P) y $d(m_{KK})$ (onda D). El problema nace principalmente porque $\langle p \times s^* \rangle \neq \langle p \rangle \langle s^* \rangle$ (e igual para los demás factores) [19]. Entonces para cada bin m_{KK} , se integra

$$C_{SP} e^{-i\theta_{SP}} = \frac{\int_{m_{KK}^L}^{m_{KK}^H} p(m_{KK}) \times s(m_{KK})^* dm_{KK}}{\sqrt{\int_{m_{KK}^L}^{m_{KK}^H} |p(m_{KK})|^2 dm_{KK} \int_{m_{KK}^L}^{m_{KK}^H} |s(m_{KK})|^2 dm_{KK}}} \quad (2.30)$$

y análogamente para los demás factores de corrección.

| $m_{KK} \text{ GeV}$ | C_{SP} |
|----------------------|----------|
| $[0.990, 1.008]$ | 0.8463 |
| $(1.008, 1.016]$ | 0.8756 |
| $(1.016, 1.020]$ | 0.8478 |
| $(1.020, 1.024]$ | 0.8833 |
| $(1.024, 1.032]$ | 0.9415 |
| $(1.032, 1.050]$ | 0.9756 |

Cuadro 2.3: Factores de corrección para los bins de masa KK definidos en la región del $\phi(1020)$.

| m_{KK} GeV | C_{SP} | C_{SD} | C_{PD} |
|--------------|----------|----------|----------|
| [1.0, 1.2] | 0.8420 | 0.8525 | 0.9965 |
| (1.2, 1.4] | 0.9273 | 0.9925 | 0.9623 |
| (1.4, 1.6] | 0.9053 | 0.9987 | 0.9122 |
| (1.6, 1.8] | 0.9485 | 0.9990 | 0.9372 |
| (1.8, 2.0] | 0.9734 | 0.9969 | 0.9531 |
| (2.0, 2.2] | 0.9840 | 0.9901 | 0.9499 |

Cuadro 2.4: Factores de corrección para los bines de masa KK definidos en la ventana de masa [1.0, 2.2] GeV/ c^2 .

* * *

2.A Matrices de Wigner

Se denominan funciones D de Wigner, $D_{m,m'}^j(\alpha, \beta, \gamma)$, a los elementos de matriz del operador de rotaciones, $R(\alpha, \beta, \gamma)$, para un estado $|jm\rangle$ con valores bien definidos de momento angular j^2 y de su proyección j_z [20]. De modo que

$$\psi_{jm'}(\theta', \phi', \sigma') = R(\Omega)\psi_{jm}(\theta, \phi, \sigma) = \sum_{m'=-j}^j \psi_{jm}(\theta, \phi, \sigma) D_{m,m'}^j(\Omega), \quad (2.31)$$

siendo θ y ϕ (θ' y ϕ') los ángulos polares iniciales (rotados) y σ (σ') referida a las variables de espín. Además, se tiene la relación con las matrices d de Wigner,

$$D_{m,m'}^j(\alpha, \beta, \gamma) \equiv e^{-i\alpha m} d_{m,m'}^j(\beta) e^{-i\gamma m'}. \quad (2.32)$$

Al considerar la desintegración del B_s^0 en J/ψ y ϕ , que a su vez decaen en $\mu^- \mu^+$ y $K^+ K^-$ ². Los estados para las partículas se definen, por ejemplo, para el J/ψ , como $J/\psi : |j_{J/\psi} \lambda_{J/\psi}\rangle$. Cuando J/ψ decae, se proyecta en un nuevo plano, $X'_{J/\psi}, Y'_{J/\psi}, Z'_{J/\psi}$, cuya amplitud es proporcional a

$$\langle j_{J/\psi}, \lambda_{\mu^-} - \lambda_{\mu^+} | R(\alpha, \beta, \gamma) | j_{J/\psi}, \lambda_{J/\psi} \rangle \equiv D_{\lambda_{J/\psi}, \lambda_{\mu^-} - \lambda_{\mu^+}}^{j_{J/\psi}}(\alpha, \beta, \gamma)$$

es decir, precisamente la matriz de Wigner- D . Aquí α, β y γ son los ángulos de Euler, que en la Mecánica Clásica definen cualquier posible rotación en el espacio tridimensional. Hay otras convenciones posibles para estos ángulos,

²Aunque los nombres de partículas sean específicos, este es un marco y procedimiento general para las desintegraciones a cuatro cuerpos que mediados por dos resonancias intermedias para desintegraciones escalares.

una de ellas —y la usada por LHCb— es la convención de Jacobi–Wick [20], que dicta $R(\alpha, \beta, \gamma) \rightarrow R(\alpha, \beta, -\alpha)$.

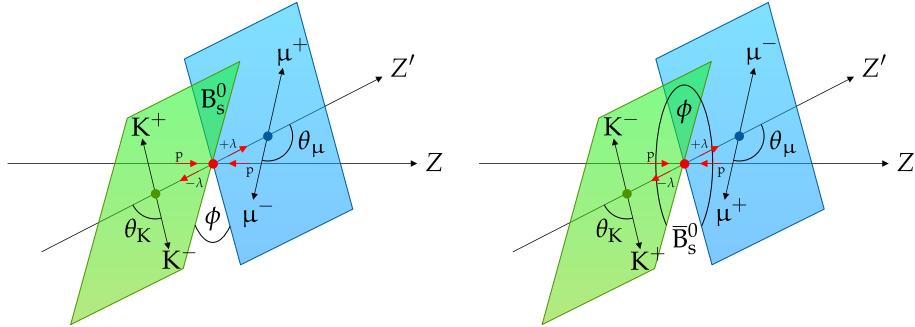


Figura 2.5: Definición de la helicidad y ángulos de helicidad para los desintegraciones B_s^0 y \bar{B}_s^0 .

Por tanto, la amplitud del proceso será proporcional al siguiente producto de funciones de Wigner

$$\mathcal{A} \sim D_{\lambda_{B_s^0}, \lambda_{J/\psi} - \lambda_\phi}^{j_{B_s^0}} D_{\lambda_{J/\psi}, \lambda_{\mu^-} - \lambda_{\mu^+}}^{j_{J/\psi}} D_{\lambda_\phi, \lambda_{K^-} - \lambda_{K^+}}^{j_\phi}$$

Dado que el B_s^0 carece de espín, $D_{0, \lambda_{J/\psi} - \lambda_\phi}^0 = \delta_{0, \lambda_{J/\psi} - \lambda_\phi}^0$, por lo que las helicidades del J/ψ y del ϕ deben ser contrarias respecto de la dirección del B_s^0 (o equivalentemente, conservar el momento lineal). Así,

$$\mathcal{A} \sim D_{\lambda_{J/\psi}, \lambda_{\mu^-} - \lambda_{\mu^+}}^{j_{J/\psi}} D_{\lambda_\phi, \lambda_{K^-} - \lambda_{K^+}}^{j_\phi},$$

o denominando $\lambda \equiv \lambda_{J/\psi} = -\lambda_\phi$, $\alpha = \lambda_{\mu^-} - \lambda_{\mu^+}$, $j \equiv j_\phi$ y como los kaones son escalares [15],

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &\sim D_{\lambda, \alpha}^1(0, \theta_\mu, 0) D_{-\lambda, 0}^j(\phi, \theta_K, -\phi) = \\ &= d_{\lambda, \alpha}^1(\theta_\mu) e^{-i(-\lambda)(\phi)} d_{-\lambda, 0}^j(\theta_K) e^{-i(0)(-\phi)} = \\ &= e^{i\lambda\phi} d_{\lambda, \alpha}^1(\theta_\mu) d_{-\lambda, 0}^j(\theta_K). \end{aligned} \tag{2.33}$$

encontrando así la notación estándar de los términos angulares de la amplitud.

2.B Coeficientes del análisis angular de amplitudes

Se presentan en forma de tabla los coeficientes de la sección eficaz diferencial desarrollada en el Capítulo 2.

| N_{ij} | Ω_{ij} |
|---------------------------------------|--|
| A_S^2 | $\frac{1}{3} \sin^2(\theta_\mu)$ |
| $C_{SP} A_S A_{\perp}$ | $\frac{\sin(\phi) \sin(\theta_K) \sin(2\theta_\mu)}{\sqrt{6}}$ |
| A_{\perp}^2 | $\frac{1}{2} (\cos^2(\phi) + \cos^2(\theta_\mu) \sin^2(\phi)) \sin^2(\theta_K)$ |
| $C_{SP} A_S A_0$ | $\frac{2 \cos(\theta_K) \sin^2(\theta_\mu)}{\sqrt{3}}$ |
| $A_{\perp} A_0$ | $-\frac{\sin(\phi) \sin(2\theta_K) \sin(2\theta_\mu)}{2\sqrt{2}}$ |
| A_0^2 | $\frac{\cos^2(\theta_K) \sin^2(\theta_\mu)}{\cos(\phi) \sin(\theta_K) \sin(2\theta_\mu)}$ |
| $C_{SP} A_S A_{\parallel}$ | $\frac{\sqrt{6}}{2} \sin(2\phi) \sin^2(\theta_K) \sin^2(\theta_\mu)$ |
| $A_{\perp} A_{\parallel}$ | $\frac{\cos(\phi) \sin(2\theta_K) \sin(2\theta_\mu)}{2\sqrt{2}}$ |
| A_{\parallel}^2 | $\frac{1}{2} (\cos^2(\phi) \cos^2(\theta_\mu) + \sin^2(\phi)) \sin^2(\theta_K)$ |
| $C_{SD} A_S A_{2\perp}$ | $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{6}} \sin(\phi) \sin(2\theta_K) \sin(2\theta_\mu)$ |
| $C_{PD} A_{\perp} A_{2\perp}$ | $\frac{1}{2} \sqrt{5} (\cos^2(\phi) + \cos^2(\theta_\mu) \sin^2(\phi)) \sin(\theta_K) \sin(2\theta_K)$ |
| $C_{PD} A_0 A_{2\perp}$ | $\sqrt{\frac{5}{2}} \cos^2(\theta_K) \sin(\phi) \sin(\theta_K) \sin(2\theta_\mu)$ |
| $C_{PD} A_{\parallel} A_{2\perp}$ | $-\frac{1}{2} \sqrt{5} \cos(\theta_K) \sin(2\phi) \sin^2(\theta_K) \sin^2(\theta_\mu)$ |
| $A_{2\perp}^2$ | $\frac{5}{8} (\cos^2(\phi) + \cos^2(\theta_\mu) \sin^2(\phi)) \sin^2(2\theta_K)$ |
| $C_{SD} A_S A_{20}$ | $\frac{1}{6} \sqrt{5} (3 \cos(2\theta_K) + 1) \sin^2(\theta_\mu)$ |
| $C_{PD} A_{\perp} A_{20}$ | $-\frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{6}} (3 \cos(2\theta_K) + 1) \sin(\phi) \sin(\theta_K) \sin(2\theta_\mu)$ |
| $C_{PD} A_0 A_{20}$ | $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{3}} \cos(\theta_K) (3 \cos(2\theta_K) + 1) \sin^2(\theta_\mu)$ |
| $C_{PD} A_{\parallel} A_{20}$ | $\frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{6}} \cos(\phi) (3 \cos(2\theta_K) + 1) \sin(\theta_K) \sin(2\theta_\mu)$ |
| $A_{2\perp} A_{20}$ | $-\frac{5(3 \cos(2\theta_K) + 1) \sin(\phi) \sin(2\theta_K) \sin(2\theta_\mu)}{8\sqrt{6}}$ |
| A_{20}^2 | $\frac{5}{48} (3 \cos(2\theta_K) + 1)^2 \sin^2(\theta_\mu)$ |
| $C_{SD} A_S A_{2\parallel}$ | $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{6}} \cos(\phi) \sin(2\theta_K) \sin(2\theta_\mu)$ |
| $C_{PD} A_{\perp} A_{2\parallel}$ | $\frac{1}{2} \sqrt{5} \cos(\theta_K) \sin(2\phi) \sin^2(\theta_K) \sin^2(\theta_\mu)$ |
| $C_{PD} A_0 A_{2\parallel}$ | $\sqrt{\frac{5}{2}} \cos(\phi) \cos^2(\theta_K) \sin(\theta_K) \sin(2\theta_\mu)$ |
| $C_{PD} A_{\parallel} A_{2\parallel}$ | $\frac{1}{2} \sqrt{5} (\cos^2(\phi) \cos^2(\theta_\mu) + \sin^2(\phi)) \sin(\theta_K) \sin(2\theta_K)$ |
| $A_{2\perp} A_{2\parallel}$ | $\frac{5}{8} \sin(2\phi) \sin^2(2\theta_K) \sin^2(\theta_\mu)$ |
| $A_{20} A_{2\parallel}$ | $\frac{5 \cos(\phi) (3 \cos(2\theta_K) + 1) \sin(2\theta_K) \sin(2\theta_\mu)}{8\sqrt{6}}$ |
| $A_{2\parallel}^2$ | $\frac{5}{8} (\cos^2(\phi) \cos^2(\theta_\mu) + \sin^2(\phi)) \sin^2(2\theta_K)$ |

Cuadro 2.5: Coeficientes N_{ij} y Ω_{ij} de la distribución angular de la desintragración $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$ con las contribuciones de onda S, P y D.

| i | j | a_{ij} |
|-----|-----|---|
| 1 | 1 | $\frac{1}{2} (\lambda_S^2 + 1)$ |
| 2 | 1 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_S - \delta_\perp) + \sin(\delta_S - \delta_\perp - \varphi_S + \varphi_\perp) \lambda_S \lambda_\perp)$ |
| 2 | 2 | $\frac{1}{2} (\lambda_\perp^2 + 1)$ |
| 3 | 1 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_S - \delta_0) - \cos(\delta_S - \delta_0 - \varphi_S + \varphi_0) \lambda_S \lambda_0)$ |
| 3 | 2 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_\perp - \delta_0) - \sin(\delta_\perp - \delta_0 - \varphi_\perp + \varphi_0) \lambda_\perp \lambda_0)$ |
| 3 | 3 | $\frac{1}{2} (\lambda_0^2 + 1)$ |
| 4 | 1 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_S - \delta_\parallel) - \cos(\delta_S - \delta_\parallel - \varphi_S + \varphi_\parallel) \lambda_S \lambda_\parallel)$ |
| 4 | 2 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_\perp - \delta_\parallel) - \sin(\delta_\perp - \delta_\parallel - \varphi_\perp + \varphi_\parallel) \lambda_\perp \lambda_\parallel)$ |
| 4 | 3 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_0 - \delta_\parallel) + \cos(\delta_0 - \delta_\parallel - \varphi_0 + \varphi_\parallel) \lambda_0 \lambda_\parallel)$ |
| 4 | 4 | $\frac{1}{2} (\lambda_\parallel^2 + 1)$ |
| 5 | 1 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_S - \delta_{2\perp}) + \cos(\delta_S - \delta_{2\perp} - \varphi_S + \varphi_{2\perp}) \lambda_S \lambda_{2\perp})$ |
| 5 | 2 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_\perp - \delta_{2\perp}) + \sin(\delta_\perp - \delta_{2\perp} - \varphi_\perp + \varphi_{2\perp}) \lambda_\perp \lambda_{2\perp})$ |
| 5 | 3 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_0 - \delta_{2\perp}) - \cos(\delta_0 - \delta_{2\perp} - \varphi_0 + \varphi_{2\perp}) \lambda_0 \lambda_{2\perp})$ |
| 5 | 4 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_\parallel - \delta_{2\perp}) - \cos(\delta_\parallel - \delta_{2\perp} - \varphi_\parallel + \varphi_{2\perp}) \lambda_\parallel \lambda_{2\perp})$ |
| 5 | 5 | $\frac{1}{2} (\lambda_{2\perp}^2 + 1)$ |
| 6 | 1 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_S - \delta_{20}) - \sin(\delta_S - \delta_{20} - \varphi_S + \varphi_{20}) \lambda_S \lambda_{20})$ |
| 6 | 2 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_\perp - \delta_{20}) - \cos(\delta_\perp - \delta_{20} - \varphi_\perp + \varphi_{20}) \lambda_\perp \lambda_{20})$ |
| 6 | 3 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_0 - \delta_{20}) + \sin(\delta_0 - \delta_{20} - \varphi_0 + \varphi_{20}) \lambda_0 \lambda_{20})$ |
| 6 | 4 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_\parallel - \delta_{20}) + \sin(\delta_\parallel - \delta_{20} - \varphi_\parallel + \varphi_{20}) \lambda_\parallel \lambda_{20})$ |
| 6 | 5 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_{2\perp} - \delta_{20}) - \sin(\delta_{2\perp} - \delta_{20} - \varphi_{2\perp} + \varphi_{20}) \lambda_{2\perp} \lambda_{20})$ |
| 6 | 6 | $\frac{1}{2} (\lambda_{20}^2 + 1)$ |
| 7 | 1 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_S - \delta_{2\parallel}) - \sin(\delta_S - \delta_{2\parallel} - \varphi_S + \varphi_{2\parallel}) \lambda_S \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 2 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_\perp - \delta_{2\parallel}) - \cos(\delta_\perp - \delta_{2\parallel} - \varphi_\perp + \varphi_{2\parallel}) \lambda_\perp \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 3 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_0 - \delta_{2\parallel}) + \sin(\delta_0 - \delta_{2\parallel} - \varphi_0 + \varphi_{2\parallel}) \lambda_0 \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 4 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_\parallel - \delta_{2\parallel}) + \sin(\delta_\parallel - \delta_{2\parallel} - \varphi_\parallel + \varphi_{2\parallel}) \lambda_\parallel \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 5 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_{2\perp} - \delta_{2\parallel}) - \sin(\delta_{2\perp} - \delta_{2\parallel} - \varphi_{2\perp} + \varphi_{2\parallel}) \lambda_{2\perp} \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 6 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_{20} - \delta_{2\parallel}) + \cos(\delta_{20} - \delta_{2\parallel} - \varphi_{20} + \varphi_{2\parallel}) \lambda_{20} \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 7 | $\frac{1}{2} (\lambda_{2\parallel}^2 + 1)$ |

Cuadro 2.6: Coeficientes a_{ij} de la evolución temporal de la desintegración $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$ con las contribuciones de onda S, P y D.

| i | j | b_{ij} |
|-----|-----|--|
| 1 | 1 | $\cos(\varphi_S) \lambda_S$ |
| 2 | 1 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_S - \delta_\perp - \varphi_S) \lambda_S + \sin(\delta_S - \delta_\perp + \varphi_\perp) \lambda_\perp)$ |
| 2 | 2 | $\cos(\varphi_\perp) \lambda_\perp$ |
| 3 | 1 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_S - \delta_0 - \varphi_S) \lambda_S - \cos(\delta_S - \delta_0 + \varphi_0) \lambda_0)$ |
| 3 | 2 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_\perp - \delta_0 - \varphi_\perp) \lambda_\perp - \sin(\delta_\perp - \delta_0 + \varphi_0) \lambda_0)$ |
| 3 | 3 | $- \cos(\varphi_0) \lambda_0$ |
| 4 | 1 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_S - \delta_\parallel - \varphi_S) \lambda_S - \cos(\delta_S - \delta_\parallel + \varphi_\parallel) \lambda_\parallel)$ |
| 4 | 2 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_\perp - \delta_\parallel - \varphi_\perp) \lambda_\perp - \sin(\delta_\perp - \delta_\parallel + \varphi_\parallel) \lambda_\parallel)$ |
| 4 | 3 | $\frac{1}{2} (-\cos(\delta_0 - \delta_\parallel - \varphi_0) \lambda_0 - \cos(\delta_0 - \delta_\parallel + \varphi_\parallel) \lambda_\parallel)$ |
| 4 | 4 | $- \cos(\varphi_\parallel) \lambda_\parallel$ |
| 5 | 1 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_S - \delta_{2\perp} - \varphi_S) \lambda_S + \cos(\delta_S - \delta_{2\perp} + \varphi_{2\perp}) \lambda_{2\perp})$ |
| 5 | 2 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_\perp - \delta_{2\perp} - \varphi_\perp) \lambda_\perp + \sin(\delta_\perp - \delta_{2\perp} + \varphi_{2\perp}) \lambda_{2\perp})$ |
| 5 | 3 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_0 - \delta_{2\perp} + \varphi_{2\perp}) \lambda_{2\perp} - \cos(\delta_0 - \delta_{2\perp} - \varphi_0) \lambda_0)$ |
| 5 | 4 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_\parallel - \delta_{2\perp} + \varphi_{2\perp}) \lambda_{2\perp} - \cos(\delta_\parallel - \delta_{2\perp} - \varphi_\parallel) \lambda_\parallel)$ |
| 5 | 5 | $\cos(\varphi_{2\perp}) \lambda_{2\perp}$ |
| 6 | 1 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_S - \delta_{20} - \varphi_S) \lambda_S - \sin(\delta_S - \delta_{20} + \varphi_{20}) \lambda_{20})$ |
| 6 | 2 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_\perp - \delta_{20} - \varphi_\perp) \lambda_\perp - \cos(\delta_\perp - \delta_{20} + \varphi_{20}) \lambda_{20})$ |
| 6 | 3 | $\frac{1}{2} (-\sin(\delta_0 - \delta_{20} - \varphi_0) \lambda_0 - \sin(\delta_0 - \delta_{20} + \varphi_{20}) \lambda_{20})$ |
| 6 | 4 | $\frac{1}{2} (-\sin(\delta_\parallel - \delta_{20} - \varphi_\parallel) \lambda_\parallel - \sin(\delta_\parallel - \delta_{20} + \varphi_{20}) \lambda_{20})$ |
| 6 | 5 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_{2\perp} - \delta_{20} - \varphi_{2\perp}) \lambda_{2\perp} - \sin(\delta_{2\perp} - \delta_{20} + \varphi_{20}) \lambda_{20})$ |
| 6 | 6 | $- \cos(\varphi_{20}) \lambda_{20}$ |
| 7 | 1 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_S - \delta_{2\parallel} - \varphi_S) \lambda_S - \sin(\delta_S - \delta_{2\parallel} + \varphi_{2\parallel}) \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 2 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_\perp - \delta_{2\parallel} - \varphi_\perp) \lambda_\perp - \cos(\delta_\perp - \delta_{2\parallel} + \varphi_{2\parallel}) \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 3 | $\frac{1}{2} (-\sin(\delta_0 - \delta_{2\parallel} - \varphi_0) \lambda_0 - \sin(\delta_0 - \delta_{2\parallel} + \varphi_{2\parallel}) \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 4 | $\frac{1}{2} (-\sin(\delta_\parallel - \delta_{2\parallel} - \varphi_\parallel) \lambda_\parallel - \sin(\delta_\parallel - \delta_{2\parallel} + \varphi_{2\parallel}) \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 5 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_{2\perp} - \delta_{2\parallel} - \varphi_{2\perp}) \lambda_{2\perp} - \sin(\delta_{2\perp} - \delta_{2\parallel} + \varphi_{2\parallel}) \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 6 | $\frac{1}{2} (-\cos(\delta_{20} - \delta_{2\parallel} - \varphi_{20}) \lambda_{20} - \cos(\delta_{20} - \delta_{2\parallel} + \varphi_{2\parallel}) \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 7 | $- \cos(\varphi_{2\parallel}) \lambda_{2\parallel}$ |

Cuadro 2.7: Coeficientes b_{ij} de la evolución temporal de la desintragración $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$ con las contribuciones de onda S, P y D.

| i | j | c_{ij} |
|-----|-----|---|
| 1 | 1 | $\frac{1}{2} (1 - \lambda_S^2)$ |
| 2 | 1 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_S - \delta_\perp) - \sin(\delta_S - \delta_\perp - \varphi_S + \varphi_\perp) \lambda_S \lambda_\perp)$ |
| 2 | 2 | $\frac{1}{2} (1 - \lambda_\perp^2)$ |
| 3 | 1 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_S - \delta_0) + \cos(\delta_S - \delta_0 - \varphi_S + \varphi_0) \lambda_S \lambda_0)$ |
| 3 | 2 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_\perp - \delta_0) + \sin(\delta_\perp - \delta_0 - \varphi_\perp + \varphi_0) \lambda_\perp \lambda_0)$ |
| 3 | 3 | $\frac{1}{2} (1 - \lambda_0^2)$ |
| 4 | 1 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_S - \delta_\parallel) + \cos(\delta_S - \delta_\parallel - \varphi_S + \varphi_\parallel) \lambda_S \lambda_\parallel)$ |
| 4 | 2 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_\perp - \delta_\parallel) + \sin(\delta_\perp - \delta_\parallel - \varphi_\perp + \varphi_\parallel) \lambda_\perp \lambda_\parallel)$ |
| 4 | 3 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_0 - \delta_\parallel) - \cos(\delta_0 - \delta_\parallel - \varphi_0 + \varphi_\parallel) \lambda_0 \lambda_\parallel)$ |
| 4 | 4 | $\frac{1}{2} (1 - \lambda_\parallel^2)$ |
| 5 | 1 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_S - \delta_{2\perp}) - \cos(\delta_S - \delta_{2\perp} - \varphi_S + \varphi_{2\perp}) \lambda_S \lambda_{2\perp})$ |
| 5 | 2 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_\perp - \delta_{2\perp}) - \sin(\delta_\perp - \delta_{2\perp} - \varphi_\perp + \varphi_{2\perp}) \lambda_\perp \lambda_{2\perp})$ |
| 5 | 3 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_0 - \delta_{2\perp}) + \cos(\delta_0 - \delta_{2\perp} - \varphi_0 + \varphi_{2\perp}) \lambda_0 \lambda_{2\perp})$ |
| 5 | 4 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_\parallel - \delta_{2\perp}) + \cos(\delta_\parallel - \delta_{2\perp} - \varphi_\parallel + \varphi_{2\perp}) \lambda_\parallel \lambda_{2\perp})$ |
| 5 | 5 | $\frac{1}{2} (1 - \lambda_{2\perp}^2)$ |
| 6 | 1 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_S - \delta_{20}) + \sin(\delta_S - \delta_{20} - \varphi_S + \varphi_{20}) \lambda_S \lambda_{20})$ |
| 6 | 2 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_\perp - \delta_{20}) + \cos(\delta_\perp - \delta_{20} - \varphi_\perp + \varphi_{20}) \lambda_\perp \lambda_{20})$ |
| 6 | 3 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_0 - \delta_{20}) - \sin(\delta_0 - \delta_{20} - \varphi_0 + \varphi_{20}) \lambda_0 \lambda_{20})$ |
| 6 | 4 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_\parallel - \delta_{20}) - \sin(\delta_\parallel - \delta_{20} - \varphi_\parallel + \varphi_{20}) \lambda_\parallel \lambda_{20})$ |
| 6 | 5 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_{2\perp} - \delta_{20}) + \sin(\delta_{2\perp} - \delta_{20} - \varphi_{2\perp} + \varphi_{20}) \lambda_{2\perp} \lambda_{20})$ |
| 6 | 6 | $\frac{1}{2} (1 - \lambda_{20}^2)$ |
| 7 | 1 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_S - \delta_{2\parallel}) + \sin(\delta_S - \delta_{2\parallel} - \varphi_S + \varphi_{2\parallel}) \lambda_S \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 2 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_\perp - \delta_{2\parallel}) + \cos(\delta_\perp - \delta_{2\parallel} - \varphi_\perp + \varphi_{2\parallel}) \lambda_\perp \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 3 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_0 - \delta_{2\parallel}) - \sin(\delta_0 - \delta_{2\parallel} - \varphi_0 + \varphi_{2\parallel}) \lambda_0 \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 4 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_\parallel - \delta_{2\parallel}) - \sin(\delta_\parallel - \delta_{2\parallel} - \varphi_\parallel + \varphi_{2\parallel}) \lambda_\parallel \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 5 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_{2\perp} - \delta_{2\parallel}) + \sin(\delta_{2\perp} - \delta_{2\parallel} - \varphi_{2\perp} + \varphi_{2\parallel}) \lambda_{2\perp} \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 6 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_{20} - \delta_{2\parallel}) - \cos(\delta_{20} - \delta_{2\parallel} - \varphi_{20} + \varphi_{2\parallel}) \lambda_{20} \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 7 | $\frac{1}{2} (1 - \lambda_{2\parallel}^2)$ |

Cuadro 2.8: Coeficientes c_{ij} de la evolución temporal de la desintegración $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$ con las contribuciones de onda S, P y D.

| i | j | d_{ij} |
|-----|-----|---|
| 1 | 1 | $-\sin(\varphi_S) \lambda_S$ |
| 2 | 1 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_S - \delta_\perp + \varphi_\perp) \lambda_\perp - \cos(\delta_S - \delta_\perp - \varphi_S) \lambda_S)$ |
| 2 | 2 | $-\sin(\varphi_\perp) \lambda_\perp$ |
| 3 | 1 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_S - \delta_0 - \varphi_S) \lambda_S + \sin(\delta_S - \delta_0 + \varphi_0) \lambda_0)$ |
| 3 | 2 | $\frac{1}{2} (-\cos(\delta_\perp - \delta_0 - \varphi_\perp) \lambda_\perp - \cos(\delta_\perp - \delta_0 + \varphi_0) \lambda_0)$ |
| 3 | 3 | $\sin(\varphi_0) \lambda_0$ |
| 4 | 1 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_S - \delta_\parallel - \varphi_S) \lambda_S + \sin(\delta_S - \delta_\parallel + \varphi_\parallel) \lambda_\parallel)$ |
| 4 | 2 | $\frac{1}{2} (-\cos(\delta_\perp - \delta_\parallel - \varphi_\perp) \lambda_\perp - \cos(\delta_\perp - \delta_\parallel + \varphi_\parallel) \lambda_\parallel)$ |
| 4 | 3 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_0 - \delta_\parallel + \varphi_\parallel) \lambda_\parallel - \sin(\delta_0 - \delta_\parallel - \varphi_0) \lambda_0)$ |
| 4 | 4 | $\sin(\varphi_\parallel) \lambda_\parallel$ |
| 5 | 1 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_S - \delta_{2\perp} - \varphi_S) \lambda_S - \sin(\delta_S - \delta_{2\perp} + \varphi_{2\perp}) \lambda_{2\perp})$ |
| 5 | 2 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_\perp - \delta_{2\perp} + \varphi_{2\perp}) \lambda_{2\perp} - \cos(\delta_\perp - \delta_{2\perp} - \varphi_\perp) \lambda_\perp)$ |
| 5 | 3 | $\frac{1}{2} (-\sin(\delta_0 - \delta_{2\perp} - \varphi_0) \lambda_0 - \sin(\delta_0 - \delta_{2\perp} + \varphi_{2\perp}) \lambda_{2\perp})$ |
| 5 | 4 | $\frac{1}{2} (-\sin(\delta_\parallel - \delta_{2\perp} - \varphi_\parallel) \lambda_\parallel - \sin(\delta_\parallel - \delta_{2\perp} + \varphi_{2\perp}) \lambda_{2\perp})$ |
| 5 | 5 | $-\sin(\varphi_{2\perp}) \lambda_{2\perp}$ |
| 6 | 1 | $\frac{1}{2} (-\cos(\delta_S - \delta_{20} - \varphi_S) \lambda_S - \cos(\delta_S - \delta_{20} + \varphi_{20}) \lambda_{20})$ |
| 6 | 2 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_\perp - \delta_{20} - \varphi_\perp) \lambda_\perp + \sin(\delta_\perp - \delta_{20} + \varphi_{20}) \lambda_{20})$ |
| 6 | 3 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_0 - \delta_{20} - \varphi_0) \lambda_0 - \cos(\delta_0 - \delta_{20} + \varphi_{20}) \lambda_{20})$ |
| 6 | 4 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_\parallel - \delta_{20} - \varphi_\parallel) \lambda_\parallel - \cos(\delta_\parallel - \delta_{20} + \varphi_{20}) \lambda_{20})$ |
| 6 | 5 | $\frac{1}{2} (-\cos(\delta_{2\perp} - \delta_{20} - \varphi_{2\perp}) \lambda_{2\perp} - \cos(\delta_{2\perp} - \delta_{20} + \varphi_{20}) \lambda_{20})$ |
| 6 | 6 | $\sin(\varphi_{20}) \lambda_{20}$ |
| 7 | 1 | $\frac{1}{2} (-\cos(\delta_S - \delta_{2\parallel} - \varphi_S) \lambda_S - \cos(\delta_S - \delta_{2\parallel} + \varphi_{2\parallel}) \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 2 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_\perp - \delta_{2\parallel} - \varphi_\perp) \lambda_\perp + \sin(\delta_\perp - \delta_{2\parallel} + \varphi_{2\parallel}) \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 3 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_0 - \delta_{2\parallel} - \varphi_0) \lambda_0 - \cos(\delta_0 - \delta_{2\parallel} + \varphi_{2\parallel}) \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 4 | $\frac{1}{2} (\cos(\delta_\parallel - \delta_{2\parallel} - \varphi_\parallel) \lambda_\parallel - \cos(\delta_\parallel - \delta_{2\parallel} + \varphi_{2\parallel}) \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 5 | $\frac{1}{2} (-\cos(\delta_{2\perp} - \delta_{2\parallel} - \varphi_{2\perp}) \lambda_{2\perp} - \cos(\delta_{2\perp} - \delta_{2\parallel} + \varphi_{2\parallel}) \lambda_{2\parallel})$ |
| 7 | 6 | $\frac{1}{2} (\sin(\delta_{20} - \delta_{2\parallel} + \varphi_{2\parallel}) \lambda_{2\parallel} - \sin(\delta_{20} - \delta_{2\parallel} - \varphi_{20}) \lambda_{20})$ |
| 7 | 7 | $\sin(\varphi_{2\parallel}) \lambda_{2\parallel}$ |

Cuadro 2.9: Coeficientes d_{ij} de la evolución temporal de la desintragración $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$ con las contribuciones de onda S, P y D.

Condiciones experimentales

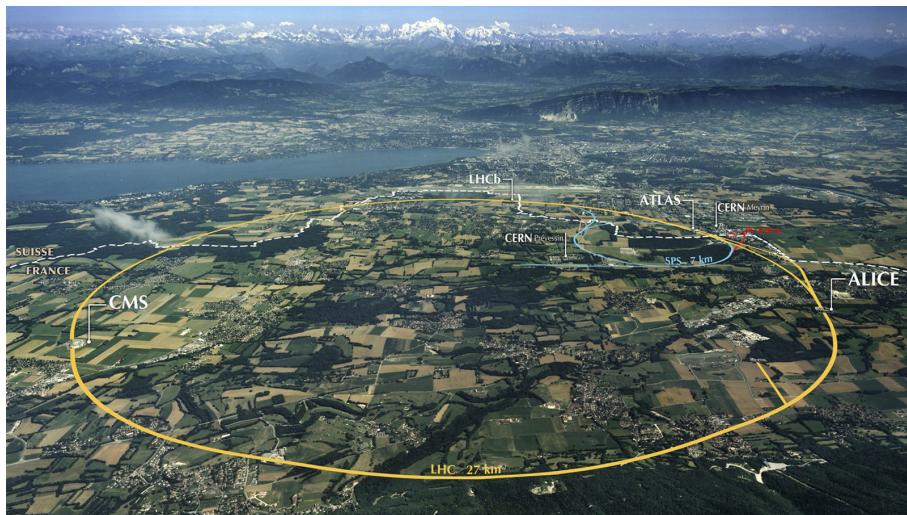
En 1954 se funda el Laboratorio Europeo para la Física de Partículas, CERN¹, internacionalizando la investigación en este campo, haciéndola más transparente y segura. Con el paso del tiempo, se pudieron alcanzar cada vez energías mayores en el acelerador principal.

| | | |
|-------------|---|---------|
| 1957 – 1990 | <i>Synchrocyclotron</i> Primer acelerador del CERN. | 600 MeV |
| 1959 – | <i>Proton Synchrotron</i> Se continúa usando en la actualidad como pre-acelerador. | 26 GeV |
| 1971 – 1984 | <i>Intersecting Storage Rings</i> Primer colisionador de hadrones del mundo. | 62 GeV |
| 1976 – | <i>Super Proton Synchrotron</i> En él se descubrieron las corrientes neutras, y se continúa usando en la actualidad como pre-acelerador. | 450 GeV |
| 1984 – 2000 | <i>Large Electron–Positron</i> Confirmó la existencia de 3 familias de fermiones y el SM con muy buena precisión. | |
| 2008 – | <i>Large Hadron Collider</i> Es el mayor acelerador de protones del mundo, y en él se ha observado por primera vez el bosón de Higgs. | 7 TeV |

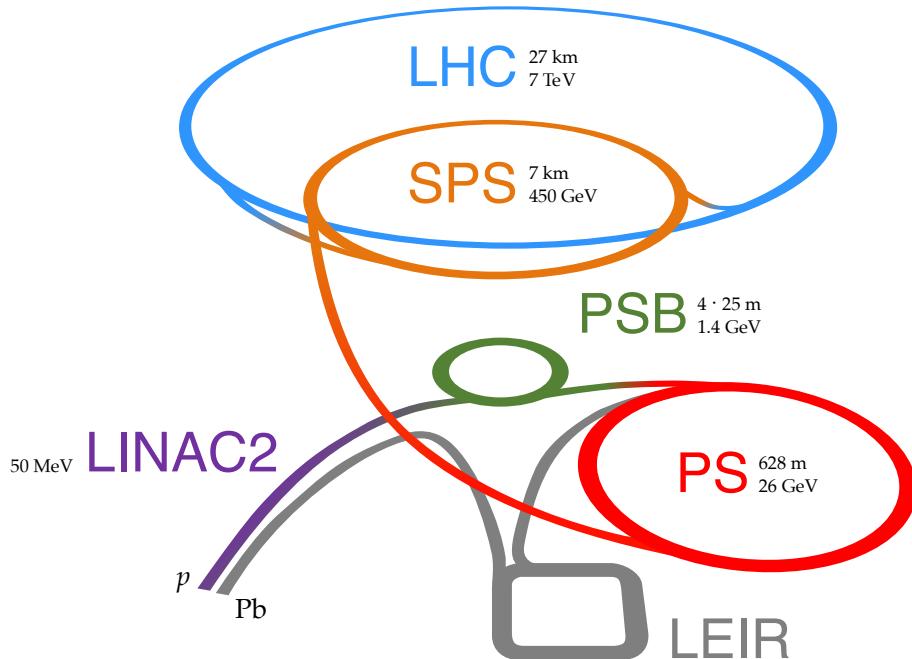
Cuadro 3.1: Cronología de los principales aceleradores en el CERN.

¹Las siglas provienen del previo acrónimo francés de *Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire*, aunque en la actualidad el nombre del centro es *Organisation européenne pour la recherche nucléaire*.

3. Condiciones experimentales



(a) Proyección del LHC sobre la superficie terrestre, junto con las partes principales [21].



(b) Cadena de aceleradores con la que se inyectan protones al LHC.

Figura 3.1: Disposición de los elementos principales del LHC.

3.1 El CERN y su acelerador LHC

El LHC es un acelerador circular de 27 km de longitud diseñado para producir colisiones $p - p$ a una energía máxima en el centro de masa de $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$, permitiendo por tanto estudiar la escala de energías de 10^{12} eV y buscar nueva física. Desde 2008 opera en la misma obra civil que lo hacía LEP, soterrado a unos 150 metros de profundidad en la frontera franco-suiza, cerca de Ginebra como se ve en la Figura 3.1b.

Los protones se extraen de fuentes de iones, como el duoplasmatrón, introduciendo gas hidrógeno, y se van acelerando en una sucesión de pre-aceleradores: LINAC, PSB, PS y SPS, hasta finalmente llegar al LHC donde se alcanzan los 7 TeV por haz (*vid.* Figura 3.1b). Estos haces contienen 1.15×10^{11} protones y se hacen cruzar con una frecuencia de 40 MHz, dando el acelerador una luminosidad máxima de $10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$.

A estas energías tan altas, para mantener a las dos corrientes de protones circulando a casi la velocidad de la luz y en órbitas contrarias, se necesitan fuertes campos magnéticos (8.33 T a 7 TeV), que se logran mediante potentes imanes superconductores refrigerados mediante helio super-fluido a temperaturas de aproximadamente 1.9 K. Para ello se emplea un único crióstato con un flujo magnético circulando en sentido opuesto para cada corriente de protones.

La colisión de los dos haces tiene lugar en cuatro puntos concretos del túnel, donde se hacen coincidir las trayectorias de ambos. Es en esos puntos dónde se sitúan los cuatro principales² experimentos del LHC:

- ALICE: Se dedica al estudio del Plasma de cuark y Gluones (*cuark-Gluon Plasma, QGP*), un nuevo estado de agregación de la materia de extrema densidad y que se produce tras colisiones con iones pesados, para lo que se hacen circular iones Pb, en vez de protones.
- ATLAS: Creado para buscar el bosón de Higgs, es un detector de propósito general centrado en el estudio de los cuarks t y b; diseñado para la detección de nuevas partículas pesadas en su capa de masa, buscando nueva física, así como evidencias de partículas de SUSY.
- CMS: Concebido para verificar de un modo distinto los resultados de ATLAS, es también un detector de propósito general con un programa de física similar.
- LHCb: Es un detector especializado en medidas de precisión en violación CP, lo hace estudiando desintegraciones de los cuarks b y c, teniendo como objetivo final entender mejor la asimetría bariónica del Universo, cuyo origen no se comprende en el SM.

²Existen otros experimentos como TOTEM, que mide la secciones eficaces elásticas e inelásticas de las colisiones pp ayudando al monitoreo de la luminosidad de CMS; o LHCf, que estudia a través los neutrones y fotones producidos a bajo ángulo en ATLAS los fenómenos de rayos cósmicos.

3. Condiciones experimentales

Pueden verse representaciones de los cuatro detectores en la Figura 3.2. Cabe resaltar que el hito más grande, hasta la fecha, de ATLAS y CMS es el descubrimiento del bosón de Higgs en 2012; mientras que para LHCb sus hitos son el descubrimiento de la desintegración ultra-rara $B_s^0 \rightarrow \mu^- \mu^+$, las medidas más precisas en las fases γ y φ_s , y el primer descubrimiento de estados de pentacuark.

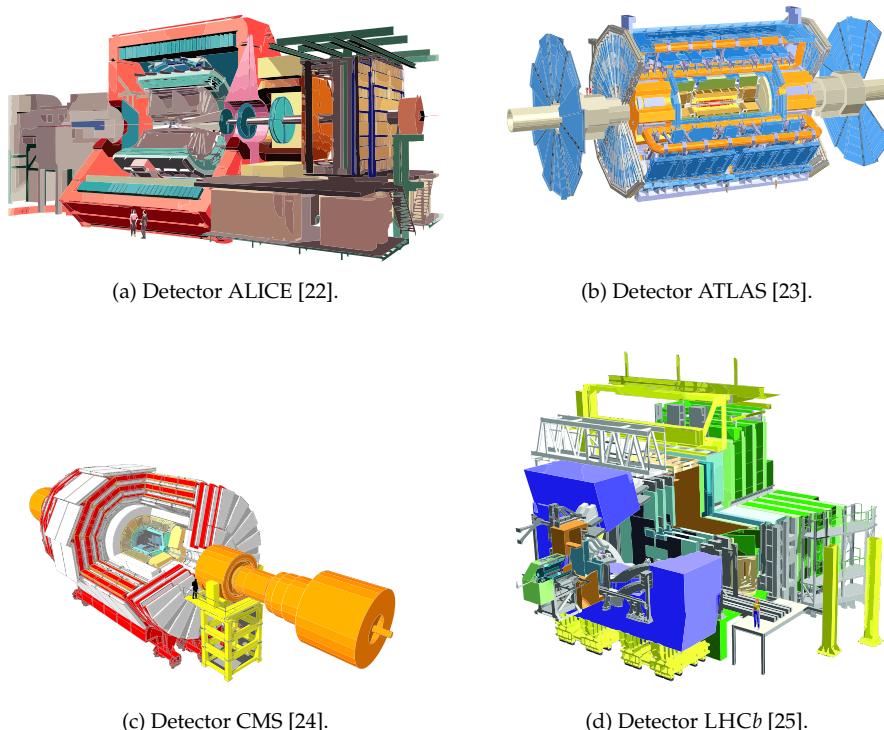


Figura 3.2: Esquemas (no en la misma escala) de los cuatro detectores principales de LHC.

3.2 El detector

La idea original para la que LHCb, Figura 3.3, fue diseñado era hacer estudios de precisión de los decaimientos raros de los cuarks *charm* y, sobre todo, *bottom* [26, 27]. El experimento, de 4500 toneladas, situado en la antigua caverna de DELPHI (*Detector with Lepton, Photon and Hadron Identification*, uno de los cuatro principales experimentos de LEP), fue diseñado específicamente para filtrar estas partículas.

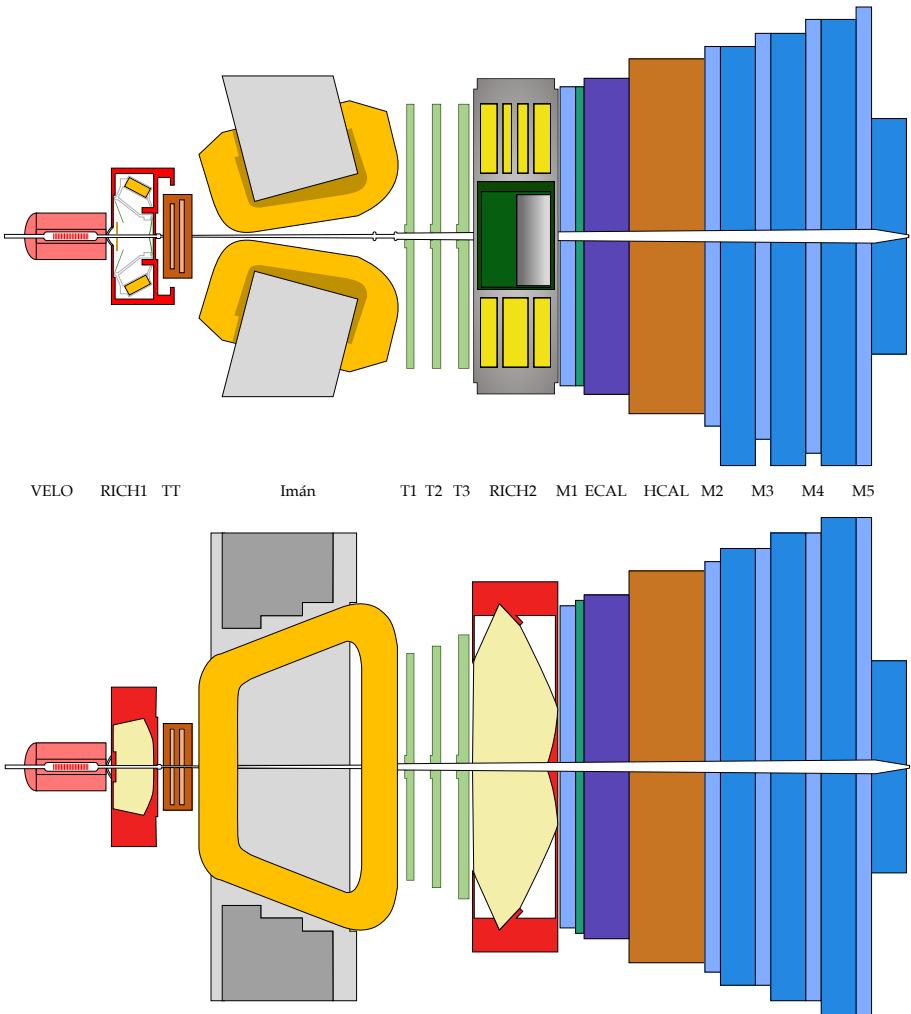


Figura 3.3: Detector LHCb en dos vistas: arriba *non-bending plane* (plano paralelo al campo magnético) y abajo *bending plane* (plano perpendicular al campo magnético).

Dado que la sección eficaz de producción de pares $b-\bar{b}$ es muy alta para ángulos pequeños a estas energías , LHCb, a diferencia de los otros 3 detectores principales de LHC que tienen una estructura de barril y aceptancia quasi- 4π , es un detector de brazo único orientado en la dirección positiva de la circulación de los haces. Así mismo, LHCb se diseñó para trabajar a una luminosidad de entre 2 y $5 \times 10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ [27], en vez de la nominal de LHC $10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$, de esta forma se puede asegurar una determinación precisa del vértice principal (PV) y del secundario (SV —donde decaen las partículas).

Su aceptancia varía desde los 10 mrad hasta los 300 mrad en el plano perpendicular al campo magnético (250 mrad en el paralelo) respecto al eje

3. Condiciones experimentales

de los protones. Traduciendo estas cifras en pseudorapidez, η , LHCb tiene una aceptancia que cubre el rango $2 < \eta < 5$ [27].

3.2.1 Sistema de trazado

A la hora de tomar los datos, LHCb [27] necesita tener una precisa determinación de las trayectorias en las que se desplazan las partículas. Una vez que se reconstruye la traza, se puede determinar la carga de la partícula visto su comportamiento frente al imán, por ejemplo. Las combinaciones de varias trazas llevan a poder reconstruir vértices y medir con precisión su localización en el espacio. LHCb cuenta con 3 sistemas de trazado: el *Vertex Locator* (VELO), el *Tracker Turicensis* (TT) y las estaciones de *Tracking 1, 2 y 3* (Tx).

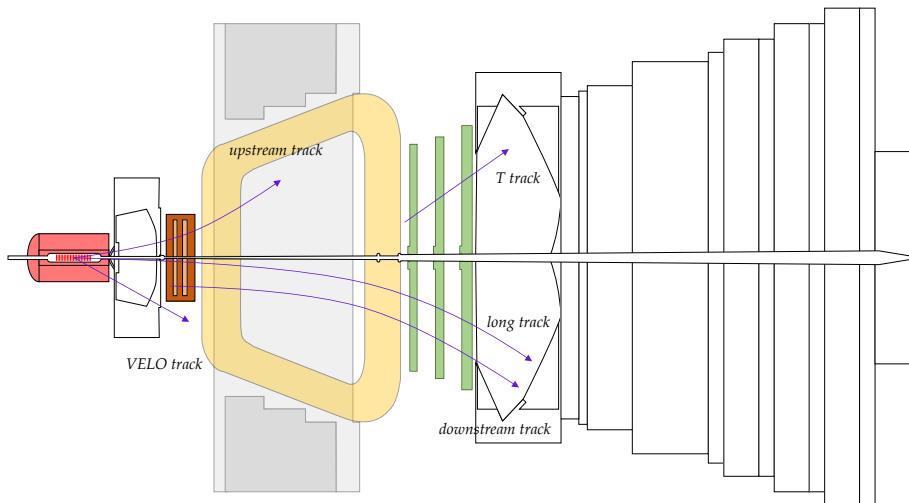


Figura 3.4: Representación de los tipos de trazas, dependiendo de los volúmenes del espectrómetro que atraviesen. La reconstrucción de eventos se fundamenta en determinar las trayectorias de todas las partículas cargadas y la posición en donde estas fueron generadas: los vértices. Para ello es preciso emplear, combinadamente, la información proporcionada por los tres sistemas de trazado. Dependiendo de la posición del vértice y de los *hits*, se tienen las distintas posibilidades de la Figura 3.4:

- *Long tracks*: Atraviesan todo el sistema de trazado, desde el VELO a las estaciones Tx y, dado que todos los detectores las miden, acaban siendo las medidas de momento más precisas, y las más importantes para LHCb.
- *Upstream tracks*: Atraviesan el VELO y el TT; estos *hits* se corresponden con partículas de poco momento y que el imán desvió fuera de la aceptancia del detector.

- *Downstream tracks*: Atraviesan el TT y las estaciones Tx; estas trazas se corresponden con partículas de larga vida media que decaen fuera del VELO.
- *VELO tracks*: Solo se miden en el detector homónimo y se corresponden con partículas que salen con un ángulo muy grande o hacia atrás, y que sirven principalmente en la reconstrucción del PV.
- *T tracks*: Solo atraviesan las estaciones Tx; y corresponden a menudo con partículas generadas en interacciones secundarias.

Vertex Locator

El Localizador de Vértice (VELO, VErtex LOCator) mide las posiciones espaciales de las trazas cerca del punto de colisión protón–protón, siendo así el primero de los detectores en entrar en acción. Esto permite separar el vértice principal (PV) del vértice secundario en donde estarían los hadrones con cuarks *b* o *c*. Está conformado por 21×2 semidiscos ordenados, como se ve en la Figura 3.5, en la dirección del *beam pipe*. Estos discos semicirculares están compuestos de micropistas de silicio y tienen en una cara los sensores *R* (*radial strips*) y en la opuesta los sensores ϕ (*azimuthal strips*), determinando así las coordenadas cilíndricas del PV.

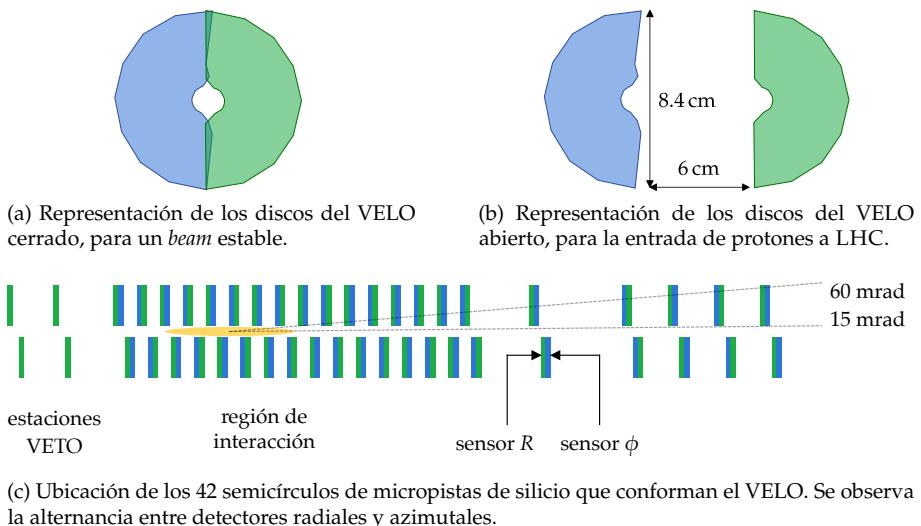


Figura 3.5: Representación esquemática de partes del *Vertex Locator*, detector donde se determina el PV y SV.

Para tener la mejor precisión posible en la resolución del PV, la medida de la traza convendría que se realizase lo más cerca posible de la interacción. El VELO tiene área sensible desde tan solo 8 mm del *beam pipe*, demasiado pequeña para el proceso de inyección de protones al LHC. Cuando se están introduciendo protones en el tubo principal, o mientras hay inestabilidades en

3. Condiciones experimentales

el haz, el VELO se puede separar 3 cm del tubo, protegiendo así al detector de la radiación. El VELO es capaz de determinar las longitudes de decaimiento del B y D con una precisión de entre 220 y 375 μm , y localizar el PV con una precisión de hasta 10 μm en el plano perpendicular y hasta 42 μm en la dirección del haz.

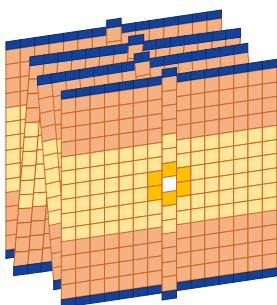
La aceptancia del VELO cubre $1.6 < \eta < 4.9$ para las partículas en el PV. Al principio del VELO (*vid. Figura 3.5b*) se observan 2 capas de pistas tipo R, que constituyen el *pile-up VETO system*, que desecha los eventos que cuentan con un número grande de vértices primarios (*high multiplicity events*) de esto se informa el L0-trigger descrito en §3.3.1.

Tracking Turicensis y estaciones de trazado

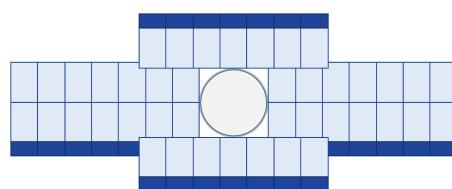
Tanto a la entrada como a la salida se colocan detectores de trazas, para ver cómo afecta el imán a sus trayectorias. El TT junto con las estaciones Tx son los principales detectores a la hora de medir el momento de las trazas en LHCb [27]. Tenemos dos tipos de detectores aquí: los detectores de micropistas de silicio y las cámaras de deriva.

Silicon Tracker Se denomina Silicon Tracker (ST) al conjunto formado por el

TT y la parte más cercana al *beam pipe* de las estaciones Tx, el Inner Tracker (IT); ambos ellos empleando la tecnología de silicio, cuyos detectores aparecen en la Figura 3.6. El ST está compuesto por cuatro capas de detectores: dos verticales (la primera y última) y dos que se encuentran giradas por $\pm 5^\circ$ en medio de las anteriores. La separación entre las pistas es de 20 μm , lo que se traduce en una resolución de 50 μm . El TT está diseñado para cubrir el rango de aceptancia del detector, mientras que el ST se encuentra principalmente alrededor del *beam pipe* y solo constituye el 1.3 % de las estaciones de trazado.



(a) Representación del *Tracker Turicensis*.



(b) Representación de un *Inner Tracker* de una estación Tx.

Figura 3.6: Elementos del *Silicon Tracker*, las estaciones de trazado que emplean tecnología de silicio.

Outer Tracker Las estaciones Tx, representadas en la Figura 3.7, se conforman en su parte más externa del OT, un detector de cámaras de deriva que tiene una resolución en la traza de $200\text{ }\mu\text{m}$ y que emplea una mezcla 70–30 de argón y CO₂ como gas. Los módulos del OT se organizan en tres estaciones de trazado, cada una de ellas con cuatro capas de detección que siguen el mismo patrón que las descritas para el ST.

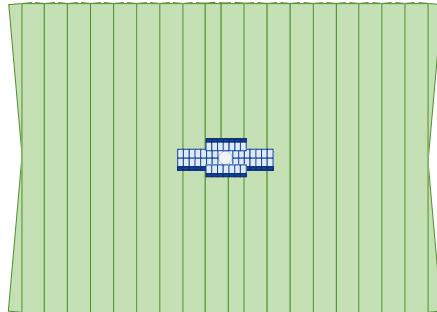


Figura 3.7: Representación de las estaciones Tx, donde puede verse en verde el Outer Tracker.

Imán

Se trata de un imán dipolar de bobinas convencional de 4 T m de inducción magnética integrada a temperatura ambiente. Las bobinas, con forma de silla cónica y situadas simétricamente, están fabricadas en Al-99.7, puro que rodea a un núcleo de hierro; pesando cada una de ellas 27 toneladas [27].

Las partículas cargadas se curvan al atravesar el campo magnético, permitiendo así medir su momento. La diferencia entre el gradiente de las trazas en el VELO y en las estaciones Tx es inversamente proporcional al momento de la partícula. Destacar que, para la reducción de incertidumbres sistemáticas a causa de diferencias en la detección de partículas con cargas distintas, se cambia periódicamente la dirección del campo magnético.

3.2.2 Identificación de partículas en los detectores

La identificación de partículas es clave en LHCb por varias razones, entre las que destacan: el permitir identificar el sabor (*flavour*) de los mesones B y la posibilidad de eliminar fondos que son similares a la señal. En LHCb hay tres tipos de detectores: RICH, calorímetros y detectores de muones.

Detectores RICH

Estos detectores tienen como principio de funcionamiento la radiación Cherenkov emitida por partículas relativistas cargadas que atraviesan un medio con una velocidad superior a la de la luz (c) en ese medio. Entonces,

3. Condiciones experimentales

midiendo $\cos \theta_C = c/vn$ (n es el índice de refracción del medio) y combinándola con el momento, se puede inferir la masa y por tanto el tipo de partícula.

En LHCb hay dos detectores RICH [27], uno a la entrada y otro a la salida del imán dipolar. El RICH1, situado antes del imán, emplea aerogel y C_4F_{10} como radiadores y está optimizado para partículas de bajo momento, $1 - 60\text{ GeV c}^{-1}$. El RICH2, situado después de las estaciones de trazado Tx, emplea CF_4 como radiador y detecta partículas con momento $15 - 100\text{ GeV c}^{-1}$. Pueden verse representaciones de ambos detectores en la Figura 3.8. La aceptancia del RICH1 es de 250 mrad, mientras que la del RICH2 es de 120 mrad. En ambos, la luz Cherenkov que se produce al atravesar las partículas del material radiador se refleja en combinaciones de espejos planos y esféricos conduciéndola fuera de la aceptancia del detector donde es captada por *Hybrid Photon Detectors* (HPD).

La misión fundamental del RICH es la identificación de partículas cargadas, nombradamente: π , K y p . Los anillos Cherenkov que se producen se identifican en los HPD y se comparan con ciertas distribuciones para diferentes hipótesis en las trazas. Se define una *likelihood* para todas las trazas y se minimiza para la hipótesis de partículas.

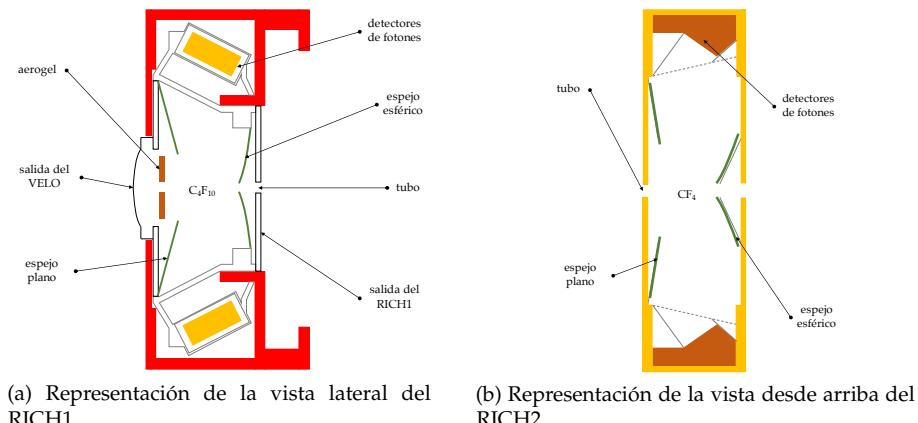


Figura 3.8: Representación de los detectores RICH y de sus partes principales.

Calorímetros

El sistema de calorímetros tiene como principal función determinar la energía transversal, E_T , que necesita el L0-trigger, midiéndola a partir de la que depositan las partículas en las capas de material absorbente. Además, con la configuración de calorímetros de LHCb, se pueden identificar también las partículas, una vez estas depositan toda su energía cinética dando lugar a cascadas de partículas que son caracterizadas por los calorímetros. Todos los calorímetros se encuentran divididos en celdas, permitiendo así medir la

posición de la energía que se va depositando en las diferentes celdas.

El sistema de calorímetros de LHCb [27] se compone de cuatro elementos, ordenadamente: *Scintillating Pad Detector* (SPD), que detecta si las partículas entrantes son neutras o tienen carga; *Preshower* (PS), que distingue entre electrones y hadrones cargados, y fotones de hadrones neutros, gracias a una lámina de plomo que se ubica entre el SPD y este mismo; *Electromagnetic Calorimeter* (ECAL), que alterna centelleadores y láminas de plomo para identificar partículas no hadrónicas y tiene un espesor de 25 longitudes de radiación; *Hadronic Calorimeter* (HCAL), que alternando material centelleador con láminas de hierro y con un espesor de 6 longitudes de interacción nuclear, identifica los hadrones.

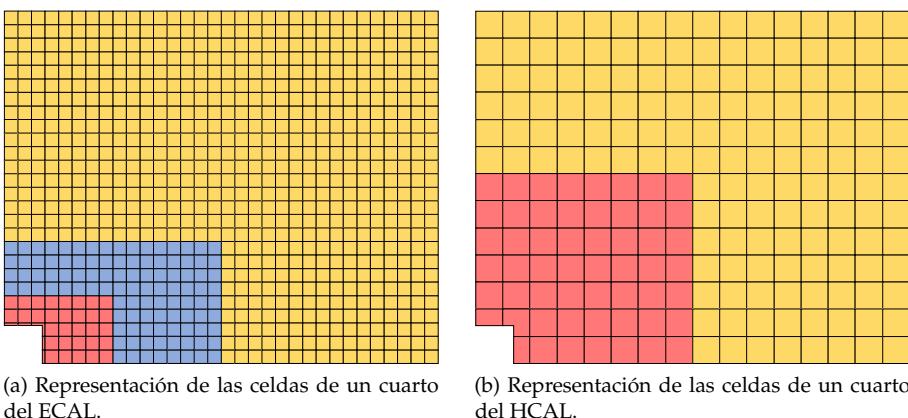


Figura 3.9: Representaciones gráficas de los calorímetros ECAL y HCAL.

Tanto el ECAL como el HCAL, que pueden verse en la Figura 3.9, emplean el mismo principio de detección: captar centelleos de las partículas cargadas y transmitir estos fotones vía fibras de onda a tubos fotomultiplicadores. En el momento de identificar las partículas, el calorímetro provee al L0 información combinada de ECAL, PS y SPD que permite la identificación de partículas: el CALO PID. Al igual que el RICH, se hacen tests para discriminar las partículas mediante medias de *log-likelihood* calculadas con las deposiciones de energía en las distintas posiciones de los calorímetros.

Sistema de muones

Los muones son partículas muy penetrantes debido a su poca sección eficaz de interacción, y por ello pueden atravesar los calorímetros sin apenas perder más que una pequeña energía, pudiendo así detectarse al final de LHCb, en las cámaras de muones. El sistema de muones es empleado tanto en el L0-trigger, para seleccionar muones con un alto momento transverso; y en la reconstrucción offline, para identificarlos.

3. Condiciones experimentales

El sistema de muones de LHCb [27] se compone de 5 estaciones, M1–M5: M1 se sitúa entre el RICH2 y el SPD, y usa tecnología de *Gas Electron Multiplier* (GEM) puesto que en esta región hay una mayor tasa de partículas; las cámaras M2–M5 se encuentran después del HCAL y emplean *Multitwire Proportional Chambers* (MWPC) separados por 80 cm de hierro. La aceptancia general del sistema de muones está entre 20(16) mrad y 306(258) mrad en el plano perpendicular (paralelo) al campo magnético.

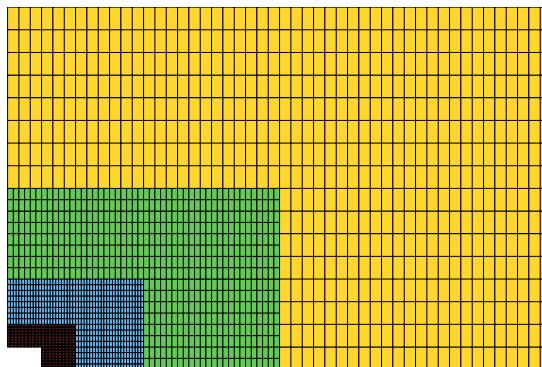


Figura 3.10: Representación de un cuarto de la cámara de muones M1, en donde se pueden apreciar los *pads* y las celdas detectoras. En cada región de las estaciones M2 y M3 (M4 y M5) el número de columnas detectoras de cada *pad* es el doble (la mitad), manteniéndose constante el número de filas.

La geometría de las diferentes estaciones varía el número de celdas detectoras en cada una, existiendo para cada estación zonas más y menos densas, tal y como puede apreciarse en la Figura 3.10, acabando finalmente por computar un flujo similar en todas ellas.

3.3 Sistema de trigger

La frecuencia de colisión de LHCb es de 40 MHz, lo que se traduce en unos 10 MHz de eventos que entran en la aceptancia del detector. El número de eventos que puede ser grabado está limitado por la capacidad de cálculo *offline*, de aproximadamente 2 kHz, por lo que la cantidad de datos generada en las colisiones de LHC es demasiado alta para ser guardada directamente, y es por ello que se necesita de un eficaz sistema de *trigger* que permita reducirla sin perder los eventos de mayor importancia para la Física. La estrategia principal del trig-

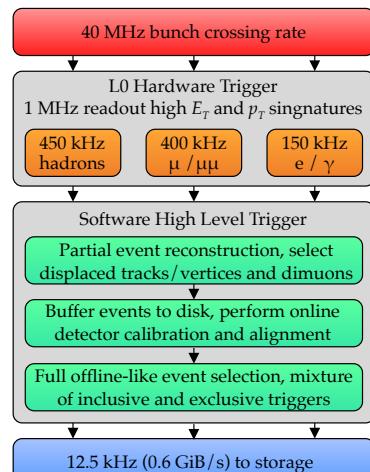


Figura 3.11: Esquema de actuación del *trigger* de LHCb en 2015.

ger se fundamenta en dos signaturas de las desintegraciones de los mesones B: la gran masa del B crea productos de desintegración con alto momento transverso p_T , y la larga vida media del B genera productos con un parámetro de impacto grande respecto del vértice primario. El sistema de trigger de LHCb consta de dos niveles: el Level-0 trigger (L0) de tipo hardware y el High Level Trigger (HLT) de tipo software [28].

3.3.1 Hardware trigger

La función del L0 es reducir la tasa de datos a 1 MHz, tasa a partir de la cual el detector se puede leer completamente. La decisión de si se debe o no aceptar el evento la toma la *Decision Unit* (DU), basada en la información que síncronamente se está viendo en el detector a 40 MHz. Para ello se usa la información siguiente:

- **L0Calo:** Se toma la energía transversa de los *clusters* que se producen en el calorímetro por los electrones, fotones, piones neutros y hadrones cargados.
- **L0Muon:** Se toma el momento transverso, p_T , de los muones o dimuones, llevándose a cabo una reconstrucción rápida de los candidatos con una resolución del 20 %. La DU solo hará uso de los dos candidatos con el p_T más alto.
- **Multiplicidades en el SPD:** El número total de celdas del detector SPD que tienen un *hit* se usa para obtener la multiplicidad de carga de la traza y rechazar así los eventos con un número muy alto de multiplicidades, que saturaría al HLT en la siguiente etapa.

Toda esta información se transmite a la L0DU, y se traduce con la calibración y triggers aleatorios en una decisión con una latencia máxima de 1 μ s. La decisión se envía a la electrónica *front-end*, y si es positiva la electrónica de los detectores toma los datos y los envía a la EFF.

3.3.2 Software Trigger

Los datos aceptados por el L0 se transmiten a la EFF, donde se ejecuta el HLT. El HLT es una aplicación C++ que corre en cada CPU de la EFF y reduce la tasa de datos de 1 MHz hasta 12.5 kHz (en 2015). El HLT realiza una reconstrucción total de las trazas usando información de todo el detector, buscando discriminar la señal del ruido. Opera en dos partes:

- **HLT1:** Usa información del VELO y las estaciones de trazado para reconstruir la traza 3D de la partículas y obtener el PV. Además se realiza

3. Condiciones experimentales

una reconstrucción rápida de las trazas en las cámaras de muones, y se hace uso del parámetro de impacto, el momento total y transverso así como las deposiciones de energía en los calorímetros para reducir todavía más la tasa de datos.

- HLT2: A este nivel se puede reconstruir totalmente el evento; se alcanzan los 12.5 kHz que se graban para su posterior análisis, con una tasa de almacenamiento de 0.6 GiBs^{-1} .

El HLT funciona con las denominadas *trigger lines*: cortes y criterios de selección similares a los aplicados durante los análisis. La implementación de las mismas puede ser bastante general o ceñirse a características más específicas. Por ejemplo, una línea de trigger puede exigir la presencia de dos muones, formando un vértice con una masa invariante en la ventana de masa de J/ψ .

Concretamente para el canal aquí estudiado, $B_s^0 \rightarrow \text{J}/\psi K^+ K^-$, se aceptan todos los eventos que superen los criterios del L0. En lo que al HLT concierne, existen dos categorías [12]:

- **Unbiased:** Se exige la correcta identificación de dos muones de carga opuesta con masa invariante mayor de $2700 \text{ MeV}/c^2$. La aceptancia en esta categoría es prácticamente constante, como puede verse en §??.
- **Biased:** Se aceptan eventos si existe al menos un muón con momento transverso mayor de $1 \text{ GeV}/c$, y con un parámetro de impacto significativo respecto de los demás vértices primarios de ese evento; o bien, si se pasa la selección de un algoritmo multivariado que identifica trazas de dos partículas, con un vértice secundario de suma de momento transverso alto y significativamente separado del vértice primario.

Herramientas y técnicas de análisis

4.1 Herramientas de simulación

La importancia de tener una muestra de datos simulados tiene diversos motivos. Primeramente, permite entrenar a las herramientas que después se usarán sobre datos reales, pero teniendo conocimiento completo del proceso estudiado. Por otra parte, el proceso de detección es preciso, pero no perfecto, lo que produce que aparezcan desviaciones en las distribuciones físicas. Para tener en cuenta estos efectos, y corregirlos, se emplean simulaciones completas de LHC b del canal en concreto a estudiar: el *full Monte Carlo*.

En LHC b la aplicación encargada de llevar a cabo la generación y transporte de partículas a través del detector es GAUSS [29]. Esta herramienta funciona en dos bloques separadamente que pueden ser operados en conjunto (*vid.* Figura 4.1):

- Generación de eventos: Las colisiones protón–protón son generadas usando PYTHIA [30], con una configuración específica para LHC b . Las desintegraciones de partículas son descritas con EVTGEN [31] y la radiación de las partículas en el estado final son generadas por PHOTOS [32].
- Simulación del detector: La interacción entre las partículas generadas con el detector, y la respuesta de este mismo, la describe GEANT4 [33].

El proceso de generación y reconstrucción de trazas es computacionalmente costoso y se realiza en el GRID de LHC b . El GRID de LHC b se compone de una red internacional de computadores conectados cuyo objetivo principal es el análisis de datos del experimento. Al sistema de computación distribuida puede accederse desde DIRAC o mediante GANGA, dos herramientas que hacen de interfaz con el usuario y el sistema de colas.

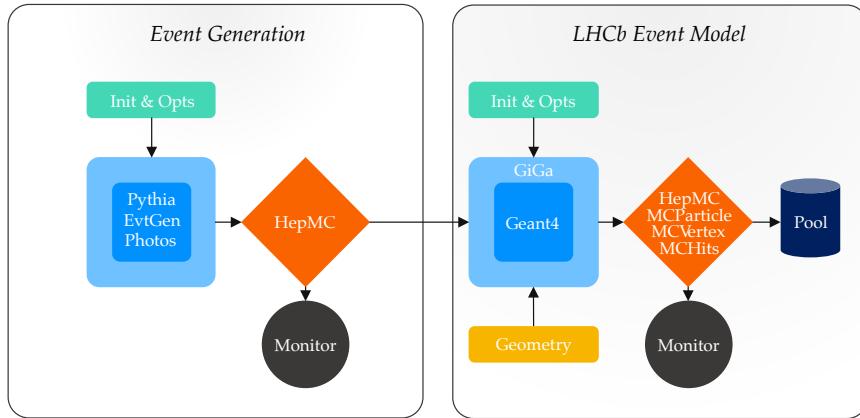


Figura 4.1: Estructura de la aplicación GAUSS.

4.1.1 Actualización del modelo $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$

En el marco concreto de este trabajo se creó un nuevo modelo de EvtGen, para simular el canal $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$, con capacidad para crear y desintegar las resonancias f_0 , ϕ y f'_2 , y generar también la interferencia entre ellas.

El modelo debe incorporar las distribuciones angulares de la §2.2.1, la evolución temporal de la §2.2.2, y las distribuciones de masa para las partículas de ondas S (no resonante), S(f_0), P(ϕ) y D(f'_2), que aparecen en §2.2. Todas estas funciones se escriben en C++, y se adecúan para ser integradas en el software de LHCb, GAUSS. Para poder interaccionar con el modelo, se compone también un DecFile, en el cual se escribe la lista de parámetros que constituyen la entrada al simulador.

| nombre del canal | f | f_f | δ | ϕ_s | λ | |
|-----------------------------|-------------------------|-------|---|--|--|---|
| 1.0 mu+ mu- K+ K- BS_MUMUKK | 0.00, 0.50, 0.50, | | 0.00, 3.32, 0.00, 0.260, 0.468, 0.194, | -0.8, -0.8, -0.8, -0.8, -0.8, -0.8, | 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, | |
| | | | 3.08, 3.26, 3.08, 3.26, 3.08, 3.26, | -0.8, -0.8, -0.8, -0.8, -0.8, -0.8, | 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, | |
| | | | | 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, | | |
| | | | | | | Γ $\Delta\Gamma$ Δm $m_{f_0}^{\min}$ $m_{K\bar{K}}^{\max}$ |
| | | | | | | 0.6603, 0.08, 17.7, 0.9499, 0.99, 1.05; |

Cuadro 4.1: Parámetros y valores de los mismos declarados en el DecFile. Se puede hallar una descripción detallada en el texto.

El primer bloque que se indica en la Tabla 4.1 indica el nombre del canal y las partículas involucradas. El siguiente bloque controla los parámetros de la distribución angular, las fracciones, fases y parámetros de violación CP. La primera columna, f , son las fracciones de cada una de las amplitudes onda S, P y D; por normalización se construye la fracción de onda D como $f_D = 1 - f_S - f_P$. La segunda columna, f_f indica la fracción de cada polarización que existe en una amplitud dada, por ejemplo la fracción de

$f_{P\parallel} = 1 - f_{P0} - f_{P\perp} = 1 - 0.509 - 0.260$. Seguidamente en la tercera y cuarta columna se definen δ y φ_s , una para cada polarización y en radianes. La quinta columna de este bloque indica el parámetro de violación CP, $|\lambda|$, definiéndose uno para cada polarización. El último bloque controla la parte de la mezcla y desintegración, Γ (ps^{-1}), $\Delta\Gamma$ (ps^{-1}) y Δm (MeV/c^2); el valor del polo de f_0 , m_{f_0} (GeV/c^2); así como la ventana de masa en la que se generan los datos, $[m_{\text{KK}}^{\text{mín}}, m_{\text{KK}}^{\text{máx}}]$ (GeV/c^2).

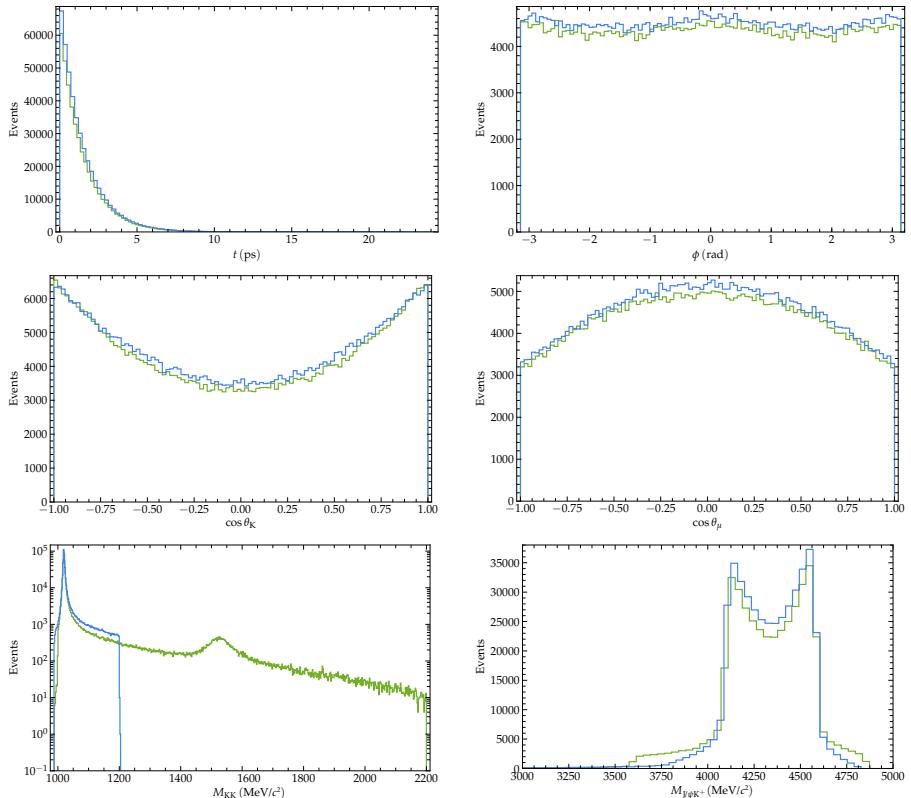


Figura 4.2: Histogramas de algunas de las variables simuladas. Las muestras de 5×10^5 eventos son *sin* onda D (azul), con 7 % S onda y 93 % P wave en la ventana de masa $m_{\text{KK}} = [0.98, 1.20] \text{ GeV}/c^2$; y *con* onda D (verde), con 15 % S wave y 70 % P wave y 15 % D wave en el rango de masa $m_{\text{KK}} = [1.0, 2.2] \text{ GeV}/c^2$.

En la §2.2, se calcula la tasa de decaimiento diferencial respecto de los ángulos de helicidad y del tiempo, y pueden verse muestras generadas con GAUSS en la Figura 4.2. GAUSS genera los cuadrimomentos de las partículas, llamados vectores Lorentz,

$$p_\mu = (p_0, \vec{p}) = (Ec^{-1}, \vec{p})$$

4. Herramientas y técnicas de análisis

de modo que es sencillo calcular la masa, empleando la *pseudonorma* del vector de Lorentz

$$p^\mu p_\mu = \frac{E^2}{c^2} - |\vec{p}|^2 = m^2 c^2.$$

Entonces, para el espectro de masa K^+K^- , se suman las componentes los momentos de los dos kaones calculándose la masa con el cuadrivector suma; análogamente para el $J/\psi K^-$, se suman las del K^- y de los muones.

En la Figura 4.3 puede observarse el espacio fásico en el Dalitz plot que representa $M_{J/\psi K^-}$ vs. $M_{K^+K^-}$, y donde se aprecian las diferentes contribuciones que fueron implementadas.

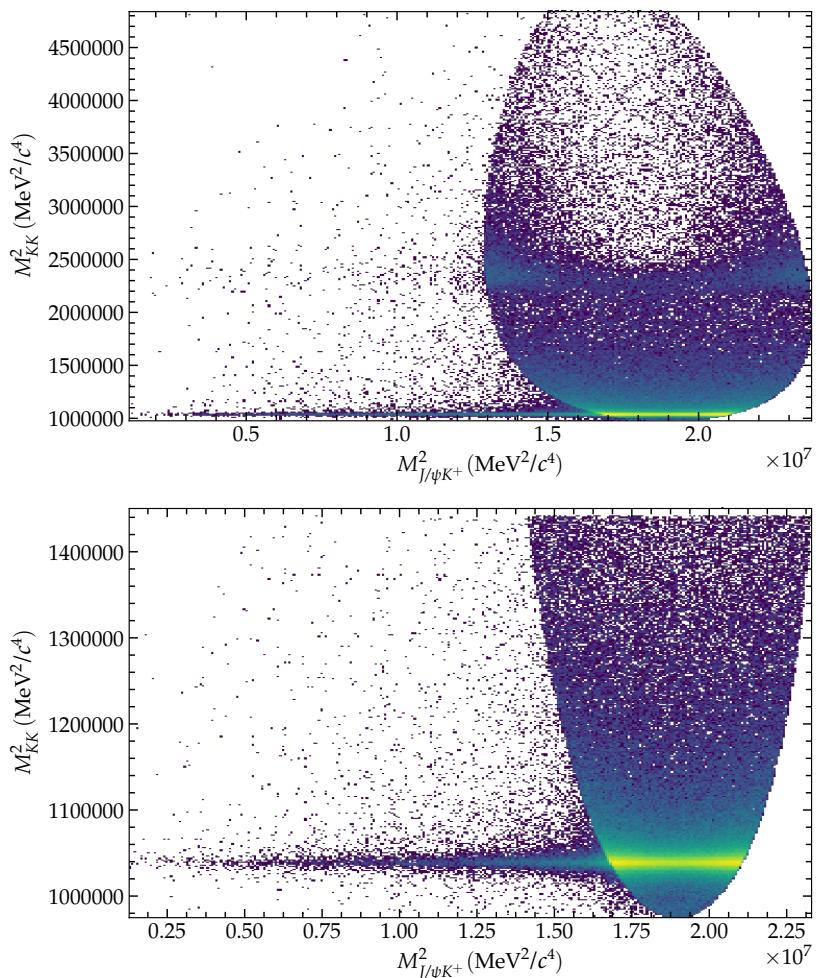


Figura 4.3: Dalitz *plot* para dos muestra de 5×10^5 eventos, arriba con 15 % S wave, 70 % P wave y 15 % D wave y abajo 11 % S wave, 89 % P wave. Se aprecian claramente las resonancias ϕ y f'_2 . Alrededor del ϕ , puede verse también f_0 de una forma más difusa.

4.1.2 Comprobación de la simulación

Modelo con ondas S y P

| Parámetro | Valor | Parámetro | Valor |
|------------|-----------------------|--------------|-----------------------|
| DG | 0.0848 ± 0.0026 | FS_mKK1 | 0.482 ± 0.011 |
| $GsmGd$ | 0.00093 ± 0.00082 | FS_mKK2 | 0.0515 ± 0.0015 |
| DM | 17.6974 ± 0.0023 | FS_mKK3 | 0.0061 ± 0.00026 |
| $phisPlon$ | -0.0313 ± 0.0022 | FS_mKK4 | 0.00897 ± 0.00038 |
| $lamPlon$ | 0.9994 ± 0.0015 | FS_mKK5 | 0.0429 ± 0.0013 |
| $fPlon$ | 0.51348 ± 0.00095 | FS_mKK6 | 0.1504 ± 0.003 |
| $fPper$ | 0.2531 ± 0.0012 | $dSlon_mKK1$ | 1.825 ± 0.016 |
| $dPpar$ | 3.2576 ± 0.0084 | $dSlon_mKK2$ | 1.642 ± 0.017 |
| $dPper$ | 3.0794 ± 0.0069 | $dSlon_mKK3$ | 0.88 ± 0.023 |
| | | $dSlon_mKK4$ | -0.356 ± 0.02 |
| | | $dSlon_mKK5$ | -0.807 ± 0.015 |
| | | $dSlon_mKK6$ | -0.925 ± 0.011 |

Cuadro 4.2: Valores obtenidos del ajuste a una muestra de un millón de eventos de MC.

Modelo con ondas S, P y D

Se escribió un programa capaz de ajustar muestras de datos con onda D. Esto incluye, evidentemente, ajustar un conjunto de parámetros más grande, y que en su máxima amplitud resulta en 76.

El algoritmo, diseñado para correr en GPU, funciona correctamente y valida los parámetros impuestos al generador de las muestras de MC. Corriendo sobre una NVIDIA GEFORCE GTX 1080 TI, se puede ajustar una muestra de 0.5 millones de eventos, en aproximadamente 6 minutos, incluyendo la carga de los datos, el tiempo de minimización, y la salida de los resultados (Tabla 4.3) y gráficas (Figuras 4.4 a 4.9).

| Parámetro | Valor | Parámetro | Valor |
|------------|--------------------------|--------------|-----------------------|
| DG | 0.0796 ± 0.0035 | $dSlon_mKK1$ | $1e - 05 \pm 0.00048$ |
| $GsmGd$ | 0.0005 ± 0.0011 | $dSlon_mKK2$ | $1e - 05 \pm 0.00028$ |
| DM | 17.7054 ± 0.0032 | $dSlon_mKK3$ | 0.0 ± 0.0026 |
| $phisPlon$ | -0.0323 ± 0.0032 | $dSlon_mKK4$ | -0.123 ± 0.028 |
| $lamPlon$ | 0.9996 ± 0.002 | $dSlon_mKK5$ | -0.135 ± 0.038 |
| $fPlon$ | 0.5116 ± 0.0014 | $dSlon_mKK6$ | -0.107 ± 0.052 |
| $fPper$ | 0.2558 ± 0.0018 | $dDlon_mKK1$ | -2.97 ± 0.1 |
| $fDlon$ | 0.5 ± 0.0003 | $dDlon_mKK2$ | -2.09 ± 0.039 |
| $fDper$ | 0.2 ± 0.00059 | $dDlon_mKK3$ | -1.54 ± 0.014 |
| FS_mKK1 | 0.01624 ± 0.00072 | $dDlon_mKK4$ | -0.2 ± 0.038 |
| FS_mKK2 | 0.4253 ± 0.0091 | $dDlon_mKK5$ | -0.03 ± 0.058 |
| FS_mKK3 | 0.194 ± 0.01 | $dDlon_mKK6$ | 0.064 ± 0.097 |
| FS_mKK4 | 0.261 ± 0.016 | $dDper_mKK1$ | -6.283 ± 0.014 |
| FS_mKK5 | 0.254 ± 0.023 | $dDper_mKK2$ | -6.2832 ± 0.003 |
| FS_mKK6 | 0.316 ± 0.031 | $dDper_mKK3$ | -0.766 ± 0.035 |
| FD_mKK1 | $0.000446 \pm 8.7e - 05$ | $dDper_mKK4$ | 0.503 ± 0.063 |
| FD_mKK2 | 0.0414 ± 0.003 | $dDper_mKK5$ | 1.07 ± 0.12 |
| FD_mKK3 | 0.631 ± 0.011 | $dDper_mKK6$ | 0.58 ± 0.19 |
| FD_mKK4 | 0.314 ± 0.013 | $dDpar_mKK1$ | 0.83 ± 0.14 |
| FD_mKK5 | 0.184 ± 0.014 | $dDpar_mKK2$ | 1.707 ± 0.061 |
| FD_mKK6 | 0.15 ± 0.017 | $dDpar_mKK3$ | 2.49 ± 0.034 |
| $dPpar$ | 3.1 ± 0.012 | $dDpar_mKK4$ | -2.435 ± 0.049 |
| $dPper$ | 2.9271 ± 0.009 | $dDpar_mKK5$ | -2.372 ± 0.09 |
| | | $dDpar_mKK6$ | -2.29 ± 0.13 |

Cuadro 4.3: Valores obtenidos del ajuste a una muestra de un millón de eventos de MC.

En las Figuras 4.4–4.9 pueden verse las gráficas de los ajustes para cada bin de masa de los definidos.

4. Herramientas y técnicas de análisis

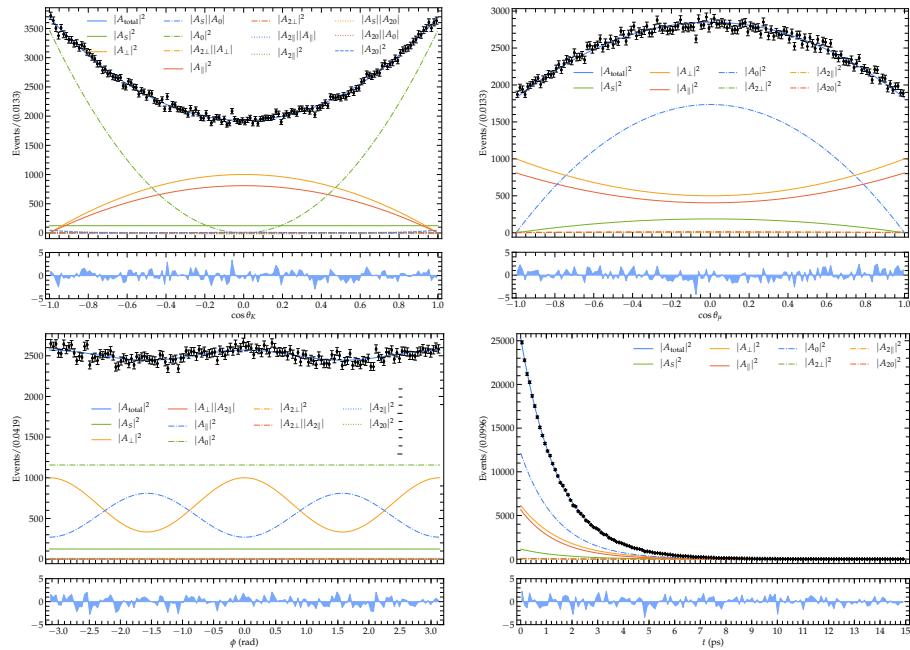


Figura 4.4: Gráficos del ajuste con onda D para el bin $m_{KK1} = [1.0, 1.2)$ GeV.

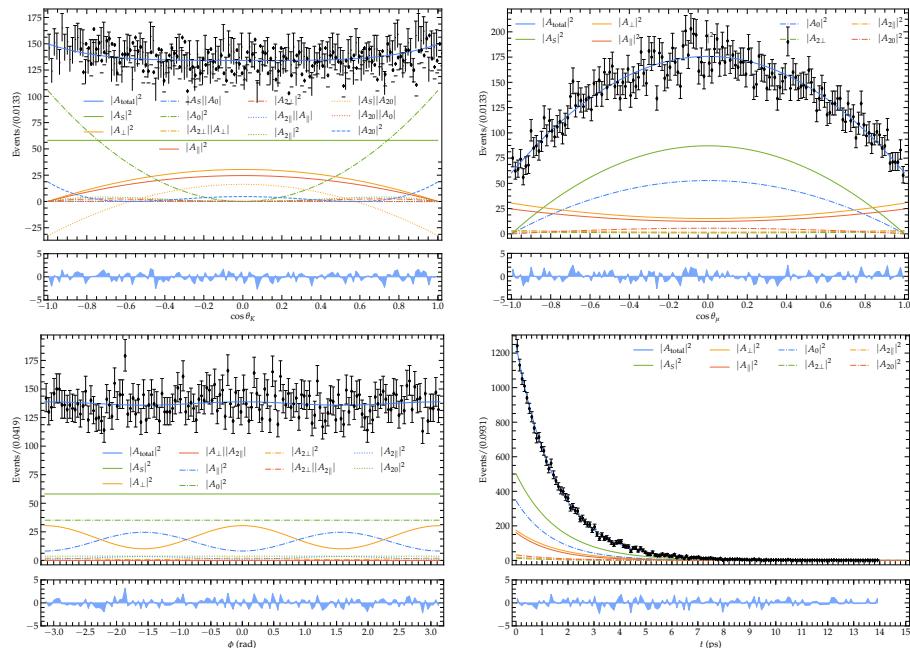
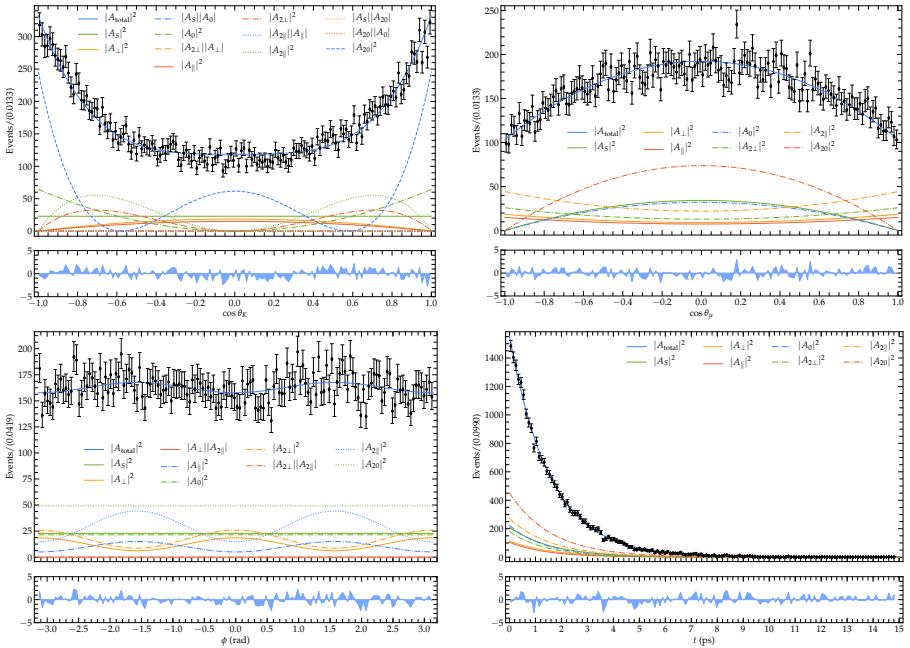
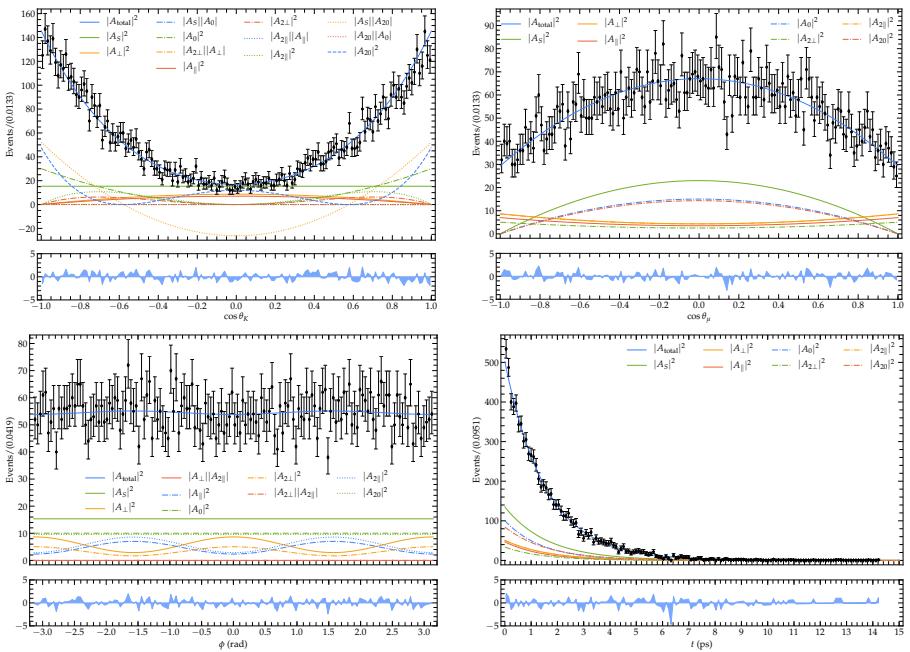


Figura 4.5: Gráficos del ajuste con onda D para el bin $m_{KK2} = [1.2, 1.4)$ GeV.


 Figura 4.6: Gráficos del ajuste con onda D para el bin $m_{KK3} = [1.4, 1.6]$ GeV.

 Figura 4.7: Gráficos del ajuste con onda D para el bin $m_{KK4} = [1.6, 1.8]$ GeV.

4. Herramientas y técnicas de análisis

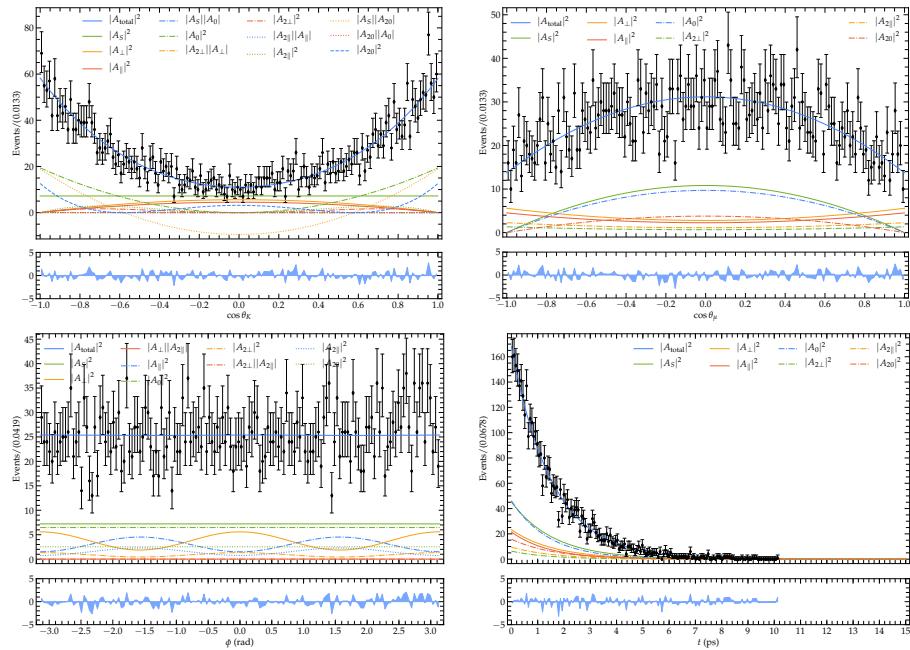


Figura 4.8: Gráficos del ajuste con onda D para el bin $m_{KK5} = [1.8, 2.0]$ GeV.

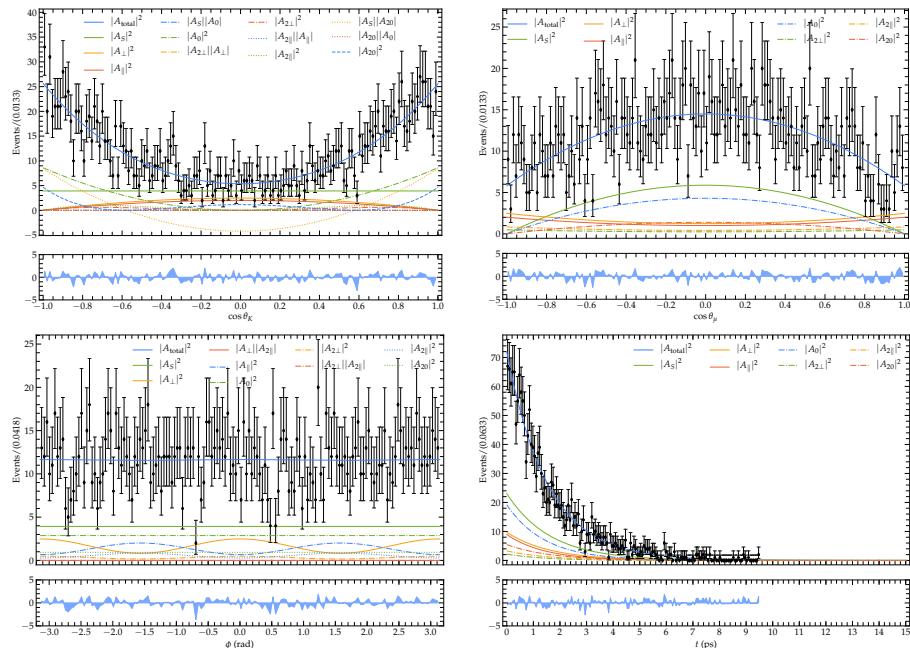


Figura 4.9: Gráficos del ajuste con onda D para el bin $m_{KK6} = [2.0, 2.2]$ GeV.

4.2 Estimación por máxima verosimilitud

Para extraer parámetros de conjuntos de datos, como las que se muestran en la Figura 4.2, se emplean algoritmos de ajuste (*fit*). Existen diversos métodos para poder minimizar un funcional respecto de una muestra y extraer los parámetros, entre ellos aquí se emplea el método de máxima verosimilitud.

El método de máxima verosimilitud [34], MLE, es una técnica para estimar los valores de parámetros *verdaderos*, θ_k^0 , de una muestra finita de datos, x_i , dada. Si la medida se repite N veces, entonces x_i tendrá N valores para la dimensión i (pudiendo tener una variable más dimensiones).

Asumiendo la hipótesis de la función de densidad de probabilidad, *p.d.f.*, para la muestra x , y siendo todas las medidas independientes, se verifica que

$$\text{probabilidad de } x_i \in [x_i, x_i + dx_i] \quad \forall i = \prod_{i=1}^N f(x_i, \theta_k) dx_i \quad (4.1)$$

Si la hipótesis es correcta y los parámetros son $\theta_k \approx \theta_k^0$, se espera una alta probabilidad para los datos medidos. Mismamente, si los parámetros se alejan del valor verdadero θ_k^0 , entonces se obtendrá una baja probabilidad. Como dx_i no depende de los parámetros, se define la función de verosimilitud como

$$L(\theta_k) = \prod_{i=1}^N f(x_i, \theta_k) \quad (4.2)$$

que no es más que la *p.d.f.* conjunta de x_i como función de los parámetros a estimar. Los datos actúan como constantes, puesto que el experimento ha finalizado.

En virtud de la Ecuación (4.2), uno define el método de máxima verosimilitud (MLE), escogiendo maximizar la función de verosimilitud, *likelihood*. Se trata por tanto de buscar

$$\frac{\partial L(\theta_k)}{\partial \theta_k} = 0, \quad k = \{1, \dots, N\}. \quad (4.3)$$

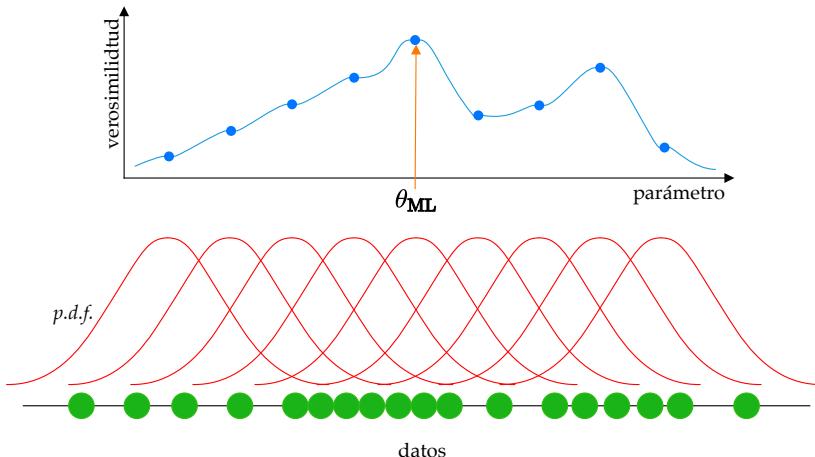


Figura 4.10: Ejemplo conceptual del ajuste por máxima verosimilitud. Se ajustan unos ciertos datos respecto de una *p.d.f.* gaussiana, cuyo valor del parámetro media coincide con la media de la muestra, y ello se corresponde con el máximo de la verosimilitud.

4.3 Minimizar

Para realizar los ajustes por máxima verosimilitud, se requiere de un algoritmo capaz de encontrar extremos relativos de funciones que sea lo suficientemente sofisticado para manejar grandes cantidades de datos y funciones de varios parámetros.

4.3.1 Paralelización

Gran parte del coste computacional del análisis recae en el cálculo de la *likelihood*, que luego se optimiza. La minimización puede ser un proceso lento, sobre todo con grandes cantidades de datos y parámetros, y más cuando se procede vía un ajuste multidimensional. Es aquí donde la paralelización se vuelve de gran ayuda. Típicamente una CPU tiene del orden de 10 *cores*, en los que se pueden paralelizar procesos, mientras que una GPU tiene del orden de 100 veces más *cores*.

La paralelización se realiza por eventos, calculándose la *likelihood* en la GPU para cada conjunto de parámetros y llevándose a cabo la minimización en la CPU con MINUIT [35], un minimizador de tipo gradiente que busca mínimos de funciones y es reconocido como uno de los mejores algoritmos de su tipo.

Para este trabajo se emplearon GPUs de la marca NVIDIA, y que son relativamente fáciles de usar, puesto que la propia compañía ofrece CUDA, un *framework* que permite usar las tarjetas programando en cuda-C, muy similar a C. Al final se emplea Python como una interfaz y gestor de datos en la CPU, empleando para ello la librería PyCuda; existiendo además un paquete de software llamado Ipanema [36], con funcionalidades adecuadas a esta línea de

trabajo. Desde el punto de vista técnico, se necesita de la CPU para coordinar todos los procesos y de un código que la GPU entienda, en donde se indiquen las posiciones y operaciones que deben hacerse sobre *arrays* de datos, así como una forma óptima de salida del programa. Puede verse un esquema de como operan las diferentes parte en la Figura 4.11.

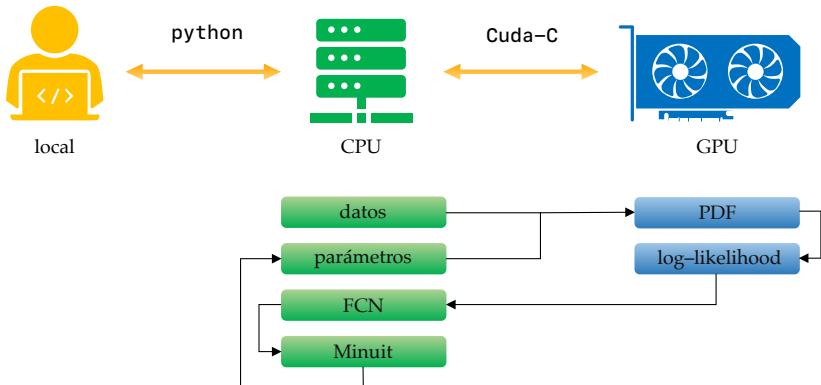


Figura 4.11: Esquema del flujo de trabajo e interacciones entre el usuario, la CPU y la GPU con Ipanema. Aquí FCN se refiere al valor de la función a cada llamada de la CPU, y es el número a minimizar con Minuit.

4.3.2 Minuit

Minuit es un algoritmo escrito por F. James en la década de los 70 en el CERN. Fue concebido como una herramienta para encontrar el mínimo de funciones multiparamétricas y analizar la forma de la función alrededor del mínimo. Su principal aplicación es el análisis estadístico de datos, principalmente para obtener el mejor conjunto de parámetros que minimice un χ^2 o maximice la verosimilitud. Además de estimar los parámetros, computa sus incertidumbres estadísticas y la correlación entre ellos. Es especialmente útil para problemas difíciles, incluyendo aquellos que requieran de ser guiados para hallar la solución correcta [35].

Brevemente, las funciones que Minuit aporta son:

- **Migrad:** Encuentra, empleando la fórmula DavidonFletcherPowell (DFP), el conjunto de parámetros que minimiza un funcional dado sobre unos datos.
- **Hesse:** Estima con mayor precisión la hessiana, extrayéndose de esta parte las incertidumbres parabólicas de los parámetros obtenidos con Migrad.
- **Minos:** En problemas complicados es plausible que la función a minimizar no sea simétrica respecto de un parámetro alrededor del mínimo (como presupone Hesse), por ello esta función, computacionalmente más costosa, estima la incertidumbre asimétrica de los parámetros.

4.3.3 Fórmula de Davidon–Fletcher–Powell

El algoritmo DFP fue desarrollado por Davidon (1959), Fletcher y Powell (1963), y es también conocido como el *variable metric algorithm* [37]. Se trata de una generalización de los métodos *quasi*–Newton, que asegura que se preserve que la hessiana sea definida positiva.

Considérense la función $f(x)$ y su gradiente ∇f , y la matriz hessiana H , la serie de Taylor de la función f es [38]

$$f(x_k + s_k) = f(x_k) + \nabla f(x_k)^T s_k + \frac{1}{2} s_k^T H s_k + \dots, \quad (4.4)$$

y para su gradiente (ecuación secante), que es usado para calcular la hessiana es

$$\nabla f(x_k + s_k) = \nabla f(x_k) + H s_k + \dots.$$

La fórmula DFP encuentra la solución a la ecuación secante que es más próxima al valor estimado y que además verifica la condición de curvatura, cumpliendo que la hessiana sea simétrica y definida positiva

$$H_{k+1} = (I - \gamma_k y_k y_k^T) H_k (I - \gamma_k s_k s_k^T) + \gamma_k y_k y_k^T, \quad (4.5)$$

donde $y_k = \nabla f(x_k + s_k) - \nabla f(x_k)$, con $\gamma_k = \frac{1}{y_k^T s_k}$.

A cada iteración la aproximación a la inversa de la hessiana $G_k = G_k^{-1}$ es

$$G_{k+1} = G_k - \frac{G_k y_k y_k^T G_k}{y_k^T G_k y_k} + \frac{s_k s_k^T}{y_k^T s_k}. \quad (4.6)$$

donde se asume que H es definida positiva, cumpliendo los vectores s_k^T e y la condición de curvatura

$$s_k^T y_k = s_k^T H s_k > 0. \quad (4.7)$$

La fórmula DFP es muy efectiva, y de hecho fue el primer método *quasi*–Newton en generalizar el método de la secante para un problema multidimensional. Sin embargo, para grandes problemas no cuadráticos, el algoritmo puede estancarse; un fenómeno atribuido a que H se vuelve una matriz casi singular. Notar que a pesar de ello es mejor la fórmula Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno, que es dual (bajo el intercambio y y s).

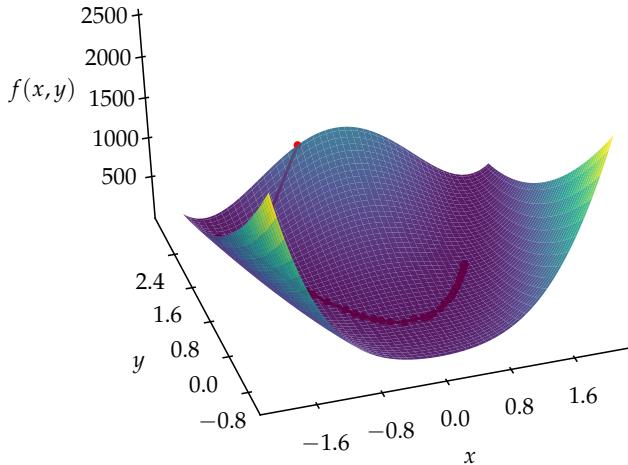


Figura 4.12: Minimización de la función de Rosenbrock mediante el método DFP. Se situó la semilla en $(-0.5, 3)$, y se halló el mínimo de $f(x, y) = (a - x)^2 + b(y - x^2)^2$ en $(1, 1)$ para los parámetros $a = 1$ y $b = 100$.

4.4 Splines

Los splines son funciones polinómicas definidas a trozos, que resultan particularmente útiles para interpolar datos con formas complicadas y que pueden tener ruido. Existen diferentes formas de construir splines, aquí se centrará el texto en los *basis* splines con polinomios de tercer orden.

4.4.1 B-splines

Dado un conjunto de nodos, $k = \{u_0, \dots, u_n\}$, con $n + 1$ elementos que definen n intervalos, para un spline cúbico hay $n + 3$ parámetros, b , que lo definen [39]. La función interpolante se construye como la suma lineal de b-splines [12]

$$s(u) = \sum_{i=0}^{n+2} b_i s_i(u). \quad (4.8)$$

Para un valor u en un determinado intervalo, $u \in (u_i, u_{i+1}]$, contribuyen cuatro b-splines, concretamente, $s_i(u)$ con $i \in \{i, i+1, i+2, i+3\}$. Es preciso extender los nodos en los extremos para calcular dichas contribuciones,

$$u_i = u_0 \quad \forall i < 0 \quad \text{y} \quad u_i = u_n \quad \forall i > n.$$

Definiendo, la variable δ [12],

$$\delta_i(u) = u - u_i \quad \delta_i^j = u_j - u_i \quad (4.9)$$

se pueden escribir las cuatro contribuciones no nulas como,

$$s_i(u) = b_i A_i(u) + b_{i+1} B_i + b_{i+2} C_i + b_{i+3} D_i \quad (4.10)$$

donde

$$\begin{aligned}
 A_i(u) &= -\frac{\delta_{i+1}(u)^3}{\delta_{i-2}^{i+1}\delta_{i-1}^{i+1}\delta_i^{i+1}} \\
 B_i(u) &= \frac{\delta_{i-2}(u)\delta_{i+1}(u)^2}{\delta_{i-2}^{i+1}\delta_{i-1}^{i+1}\delta_i^{i+1}} + \frac{\delta_{i-1}(u)\delta_{i+1}(u)\delta_{i+2}(u)}{\delta_{i-1}^{i+2}\delta_{i-1}^{i+1}\delta_i^{i+1}} + \frac{\delta_i(u)\delta_{i+2}(u)^2}{\delta_i^{i+2}\delta_{i-1}^{i+2}\delta_i^{i+1}} \\
 C_i(u) &= \frac{\delta_{i-1}(u)^2\delta_{i+1}(u)}{\delta_{i-1}^{i+2}\delta_{i-1}^{i+1}\delta_i^{i+1}} + \frac{\delta_{i-1}(u)\delta_i(u)\delta_{i+2}(u)}{\delta_i^{i+2}\delta_{i-1}^{i+2}\delta_i^{i+1}} + \frac{\delta_i(u)^2\delta_{i+3}(u)}{\delta_i^{i+3}\delta_i^{i+2}\delta_i^{i+1}} \\
 D_i(u) &= \frac{\delta_i(u)^3}{\delta_i^{i+3}\delta_i^{i+2}\delta_i^{i+1}}
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

De este modo, fijando un conjunto de nodos, se han de encontrar los parámetros b . Por simplicidad a la hora de ser implementado, es útil considerar

$$b_i A_i(u) + b_{i+1} B_i + b_{i+2} C_i + b_{i+3} D_i = \beta_0 + \beta_1 u + \beta_2 u^2 + \beta_3 u^3 \tag{4.12}$$

donde los coeficientes β_i son propios de cada bin, a diferencia de los b_i , que son comunes a todo el spline.

Medida de la fase φ_s en el canal

$$B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$$

En términos generales, cabe señalar unas ideas generales a tener en cuenta a la hora de medir la fase electrodébil φ_s :

- El rango de tiempo de decaimiento es $t \in [0.3, 15]$ ps. La cota inferior suprime mucho fondo combinatorio, mientras que la cota superior es debida a que ya no hay casi eventos a partir de 15 ps.
- Se ajusta el valor $\Gamma_s - \Gamma_d$, debido a que puede ser medido independientemente del valor de Γ_d , resolviéndose mejor que si se ajustase Γ_s directamente.
- Se asume que no hay dependencia entre los ratios *penguin*-árbol, tomando por tanto un único λ para todas las polarizaciones.
- El rango de masa del ajuste está limitado a la región de masa $m_{KK} = [990, 1050]$ MeV alrededor de la resonancia del ϕ y dominada por ella, que se subdividide en seis bins de masa.
- No se tendrá en cuenta el D wave en este análisis, porque es despreciable en este análisis, al ser su contribución a la ventana de masa muy pequeña. El conjunto de factores C_{SP} empleado es

$$C_{SP} = \{0.8463, 0.8756, 0.8478, 0.8833, 0.9415, 0.9756\}.$$

- Al tratar con *full MC* o datos, cada evento i está pesado con una ponderación de señal, w_i , obtenida mediante el método *sPlot*. De este modo se elimina el ruido y solo se modela la señal. La verosimilitud en cada muestra se escala por un factor $w_i \frac{\sum w_i}{\sum w_i^2}$, para tener en cuenta los pesos en las incertidumbres de los parámetros.

5.1 Determinación de la aceptancia en el tiempo de desintegración

La eficiencia de reconstrucción no es constante como función de la vida media del B_s^0 debido a dos factores: los requerimientos de desplazamiento hechos en las trazas de señal en el *trigger* y la selección de eventos; y a la propia eficiencia de reconstrucción de las trazas en el VELO CITAR 24. La aceptancia en el tiempo de desintegración es determinada usando el canal de control $B_d \rightarrow J/\psi K^{*0}(892)(\rightarrow K^+ \pi^-)$, que es cinemáticamente muy similar a la señal y se asume que tiene una distribución de decaimiento puramente exponencial, se desprecia la anchura $\Delta\Gamma_d$ con una vida media muy bien conocida. [12]

Se define la aceptancia en el tiempo de desintegración, $\epsilon_{\text{data}}^{B_s^0}$, como

$$\epsilon_{\text{data}}^{B_s^0} = \epsilon_{\text{data}}^{B_d^0} \times \frac{\epsilon_{\text{MC}}^{B_s^0}}{\epsilon_{\text{MC}}^{B_d^0}} \quad (5.1)$$

donde $\epsilon_{\text{data}}^{B_d^0}$ es la eficiencia para los eventos totalmente *triggered*, seleccionados y s-ponderados en el canal de control B_d^0 ; y $r(t) = \epsilon_{\text{MC}}^{B_s^0}/\epsilon_{\text{MC}}^{B_d^0}$ el cociente de las eficiencias entre los MC. De este modo, el cociente entre MC toma en cuenta las pequeñas diferencias entre la vida media y cinemática entre los modos de señal y control entre los dos MC, mientras que los datos de B_d corrigen las diferencias entre los MC y los datos de B_s^0 .

La línea de trabajo consiste en hacer un ajuste simultáneo a las tres muestras de datos de forma que se pueda derivar $\epsilon_{\text{data}}^{B_s^0}$, siendo de este modo posible conseguir una correcta estimación de las incertidumbres en los coeficientes de la aceptancia. Esta aceptancia es después usada para obtener los parámetros físicos de la desintegración del B_s^0 .

Esta aceptancia está modelada con b-splines cúbicos con el primer coeficiente fijado a la unidad. Para fijar la base se define k ,

$$k = \{0.3, 0.58, 0.91, 1.35, 1.96, 3.01, 7.00\}$$

un conjunto de nudos exponencialmente distribuidos, teniendo por lo tanto seis bins *quasi*-equipoblados. Existen de este modo 3 splines, uno para cada conjunto de datos, que son:

- $s_{\text{MC}}^{B_s^0}$, que representa la aceptancia de la desintegración del MC de B_s^0 .
- $s_{\text{MC}}^{B_d^0/B_s^0}$, que representa el cociente entre las aceptancias de los MC.
- $s_{\text{data}}^{B_s^0}$, el b-spline buscado, que representa la aceptancia de los datos B_s^0 .

A la hora modelar la resolución del detector del tiempo de desintegración, se emplea una gaussiana de media cero y desviación típica σ . Después de

los estudios de resolución temporal, los valores obtenidos para σ de cada conjunto de datos son los mostrados en la Tabla 5.1. Para cada muestra, tanto de datos como de MC, el modelo usado para el ajuste está compuesto de una distribución exponencial de una cola convolucionada con una gaussiana simple de resolución, multiplicada por la función de aceptancia, i.e., los b-splines.

| | muestra B_s^0 MC | muestra B_d^0 MC | muestra B_d^0 datos |
|------------------------|--------------------|--------------------|-----------------------|
| σ (ps) | 41.7 | 38.64 | 42.44 |
| Γ (ps $^{-1}$) | 0.6613701 | 0.65833 | 0.65789 |

Cuadro 5.1: Valores de la resolución y vida media para cada muestra [40].

Dado que se emplean b-splines cúbicos con un conjunto de $6 + 1$ nudos, el conjunto de parámetros que definen el spline será un conjunto b con $6 + 3 = 9$ parámetros que han de ser calculados para que el spline interpole a los datos,

$$b = \{1, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8\}. \quad (5.2)$$

Considerando s el b-spline cúbico definido para un bin de tiempo dado,

$$s = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3 \quad (5.3)$$

que depende de cuatro coeficientes, que de hecho son funciones de los coeficientes b , $\beta_i = \beta_i(b)$.

En el último nudo se hace una extrapolación lineal hasta $t = 15$ ps. Para lograr esto, se imponen dos condiciones,

$$f(t = 7 \text{ ps}) = g(t = 7 \text{ ps}) \quad f'(t = 7 \text{ ps}) = g'(t = 7 \text{ ps})$$

siendo f la función antes de $t = 7$ ps y g la que se encuentra a la derecha.

Por otra parte, la distribución exponencial y la distribución gaussiana toman la forma

$$E(t; \Gamma) = \Gamma e^{-\Gamma t} \quad G(t; \sigma) = \frac{e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}.$$

La convolución entre exponencial y gaussiana es analítica, y se encuentra que

$$\begin{aligned} G * E &= \int_0^\infty E(t - x; \Gamma) G(x; \sigma) dx \\ &= \frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}\Gamma(\Gamma\sigma^2 - 2t)} \operatorname{erfc} \left(\frac{\Gamma\sigma - \frac{t}{\sigma}}{\sqrt{2}} \right). \end{aligned} \quad (5.4)$$

De este modo solo resta multiplicar el spline, s , siendo la función *p.d.f.* para ajustar en cada bin de tiempo,

$$f(t; \Gamma, \sigma, \beta_i) = (E * G) \times (\beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3) \quad (5.5)$$

cuya integral es también analítica y puede calcularse con un sistema CAS. A la hora de ajustar los parámetros β_i , estos deben ser obtenidos mediante una transformación entre ellos y el conjunto b , tomando en consideración el valor de t , puesto que son dependientes del bin.

En aras de obtener la aceptancia en el tiempo, $s_{\text{data}}^{B_s^0}$, se realiza un ajuste simultáneo a las tres muestras y que consta de tres pasos:

- Se ajusta $(E * G) \times s_{\text{MC}}^{B_s^0}$ con la muestra de B_s^0 MC, de modo que se obtienen los coeficientes, b_i , del spline $s_{\text{MC}}^{B_s^0}$.
- Se ajusta $(E * G) \times s_{\text{MC}}^{B_s^0} \times s_{\text{MC}}^{B_d^0/B_s^0}$ con los datos de la muestra B_d^0 tomando por fijos los parámetros del spline $s_{\text{MC}}^{B_s^0}$ del paso previo y obteniendo los coeficientes r_i .
- Finalmente, $(E * G) \times s_{\text{MC}}^{B_d^0/B_s^0} \times s_{\text{data}}^{B_s^0}$ se ajusta con la muestra de datos B_d^0 , se toma el spline $s_{\text{MC}}^{B_d^0/B_s^0}$ del paso anterior y se obtiene el conjunto de coeficientes c_i .

Las tres fases se realizan simultáneamente, y se emplean tanto datos como MC de 2016 en la categorías de trigger **biased** y **unbiased** (*vid. §3.3.2*).

El actual algoritmo en uso para realizar este ajuste y obtener los coeficientes del spline de aceptancia está escrito en C++ y corre sobre CPU, con un tiempo estimado de 30 minutos para ajustar las dos categorías de *trigger* para 2015 y 2016. Para reducir el tiempo de ajuste y acelerar el análisis, se implementó este algoritmo en GPU, siendo capaz de correr en 6 minutos el mismo ajuste a las cuatro, ya mencionadas, muestras de datos.

El conjunto de coeficientes obtenidos que modelan la aceptancia en el tiempo de desintegración del B_s^0 , se muestran en la Tablas 5.3 y 5.2, y puede verse el gráfico de los ajustes en las Figuras 5.1 y 5.3. Además en las Figuras 5.4 y 5.2 pueden verse los ajustes a cada una de las muestras por separado, y también el cociente entre MC's, junto con las proyecciones de los splines correspondientes.

5.1. Determinación de la aceptancia en el tiempo de desintegración

| $s_{MC}^{B_s^0}$ | $s_{MC}^{B_0/B_s^0}$ | $s_{data}^{B_s^0}$ |
|------------------|----------------------|--------------------|
| b_0^{BsMC} | 1 | r_0 |
| b_1^{BsMC} | 1.603 ± 0.032 | r_1 |
| b_2^{BsMC} | 2.129 ± 0.029 | r_2 |
| b_3^{BsMC} | 2.279 ± 0.034 | r_3 |
| b_4^{BsMC} | 2.363 ± 0.032 | r_4 |
| b_5^{BsMC} | 2.455 ± 0.034 | r_5 |
| b_6^{BsMC} | 2.508 ± 0.041 | r_6 |
| b_7^{BsMC} | 2.506 ± 0.038 | r_7 |
| b_8^{BsMC} | 2.487 ± 0.034 | r_8 |

Cuadro 5.2: Valores de los coeficientes de los b-splines que modelan la aceptancia en el tiempo de desintegración para la categoría de trigger `biased2016`.

| $s_{MC}^{B_s^0}$ | $s_{MC}^{B_0/B_s^0}$ | $s_{data}^{B_s^0}$ |
|------------------|----------------------|--------------------|
| b_0^{BsMC} | 1 | r_0 |
| b_1^{BsMC} | 1.603 ± 0.032 | r_1 |
| b_2^{BsMC} | 2.129 ± 0.029 | r_2 |
| b_3^{BsMC} | 2.279 ± 0.034 | r_3 |
| b_4^{BsMC} | 2.363 ± 0.032 | r_4 |
| b_5^{BsMC} | 2.455 ± 0.034 | r_5 |
| b_6^{BsMC} | 2.508 ± 0.041 | r_6 |
| b_7^{BsMC} | 2.506 ± 0.038 | r_7 |
| b_8^{BsMC} | 2.487 ± 0.034 | r_8 |

Cuadro 5.3: Valores de los coeficientes de los b-splines que modelan la aceptancia en el tiempo de desintegración para la categoría de trigger `unbiased2016`.

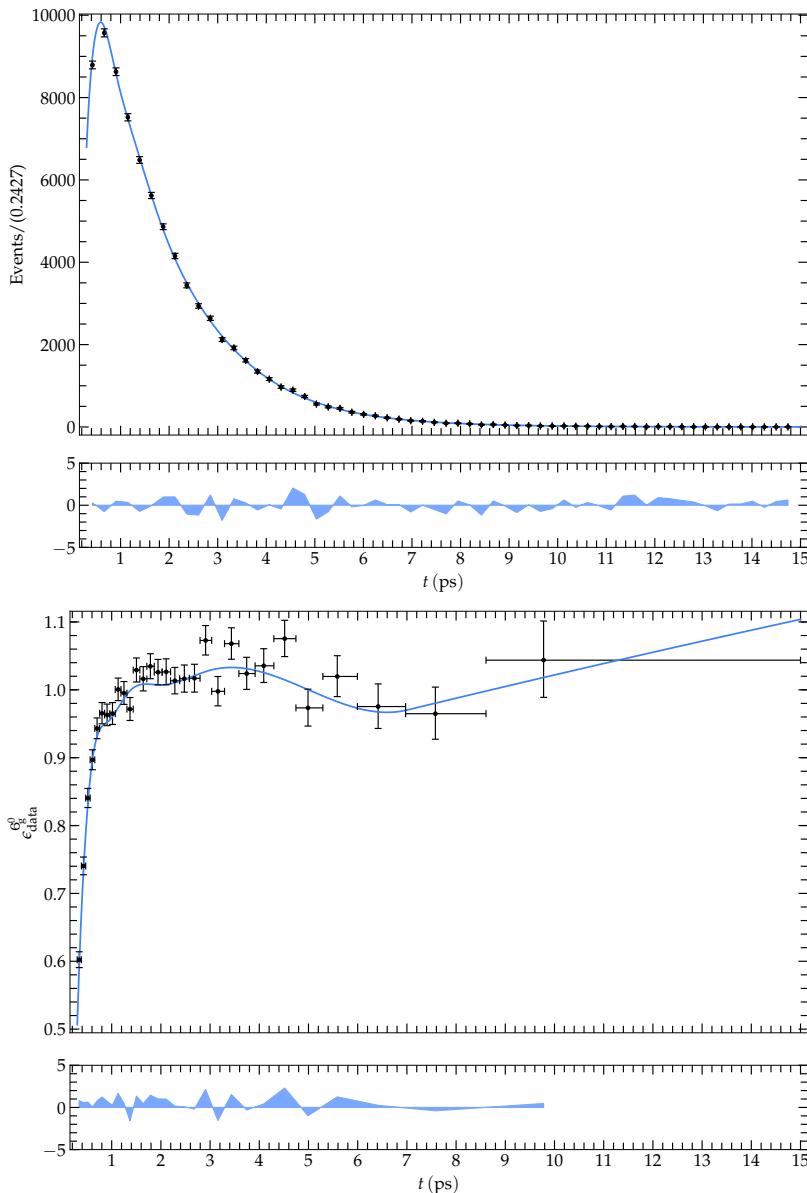


Figura 5.1: Ajuste de la aceptancia en el tiempo de desintegración (arriba) y la función de aceptancia (abajo) para la categoría de trigger `unbiased2016`.

5.1. Determinación de la aceptancia en el tiempo de desintegración

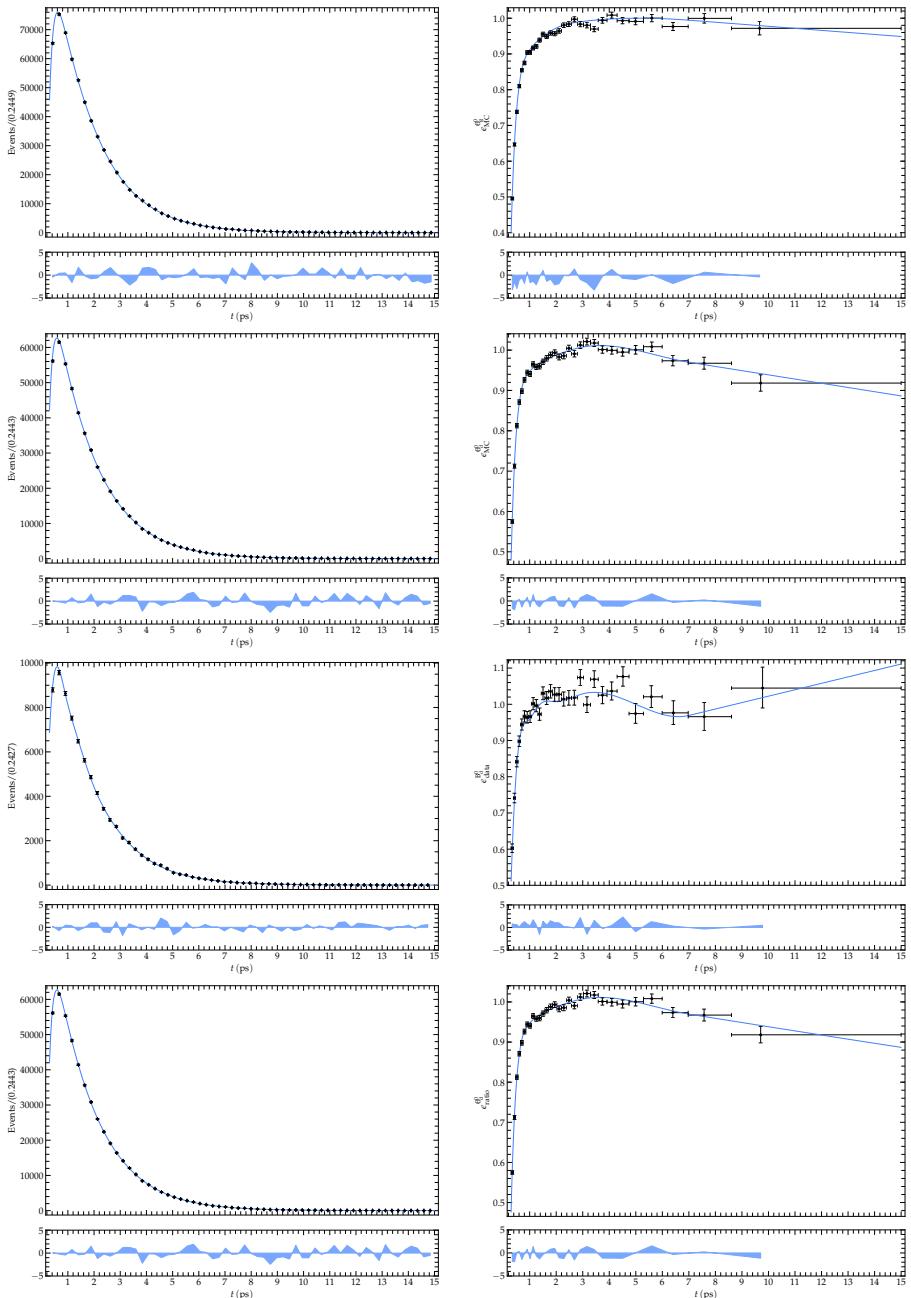


Figura 5.2: Ajustes de la aceptancia en el tiempo de desintegración (izquierda) y la función de aceptancia (derecha) para cada una de las tres muestras y para el cociente entre MC de la categoría de trigger unbiased2016.

5. Medida de la fase φ_s en el canal $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$

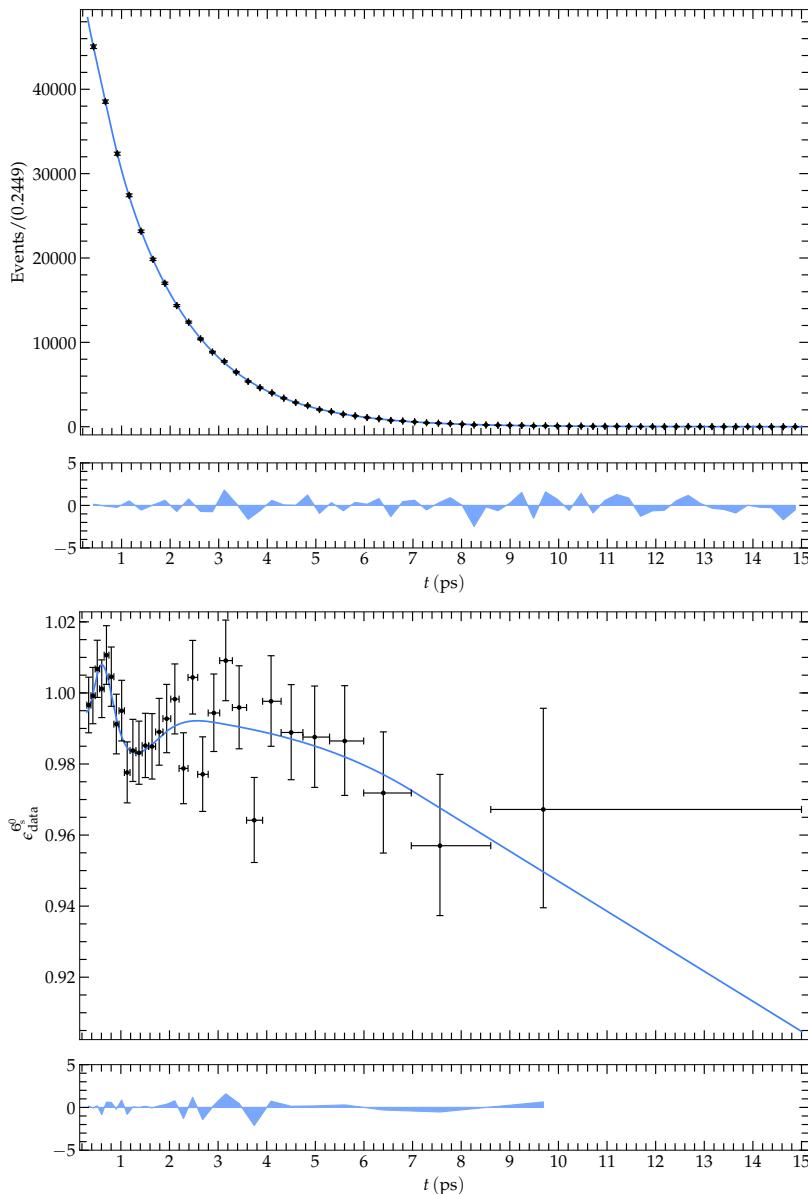


Figura 5.3: Ajuste de la aceptancia en el tiempo de desintegración (arriba) y la función de aceptancia (abajo) para la categoría de trigger `biased2016`.

5.1. Determinación de la aceptancia en el tiempo de desintegración

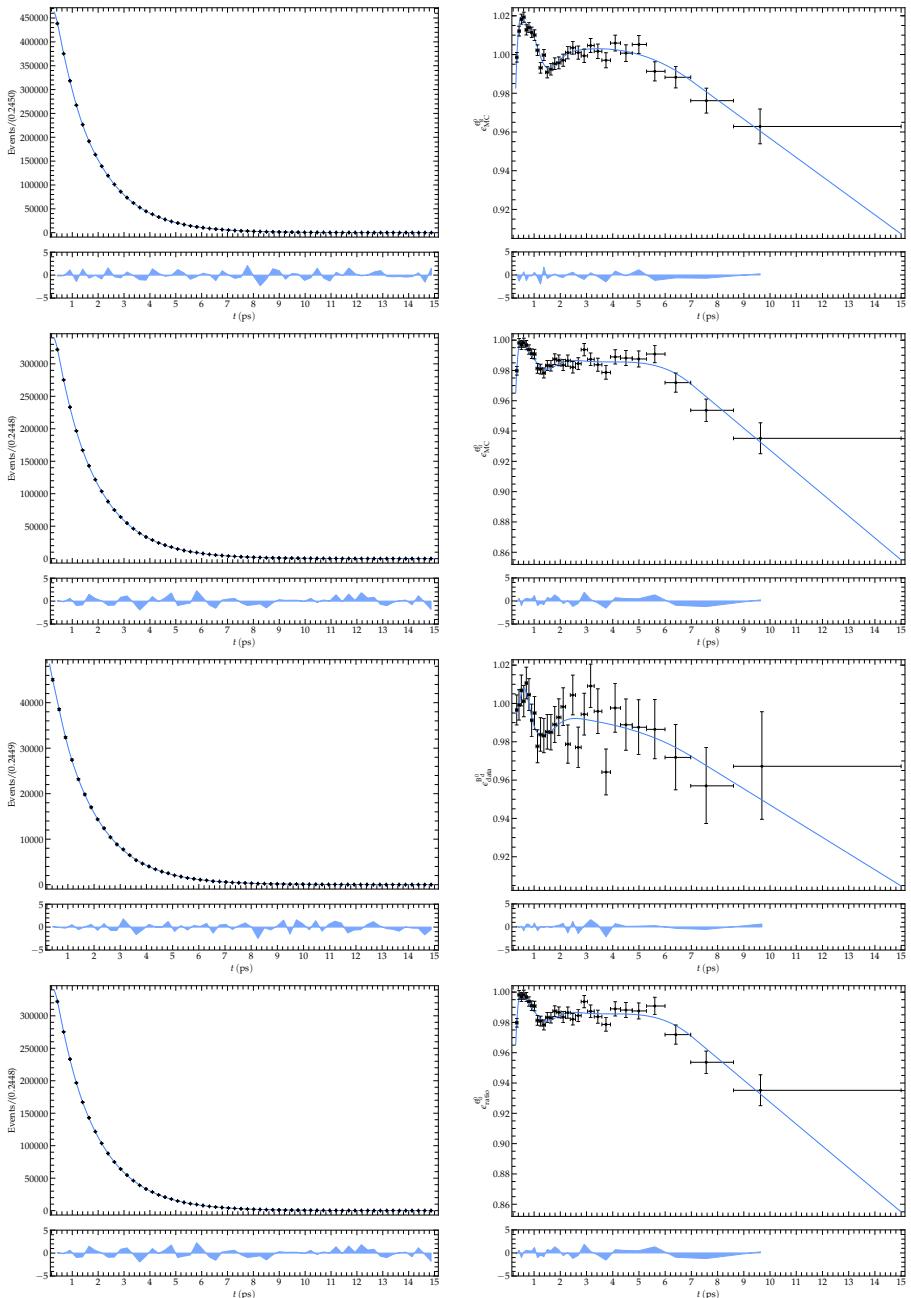


Figura 5.4: Ajustes de la aceptancia en el tiempo de desintegración (izquierda) y la función de aceptancia (derecha) para cada uno de las tres muestras y para el cociente entre MC de la categoría de trigger biased2016.

5.2 Ajuste a la distribución angular

5.2.1 Escáner de parámetros

Es conocido que los algoritmos de minimización basados en gradiente, como es el caso de MINUIT, pueden devolver un mínimo local. Para estudiar el perfil de la verosimilitud se practican escáneres de parámetros en un rango amplio alrededor del valor nominal del ajuste, podrían observarse mínimos adyacentes, y de ese modo corroborar que el nominal es el menor de los más próximos.

Se llevan a cabo escáneres de todos los parámetros involucrados en el ajuste, como pueden verse en las Figuras 5.7. Todos ellos resultaron apoyar que el mínimo nominal devuelto por MINUIT era el menor, viendo por tanto que estamos en el máximo de la verosimilitud.

5.3 Estudio de sistemáticos

5.3.1 Bias del ajuste

El algoritmo empleado para ajustar los datos al modelo de distribución angular que desacopla las amplitudes de polarización y permite obtener los valores de φ_s , así como $\Delta\Gamma$ y $\Gamma_s - \Gamma_d$, presenta, como sucede en todos los casos, un bias intrínseco y que da lugar a una incertidumbre sistemática en los parámetros.

Para estimar este bias se hacen 10^4 realizaciones de 107628 eventos cada una, por ser esta la señal efectiva real en 2015 y 2016. Para ello se toman como parámetros para la simulación los resultados del ajuste nominal [12], empleando como generador el mismo modelo respecto del cual serán ajustados. En esta primera versión del generador no se incluyen fenómenos de aceptancia temporal ni angular, solo estaría incluida la distribución angular y del tiempo.

Los *pulls*

$$\text{pull}(\text{par}) = \frac{\text{par}_{\text{fit}}^{\text{value}} - \text{par}_{\text{gen}}^{\text{value}}}{\text{par}_{\text{fit}}^{\text{uncertainty}}} \quad (5.6)$$

y residuos,

$$\text{residual}(\text{par}) = \text{par}_{\text{fit}}^{\text{value}} - \text{par}_{\text{gen}}^{\text{value}} \quad (5.7)$$

para cada uno de los parámetros que varían en el ajuste se muestran en la Figura 5.4. Dado que se supone que la distribución de pulls será una normal de media cero y desviación típica unidad, y la de residuos será una gaussiana, se practican ajustes a sendas distribuciones. Finalmente en la Tabla 5.4, la media del pull y su incertidumbre son sumadas en cuadratura y asignadas como un sistemático a cada parámetro.

| Parámetro | μ | σ | u_{syst} |
|-------------------------------|---------------------------|---------------------------|-------------------|
| $\Delta\Gamma$ | -0.000078 ± 0.000075 | 0.007451 ± 0.000053 | 0.00011 |
| $\Gamma_s - \Gamma_d$ | 0.000064 ± 0.000024 | 0.002357 ± 0.000017 | 0.000068 |
| ΔM | 0.000021 ± 0.000064 | 0.006386 ± 0.000045 | 0.000067 |
| f_0 | -0.000018 ± 0.000026 | 0.002621 ± 0.000019 | 0.000032 |
| f_\perp | 0.000024 ± 0.000034 | 0.003417 ± 0.000024 | 0.000042 |
| $F_{S,1}$ | 0.00115 ± 0.00037 | -0.03705 ± 0.00026 | 0.0012 |
| $F_{S,2}$ | 0.000171 ± 0.000039 | 0.003863 ± 0.000027 | 0.00018 |
| $F_{S,3}$ | 0.0000451 ± 0.0000068 | 0.0006841 ± 0.0000048 | 0.000046 |
| $F_{S,4}$ | 0.0000651 ± 0.0000099 | 0.0009908 ± 0.0000070 | 0.000066 |
| $F_{S,5}$ | 0.000131 ± 0.000047 | 0.004679 ± 0.000033 | 0.00014 |
| $F_{S,6}$ | 0.000346 ± 0.000091 | -0.009071 ± 0.000064 | 0.00036 |
| φ_{S0} | 0.00029 ± 0.00024 | 0.02360 ± 0.00017 | 0.00037 |
| δ_\parallel | 0.00036 ± 0.00019 | 0.01939 ± 0.00014 | 0.00040 |
| δ_\perp | -0.00104 ± 0.00054 | -0.05430 ± 0.00038 | 0.0012 |
| $\delta_{S,1} - \delta_\perp$ | -0.00074 ± 0.00055 | -0.05487 ± 0.00039 | 0.00092 |
| $\delta_{S,2} - \delta_\perp$ | 0.00195 ± 0.00084 | -0.08371 ± 0.00059 | 0.0021 |
| $\delta_{S,3} - \delta_\perp$ | 0.00017 ± 0.00067 | -0.06676 ± 0.00047 | 0.00069 |
| $\delta_{S,4} - \delta_\perp$ | -0.00017 ± 0.00034 | -0.03389 ± 0.00024 | 0.00038 |
| $\delta_{S,5} - \delta_\perp$ | -0.00075 ± 0.00036 | -0.03564 ± 0.00025 | 0.00083 |
| $\delta_{S,6} - \delta_\perp$ | -0.000075 ± 0.000061 | 0.006146 ± 0.000043 | 0.000097 |
| λ_0 | 0.000030 ± 0.000041 | 0.004131 ± 0.000029 | 0.000051 |

Cuadro 5.4: Resultados de los ajustes de los residuos de cada parámetro a una gaussiana.

5.3.2 Sistemático debido a los factores C_{SP}

Para estudiar la incertidumbre sistemática debida al conocimiento de los factores C_{SP} , se vienen considerando tres varaciones diferentes del modelo de onda S. Siempre se asume el mismo modelo para onda P, la resonancia ϕ , que conlleva incertidumbres pequeñas puesto que es bien conocida. Para la onda S se toman en cuenta las siguientes alternativas [12]:

- Se varía 1σ los parámetros del polo del f_0 y sus acoplos $g_{\pi\pi}$ y g_{KK} . Se toma el valor de la desviación máxima como sistemático.
- Una segunda solución para el polo f_0 .
- Se modela la resonancia con un b-spline cúbico que tiene en cuenta onda S resonante y no-resonante.

Una vez realizadas las tres consideraciones, se toma la desviación máxima como incertidumbre sistemática, que generalmente viene dada por el modelo de splines.

El uso del previo método surge del coste computacional de realizar toy MC y observar cómo afecta el cambio de factores C_{SP} al resto de parámetros. Ello

introduce de por sí fluctuaciones debidas a las propias alternativas que son difíciles de conocer, y más si cabe al solo hacerse una realización de cada caso. Una vez construido un generador de MC, sin embargo, pueden ajustarse las realizaciones y comprobar el efecto en los parámetros. Existen varias formas de calcular los factores C_{SP} , y es ahí donde puede radicar la incertidumbre. Las simulaciones de §5.3.1 toman unos factores, como entrada; y ahora se ajustarán los datos con un conjunto de factores distinto:

$$C_{SP} = \{0.8672, 0.9281, 0.9055, 0.9485, 0.9734, 0.9840\}.$$

De este modo, se estudiarán las distribuciones de *pulls* y residuos que aparecen respecto de los valores del generador MC. Se asigna como incertidumbre sistemática el valor medio de los obtenido de los residuos, como puede verse en la Tabla 5.5.

| Parámetro | μ | σ | u_{syst} |
|-------------------------------|----------------------------|---------------------------|-------------------|
| $\Delta\Gamma$ | -0.000152 ± 0.000074 | 0.007447 ± 0.000053 | 0.00017 |
| $\Gamma_s - \Gamma_d$ | -0.000020 ± 0.000024 | 0.002363 ± 0.000017 | 0.000031 |
| ΔM | 0.000056 ± 0.000064 | 0.006384 ± 0.000045 | 0.000085 |
| f_0 | -0.000119 ± 0.000026 | 0.002617 ± 0.000019 | 0.00012 |
| f_\perp | 0.000120 ± 0.000034 | 0.003415 ± 0.000024 | 0.00012 |
| $F_{S,1}$ | -0.00070 ± 0.00040 | -0.03951 ± 0.00028 | 0.00080 |
| $F_{S,2}$ | -0.004175 ± 0.000035 | 0.003465 ± 0.000025 | 0.0042 |
| $F_{S,3}$ | -0.0005001 ± 0.0000060 | 0.0006007 ± 0.0000042 | 0.00050 |
| $F_{S,4}$ | -0.0008493 ± 0.0000086 | 0.0008619 ± 0.0000061 | 0.00085 |
| $F_{S,5}$ | -0.004256 ± 0.000044 | 0.004417 ± 0.000031 | 0.0043 |
| $F_{S,6}$ | -0.001986 ± 0.000089 | 0.008945 ± 0.000063 | 0.0020 |
| φ_{s0} | -0.00054 ± 0.00024 | 0.02375 ± 0.00017 | 0.00059 |
| δ_\parallel | -0.00021 ± 0.00019 | 0.01945 ± 0.00014 | 0.00029 |
| δ_\perp | 0.00211 ± 0.00054 | -0.05431 ± 0.00038 | 0.0022 |
| $\delta_{S,1} - \delta_\perp$ | -0.00020 ± 0.00055 | -0.05502 ± 0.00039 | 0.00059 |
| $\delta_{S,2} - \delta_\perp$ | 0.00224 ± 0.00084 | -0.08375 ± 0.00059 | 0.0024 |
| $\delta_{S,3} - \delta_\perp$ | 0.00092 ± 0.00067 | -0.06680 ± 0.00047 | 0.0011 |
| $\delta_{S,4} - \delta_\perp$ | 0.00115 ± 0.00034 | -0.03388 ± 0.00024 | 0.0012 |
| $\delta_{S,5} - \delta_\perp$ | 0.00019 ± 0.00036 | -0.03567 ± 0.00025 | 0.00041 |
| $\delta_{S,6} - \delta_\perp$ | 0.000105 ± 0.000061 | 0.006129 ± 0.000043 | 0.00012 |
| λ_0 | 0.000033 ± 0.000041 | 0.004131 ± 0.000029 | 0.000053 |

Cuadro 5.5: Resultados de los ajustes de los residuos de cada parámetro a una gaussiana, con los factores C_{SP} modificados.

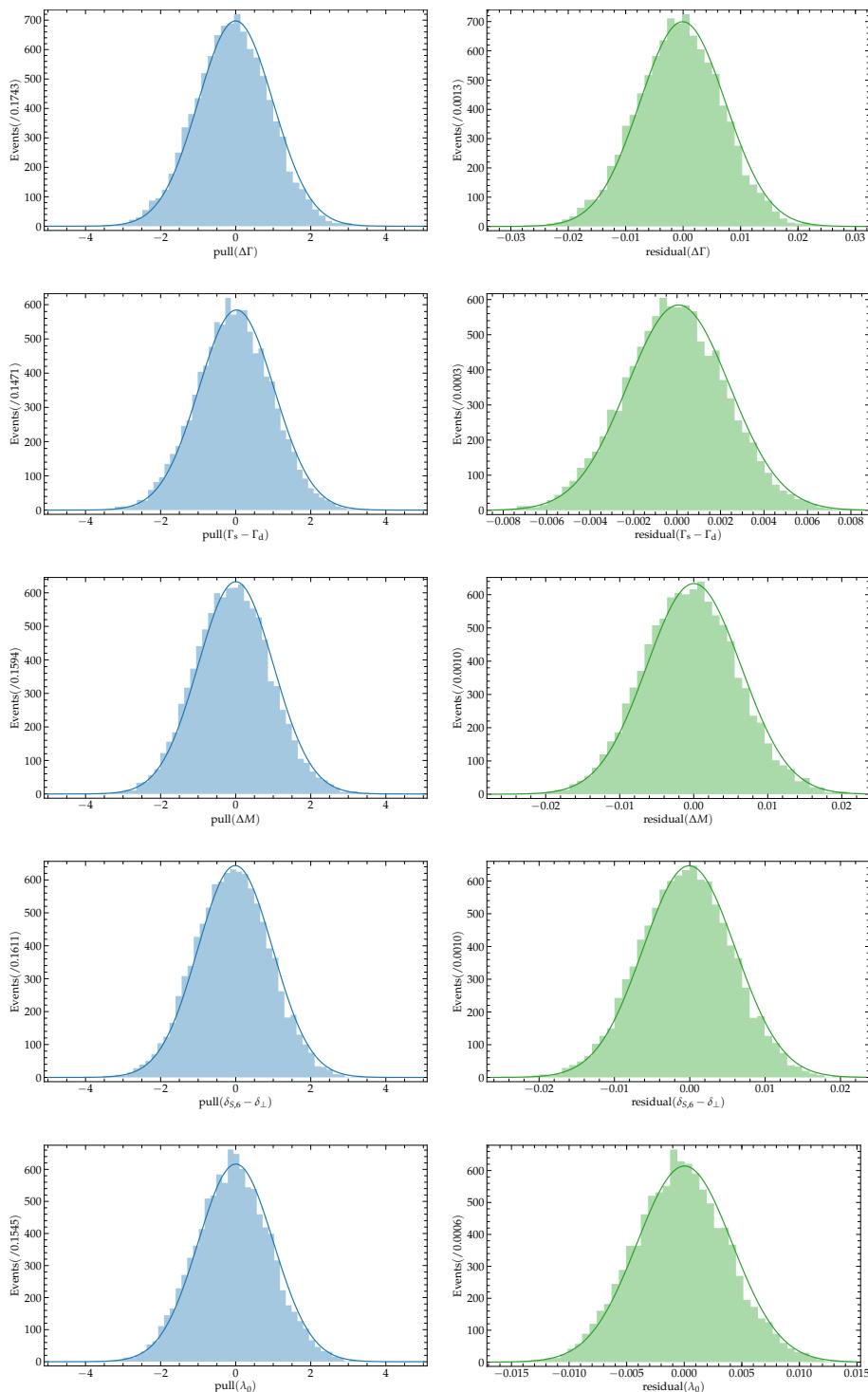
* * *

5.A Toy MC, bias del ajuste y sistemática de los C_{SP}

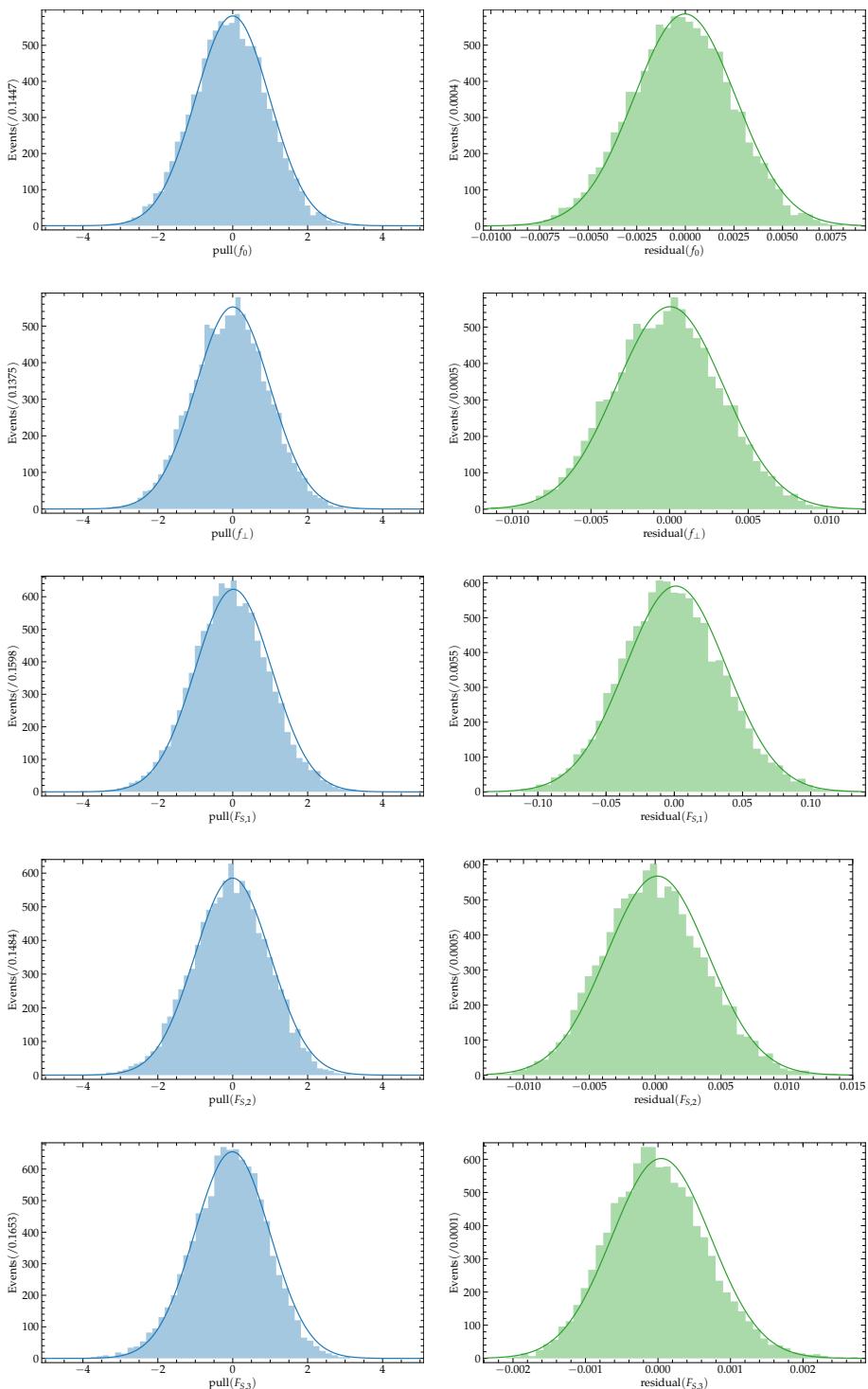
| Parámetro | μ | σ |
|-------------------------------|----------------------|---------------------|
| $\Delta\Gamma$ | -0.0025 ± 0.0100 | 0.9966 ± 0.0070 |
| $\Gamma_s - \Gamma_d$ | 0.020 ± 0.010 | 1.0038 ± 0.0071 |
| ΔM | 0.003 ± 0.010 | 1.0040 ± 0.0071 |
| f_0 | -0.0037 ± 0.0099 | 0.9922 ± 0.0070 |
| f_\perp | 0.0011 ± 0.0099 | 0.9926 ± 0.0070 |
| $F_{S,1}$ | 0.019 ± 0.010 | 1.0230 ± 0.0072 |
| $F_{S,2}$ | -0.004 ± 0.010 | 1.0111 ± 0.0072 |
| $F_{S,3}$ | -0.012 ± 0.010 | 1.0067 ± 0.0071 |
| $F_{S,4}$ | -0.006 ± 0.010 | 1.0111 ± 0.0072 |
| $F_{S,5}$ | -0.005 ± 0.010 | 1.0027 ± 0.0071 |
| $F_{S,6}$ | 0.006 ± 0.010 | 1.0026 ± 0.0071 |
| φ_{s0} | 0.005 ± 0.010 | 1.0036 ± 0.0071 |
| δ_{\parallel} | 0.0166 ± 0.0099 | 0.9940 ± 0.0070 |
| δ_\perp | -0.0144 ± 0.0100 | 0.9972 ± 0.0071 |
| $\delta_{S,1} - \delta_\perp$ | -0.012 ± 0.010 | 1.0046 ± 0.0071 |
| $\delta_{S,2} - \delta_\perp$ | 0.0127 ± 0.0100 | 0.9963 ± 0.0070 |
| $\delta_{S,3} - \delta_\perp$ | 0.0079 ± 0.0100 | 0.9965 ± 0.0070 |
| $\delta_{S,4} - \delta_\perp$ | -0.0004 ± 0.0099 | 0.9931 ± 0.0070 |
| $\delta_{S,5} - \delta_\perp$ | -0.016 ± 0.010 | 1.0067 ± 0.0071 |
| $\delta_{S,6} - \delta_\perp$ | -0.0110 ± 0.0100 | 0.9983 ± 0.0071 |
| λ_0 | 0.0031 ± 0.0100 | 0.9996 ± 0.0071 |

Cuadro 5.6: Resultados del pull–ajuste de cada parámetro a una gaussiana.

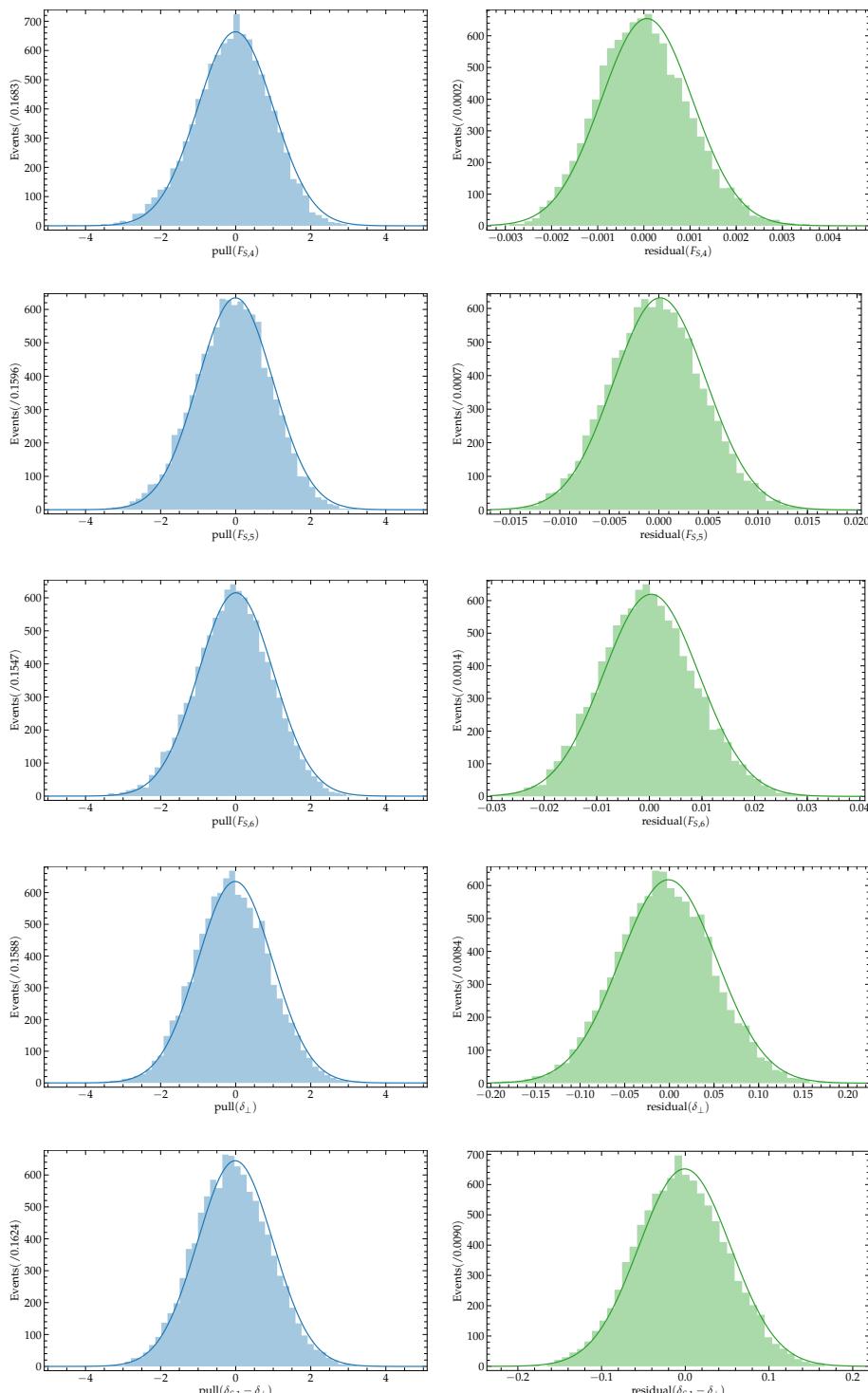
5. Medida de la fase φ_s en el canal $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$



5.A. Toy MC, bias del ajuste y sistemática de los C_{Sp}



5. Medida de la fase φ_s en el canal $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$



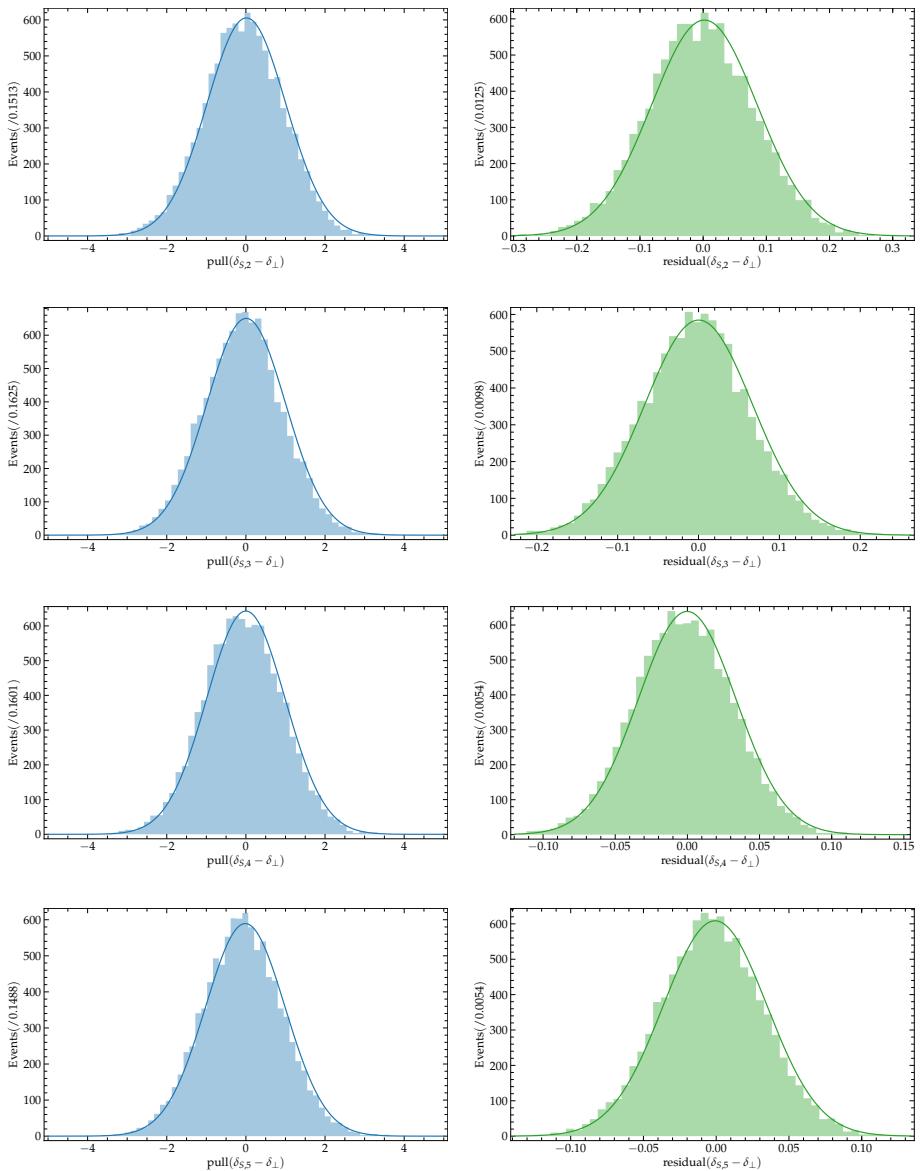


Figura 5.5: Pulls y residuos de los diferentes parámetros del ajuste nominal.

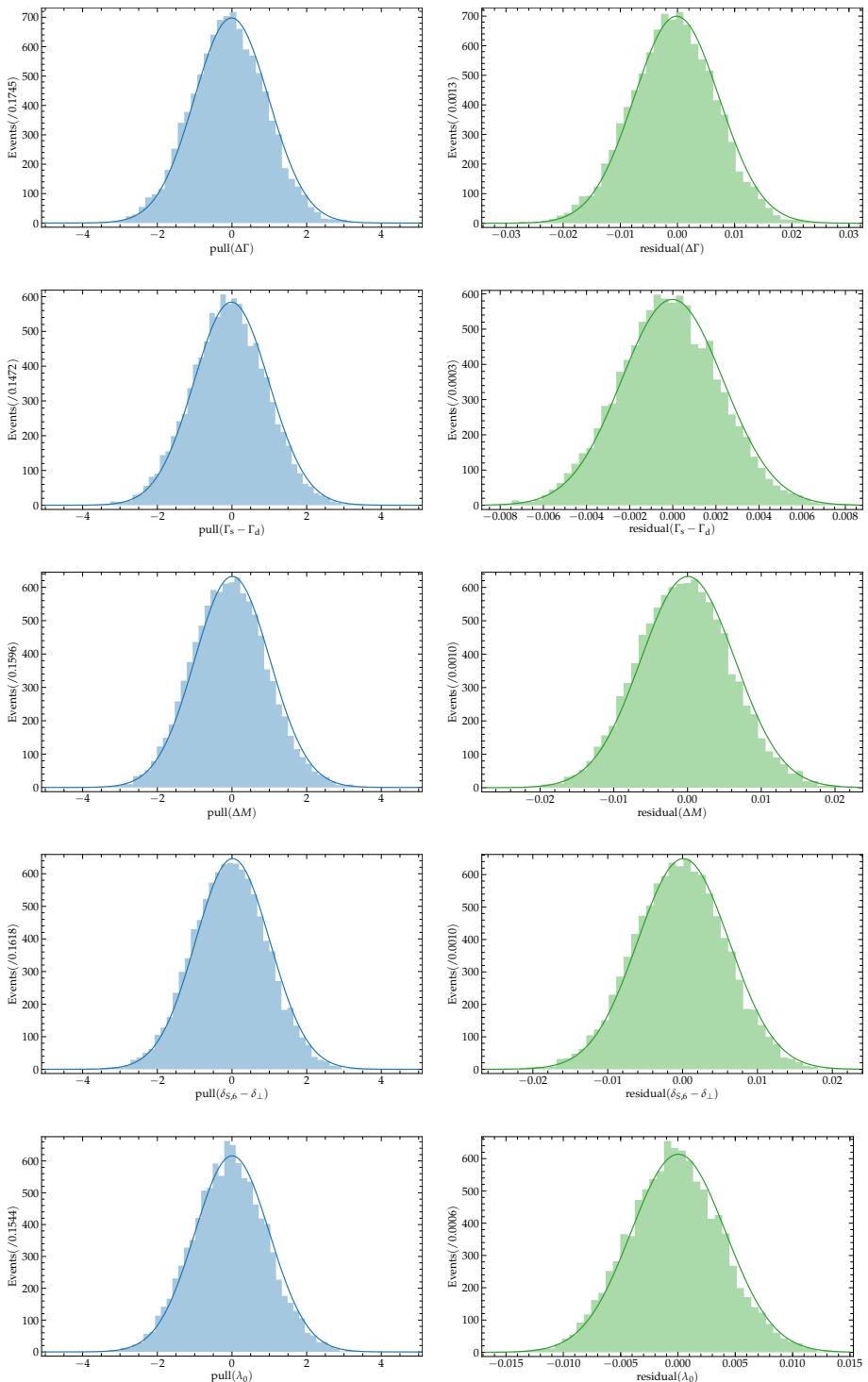
5.B Figuras del sistemático debido a los factores C_{SP}

En la Figura 5.6 se muestran los ajustes a gaussianas de pulls y residuos, de las diferentes realizaciones de toy MC. En la Tabla 5.7 pueden verse los resultados del ajuste de los pulls, mientras que en la Tabla 5.5 se encuentran los de los residuos.

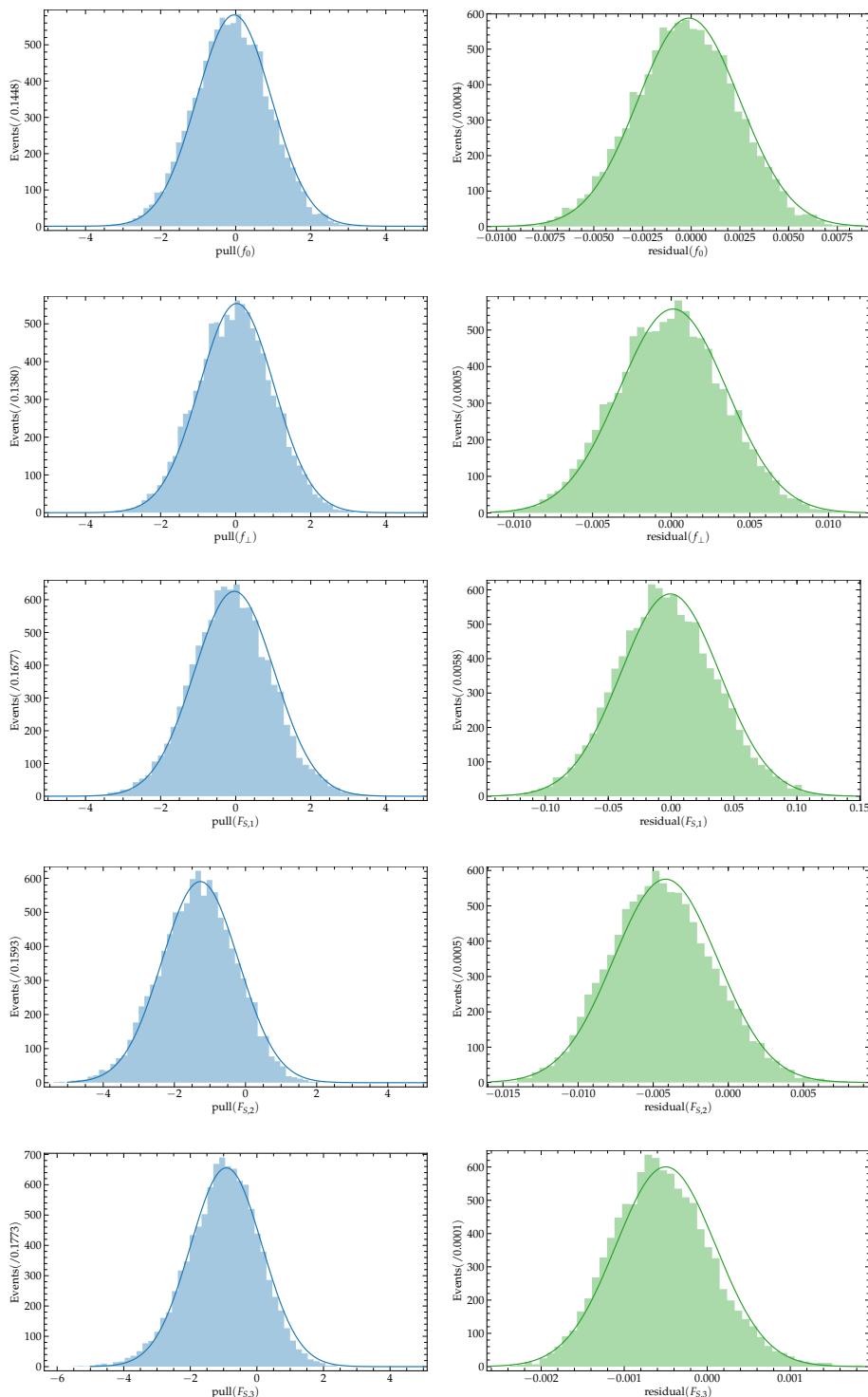
| Parámetro | μ | σ |
|-------------------------------|----------------------|---------------------|
| $\Delta\Gamma$ | -0.0124 ± 0.0100 | 0.9977 ± 0.0071 |
| $\Gamma_s - \Gamma_d$ | -0.016 ± 0.010 | 1.0051 ± 0.0071 |
| ΔM | 0.009 ± 0.010 | 1.0069 ± 0.0071 |
| f_0 | -0.0421 ± 0.0099 | 0.9921 ± 0.0070 |
| f_\perp | 0.0291 ± 0.0099 | 0.9937 ± 0.0070 |
| $F_{S,1}$ | -0.036 ± 0.011 | 1.0692 ± 0.0076 |
| $F_{S,2}$ | -1.272 ± 0.011 | 1.0765 ± 0.0076 |
| $F_{S,3}$ | -0.918 ± 0.011 | 1.0790 ± 0.0076 |
| $F_{S,4}$ | -1.070 ± 0.011 | 1.0890 ± 0.0077 |
| $F_{S,5}$ | -1.003 ± 0.010 | 1.0399 ± 0.0074 |
| $F_{S,6}$ | -0.255 ± 0.010 | 1.0130 ± 0.0072 |
| φ_{s0} | -0.031 ± 0.010 | 1.0100 ± 0.0071 |
| δ_\parallel | -0.0126 ± 0.0100 | 0.9983 ± 0.0071 |
| δ_\perp | 0.045 ± 0.010 | 1.0148 ± 0.0072 |
| $\delta_{S,1} - \delta_\perp$ | -0.002 ± 0.010 | 1.0087 ± 0.0071 |
| $\delta_{S,2} - \delta_\perp$ | 0.0162 ± 0.0100 | 0.9970 ± 0.0070 |
| $\delta_{S,3} - \delta_\perp$ | 0.0191 ± 0.0100 | 0.9982 ± 0.0071 |
| $\delta_{S,4} - \delta_\perp$ | 0.0384 ± 0.0100 | 0.9964 ± 0.0070 |
| $\delta_{S,5} - \delta_\perp$ | 0.010 ± 0.010 | 1.0093 ± 0.0071 |
| $\delta_{S,6} - \delta_\perp$ | 0.0184 ± 0.0100 | 0.9986 ± 0.0071 |
| λ_0 | 0.0039 ± 0.0100 | 0.9997 ± 0.0071 |

Cuadro 5.7: Resultados del pull–ajuste de cada parámetro a una gaussiana con los factores C_{SP} modificados.

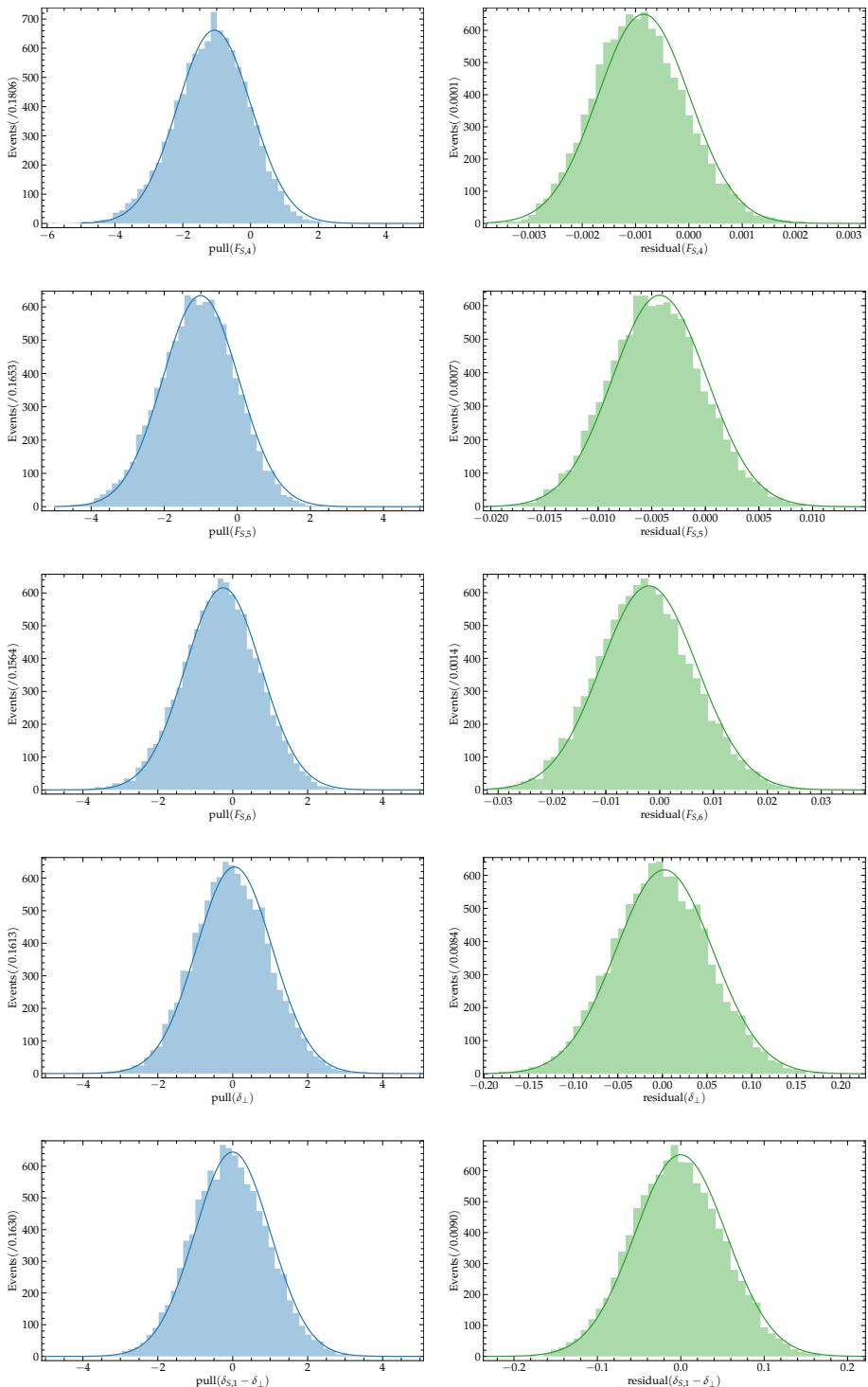
5.B. Figuras del sistemático debido a los factores C_{Sp}



5. Medida de la fase φ_s en el canal $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$



5.B. Figuras del sistemático debido a los factores C_{Sp}



5. Medida de la fase φ_s en el canal $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$

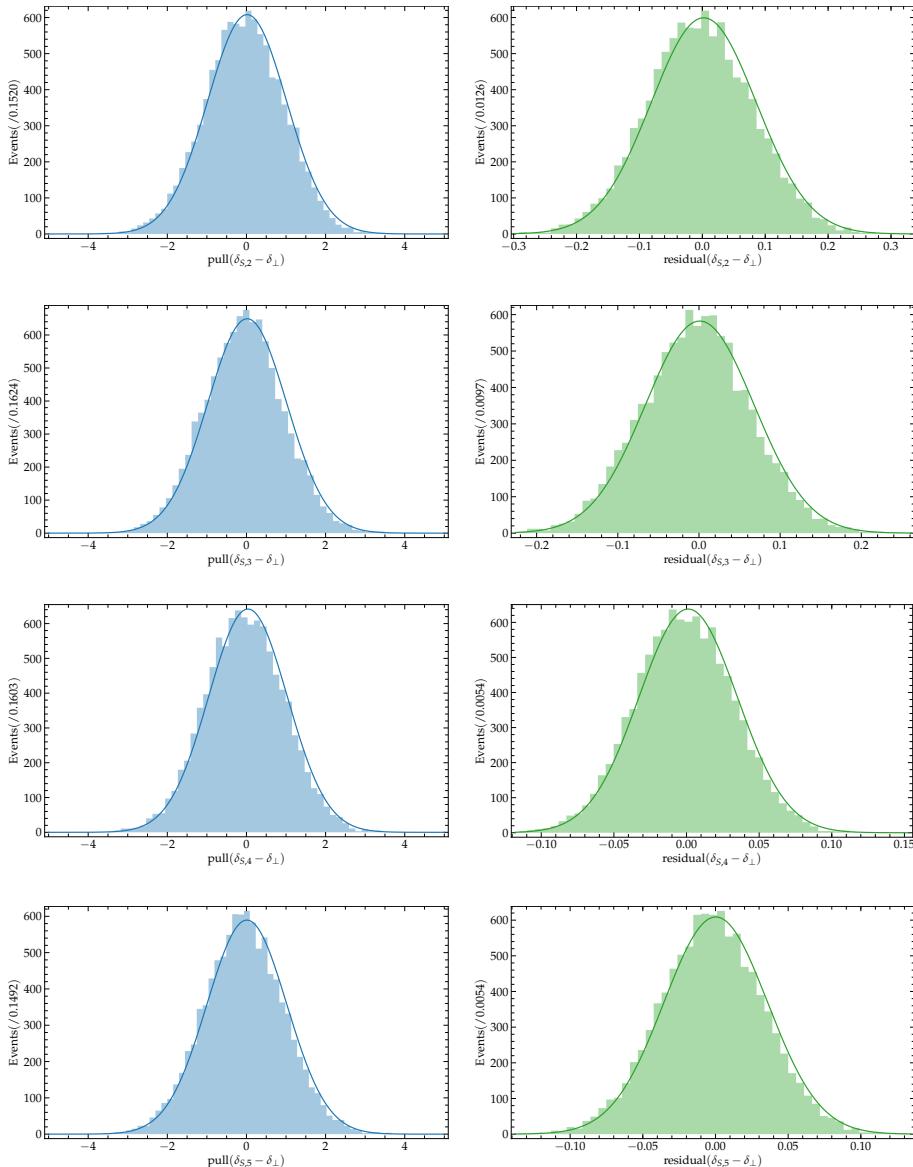
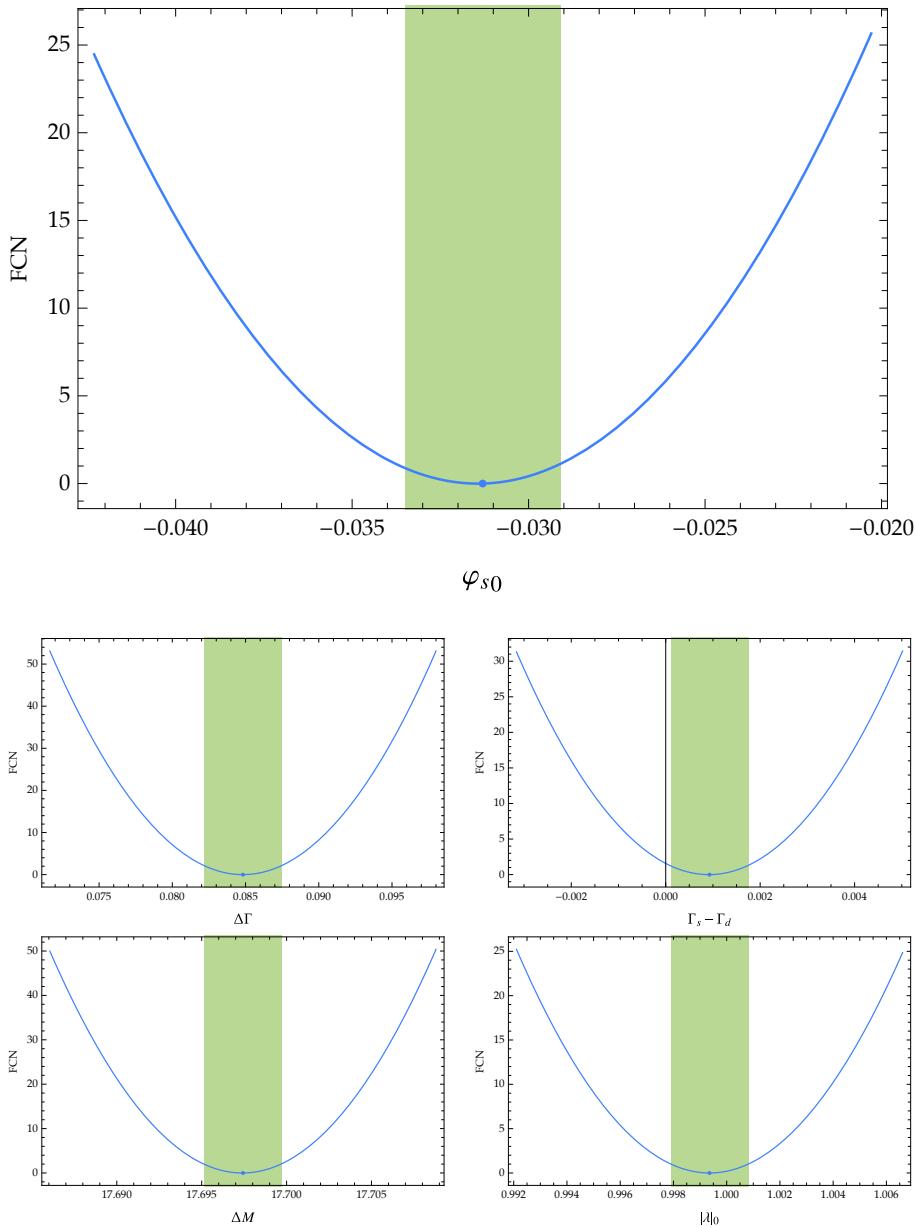


Figura 5.6: Pulls y residuos de los diferentes parámetros del ajuste con los factores C_{SP} modificados.

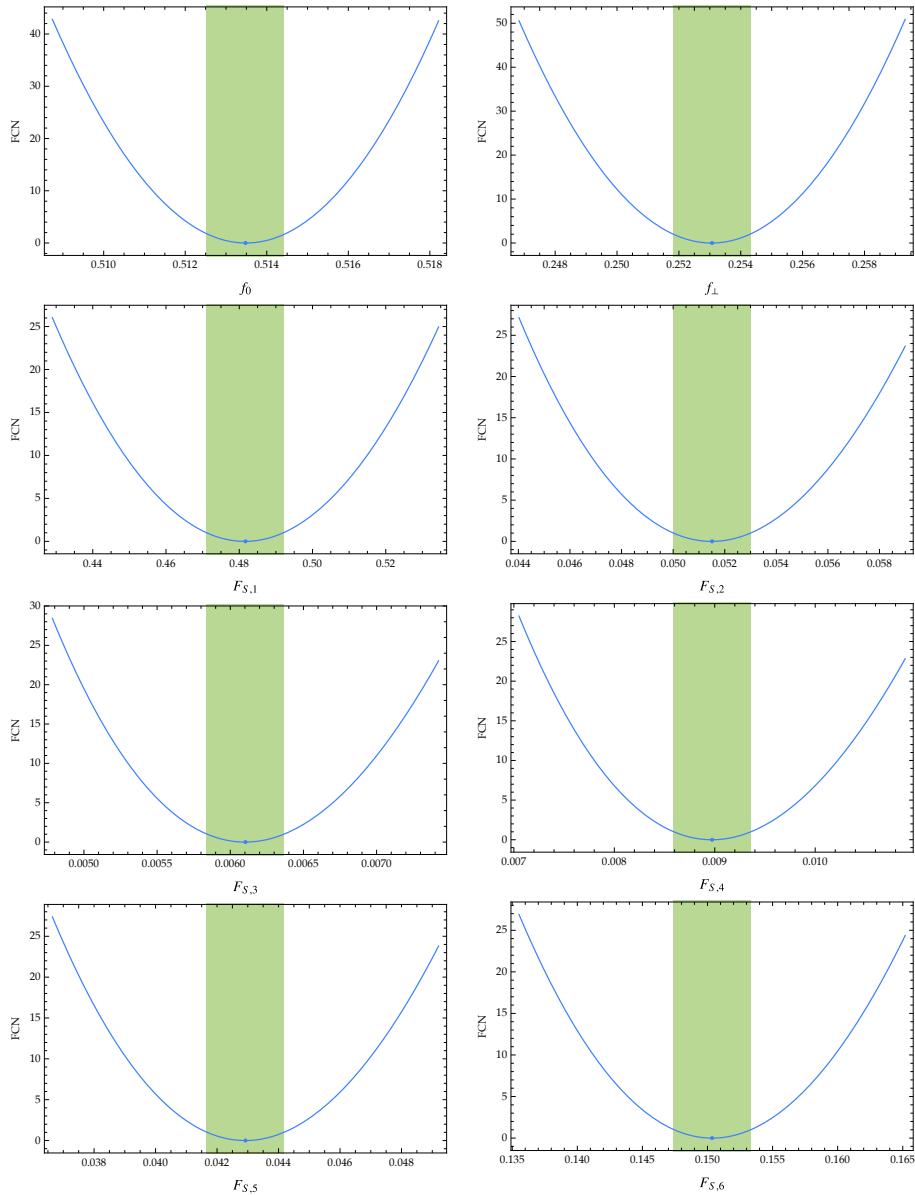
5.C Figuras del escáner de parámetros

A continuación se muestran los escáneres 5σ de parámetros para el ajuste nominal, sombreando en verde el intervalo 1σ del parámetro. Las figuras muestran el $\log(\mathcal{L})$ normalizado al mínimo de $-\log(\mathcal{L})$, es decir, al máximo

de la verosimilitud.



5. Medida de la fase φ_s en el canal $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$



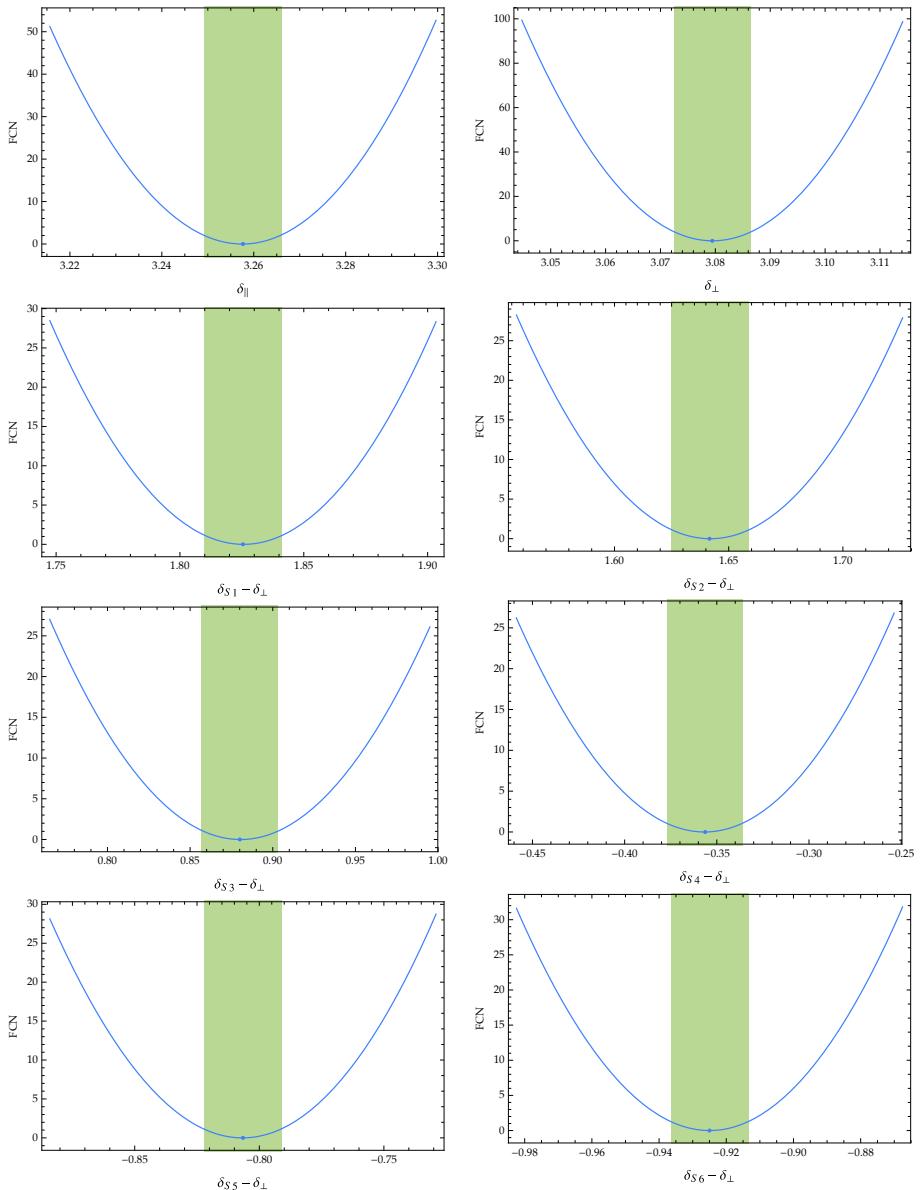


Figura 5.7: Escáneres de los parámetros del fit nominal, a 5σ , normalizados al mínimo nominal.

Conclusiones

Se ha presentado un marco de trabajo basado en la paralelización en GPU para realizar un análisis de la distribución angular de los productos de desintegración del canal $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^- K^+$. En general, el código está escrito centrándose en la región de masa del $\phi(1020)$.

En la parte de simulación, se terminó el desarrollo de un código para EVTGEN, y se corrigieron los errores que este presentaba. Dicho código, permitirá generar simulaciones MC completas incluyendo efectos del detector para el análisis completo de los datos del Run II (2015–2018). Como se mencionaba en secciones previas, el programa contiene una descomposición en amplitudes de polarización que incluye onda S no-resonante y resonante, onda P y onda D, lo que ayudará también a análisis $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^- K^+$ en regiones altas de masa, donde predomina la onda D. Siguiendo esta línea, también se escribió un código para GPU que genera *toy* MC, y que permite generar las distribuciones angulares con el mismo código que se ajustan los datos reales. Este código ha permitido la validación de incertidumbres sistemáticas tanto del bias intrínseco del ajuste como de los factores C_{SP} .

Por otra parte, se muestran los resultados obtenidos con otros dos códigos, ambos por máxima verosimilitud y escritos para GPU: el ajuste a la aceptancia en el tiempo de desintegración y el ajuste a la distribución angular. Con el primero de ellos se logra mejorar el tiempo de cálculo del código que se viene usando hasta ahora, lo que en un futuro con mayor cantidad de datos, cobrará gran valor. Con el segundo se añade la funcionalidad de ajustar también onda D, generalizando por tanto el código para una más amplia región de masa.

En líneas generales, se sienta la base para hacer un futuro análisis completo del Run II de LHCb (años 2015 a 2018), que resultará en la más precisa media de los parámetros de violación CP del B_s^0 .

Referencias

1. ROMERO, M. – *Estudio de observables impares baixo T. Trabajo Fin de Grado*, USC (2017) (vid. pág. XV).
2. MALTONI, M. y col. – *Status of global fits to neutrino oscillations*. *New Journal of Physics* **6**, 122 (2004) (vid. pág. XV).
3. BERTONE, G., HOOPER, D. y SILK, J. – *Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints*. *Physics reports* **405**, 279-390 (2005) (vid. pág. XV).
4. SAKHAROV, A. D. – *Violation of CP Invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the universe*. *Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **5**. [Usp. Fiz. Nauk161,no.5,61(1991)], 32-35 (1967) (vid. pág. XV).
5. FALLER, S., FLEISCHER, R. y MANNEL, T. – *Precision physics with $B \rightarrow J/\psi \phi$ at the LHC: The quest for new physics*. *Physical Review D* **79**, 014005 (2009) (vid. pág. XVI).
6. KOBAYASHI, M. y MASKAWA, T. – *CP-Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction*. *Progress of Theoretical Physics* **49**, 652-657 (feb. de 1973) (vid. pág. 1).
7. TANABASHI, M. y col. – *Review of Particle Physics*. *Phys. Rev. D* **98**, 030001 (3 ago. de 2018) (vid. págs. 2, 5, 8, 14, 15, 25).
8. AAD, G. y col. – *Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC*. *Phys. Lett.* **B716**, 1-29 (2012) (vid. pág. 5).
9. CHATRCHYAN, S. y col. – *Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC*. *Phys. Lett.* **B716**, 30-61 (2012) (vid. pág. 5).
10. GROUP, T. C. – *Updated results on the CKM matrix*, 16 (sep. de 2018) (vid. pág. 10).
11. BRANCO, G. C., LAVOURA, L. y SILVA, J. P. – *CP Violation. International Series of Monographs on Physics* **103**. <https://books.google.es/books?id=-n0aoAEACAAJ> (Oxford Science Publications, 1990) (vid. págs. 11, 14).

12. AAIJ, R. y col. – *Updated measurement of time-dependent CP-violating observables in $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$ decays.* arXiv: 1906.08356 [hep-ex] (2019) (vid. págs. 20, 26, 50, 65, 68, 76, 77).
13. LIU, X., WANG, W. y XIE, Y. – *Penguin pollution in $B \rightarrow J/\psi V$ decays and impact on the extraction of the $B^- s^- B^- s$ mixing phase.* Physical Review D **89**, 094010 (2014) (vid. págs. 20, 21).
14. AAIJ, R. y col. – *Resonances and CP violation in B_s^0 and $\bar{B}_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$ decays in the mass region above the $\phi(1020)$.* JHEP **08**, 037 (2017) (vid. págs. 20, 21).
15. ZHANG, L. y STONE, S. – *Time-dependent Dalitz-plot formalism for $B q \bar{q} \rightarrow J/\psi h^+ h^-$.* Physics Letters B **719**, 383-387 (2013) (vid. págs. 22, 30).
16. AAIJ, R. y col. – *Measurement of resonant and CP components in $\bar{B}_s^0 \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ decays.* Phys. Rev. D **89**, 21 (2014) (vid. págs. 22, 30).
17. BLATT, J. y WEISSKOPF, V. – *Theoretical Nuclear Physics.* <https://books.google.es/books?id=W7vCAgAAQBAJ> (Dover Publications, 2012) (vid. págs. 22, 30).
18. BARU, V y col. – *Flatte-like distributions and the $a_0(980)/f_0(980)$ mesons.* The European Physical Journal A-Hadrons and Nuclei **23**, 523-533 (2005) (vid. págs. 22, 30).
19. XIE, Y. – *Some physics and technical issues in analysis of the decay $B_s \rightarrow J/\psi K^+ K^-$* inf. téc. LHCb-INT-2012-017. CERN-LHCb-INT-2012-017 (CERN, Geneva, jul. de 2012). <https://cds.cern.ch/record/1461783> (vid. págs. 22, 30).
20. KUTSCHKE, R. – *An angular distribution cookbook* (1996) (vid. págs. 22, 30).
21. *LHC map projection* <https://phys.org/news/2019-01-cern-vision-next-generation-particle-collider.html> (vid. págs. 22, 30).
22. *ALICE 3D model detector* <https://wikihost.uib.no/ift/index.php/File:Alice.gif> (vid. págs. 22, 30).
23. *ATLAS 3D model detector* <http://cdsweb.cern.ch/record/1095924> (vid. págs. 22, 30).
24. *CMS 3D SketchUp detector* <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/CMSPublic/SketchUpCMS> (vid. págs. 22, 30).
25. *LHCb 3D model detector* <http://lhcb-public.web.cern.ch/lhcb-public/en/lhcb-outreach/multimedia/> (vid. págs. 22, 30).
26. ADEVA, B. y col. – *Road map for selected key measurements from LHCb.* Roadmap for selected key measurements of LHCb inf. téc. arXiv:0912.4179. CERN-LHCb-PUB-2009-029. Comments: 379 pages (CERN, Geneva, 2010). <https://cds.cern.ch/record/1224241> (vid. págs. 22, 30).
27. ALVES, A. A. y col. *JINST* **3**. Also published by CERN Geneva in 2010, S08005 (2008) (vid. págs. 22, 30).

28. HEAD, T – *The LHCb trigger system*. *Journal of Instrumentation* **9**, C09015-C09015 (2014) (vid. pág. 49).
29. CLEMENCIC, M y col. – *The LHCb Simulation Application, Gauss: Design, Evolution and Experience*. *Journal of Physics: Conference Series* **331**, 032023 (dic. de 2011) (vid. pág. 51).
30. SJÖSTRAND, T. y col. – *An introduction to PYTHIA 8.2*. *Computer physics communications* **191**, 159-177 (2015) (vid. pág. 51).
31. LANGE, D. J. – *The EvtGen particle decay simulation package*. *Nucl. Instrum. Meth.* **A462**, 152-155 (2001) (vid. pág. 51).
32. GOLONKA, P. y WAS, Z. – *PHOTOS Monte Carlo: a precision tool for QED corrections in Z and W decays*. *The European Physical Journal C-Particles and Fields* **45**, 97-107 (2006) (vid. pág. 51).
33. AGOSTINELLI, S. y col. – *GEANT4: A Simulation toolkit*. *Nucl. Instrum. Meth.* **A506**, 250-303 (2003) (vid. pág. 51).
34. COWAN, G. – *Statistical Data Analysis*. <https://books.google.es/books?id=ff8ZyW0nlJAC> (Clarendon Press, 1998) (vid. pág. 61).
35. JAMES, F. y ROOS, M. – *Minuit: A System for Function Minimization and Analysis of the Parameter Errors and Correlations* (vid. págs. 62, 63).
36. SANTOS, D. M. y col. – *Ipanema- β : tools and examples for HEP analysis on GPU*. *arXiv*. <https://arxiv.org/abs/1706.01420> (2017) (vid. pág. 62).
37. FLETCHER, R. y POWELL, M. J. – *A rapidly convergent descent method for minimization*. *The computer journal* **6**, 163-168 (1963) (vid. pág. 64).
38. FLETCHER, R. – *Practical Methods of Optimization*. <https://books.google.es/books?id=B9UhnwEACAAJ> (Wiley, 2000) (vid. pág. 64).
39. WEISSTEIN, E. W. – *B-spline* <http://mathworld.wolfram.com/B-Spline.html> (vid. pág. 65).
40. AMHIS, Y y col. – *Averages of b-hadron, c-hadron, and τ -lepton properties as of summer 2016*. *The European Physical Journal C* **77**, 895 (2017) (vid. pág. 69).
41. *The decay of a lambda particle in the 32 cm hydrogen bubble chamber 1960*. <https://cds.cern.ch/record/39474> (vid. pág. 105).

Índice de figuras

| | | |
|-----|--|----|
| 1.1 | Partículas del SM, los fermiones en las Figuras (a) y (b); y los bosones en las Figuras (c) y (d). En cada cuadro puede verse la carga (arriba izquierda), espín (arriba derecha) y la masa (abajo). | 3 |
| 1.2 | Representación del potencial de Higgs y del VEV. | 7 |
| 1.3 | Dos de los triángulos que se pueden construir con los elementos de V_{CKM} y la condición de unitariedad. Los triángulos no se encuentran dibujados a escala. | 9 |
| 1.4 | Diagramas de Feynman para la mezcla $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ | 10 |
| 1.5 | Probabilidad de observar un mesón B_s^0 o \bar{B}_s^0 — conjuntamente (izquierda) y separadamente (derecha) — a tiempo t y para un suceso inicial B_s^0 | 13 |
| 1.6 | Interferencia entre la desintegración directa y la desintegración después de la mezcla. | 15 |
| 1.7 | Diagramas de Feynman para el proceso $a b \rightarrow c d$ (izquierda) y para su proceso conjugado (derecha). | 16 |
| 2.1 | Diagramas de Feynman para la desintegración de ambos mesones en J/ψ y K^+K^- a nivel árbol (arriba) y <i>penguin</i> (abajo). | 19 |
| 2.2 | Definición de los ángulos de helicidad. | 22 |
| 2.3 | Configuraciones de polarización en la base de transversalidad. | 23 |
| 2.4 | Funciones de distribución de masa, para las 3 componentes resonantes estudiadas. | 27 |
| 2.5 | Definición de la helicidad y ángulos de helicidad para los desintegraciones B_s^0 y \bar{B}_s^0 | 30 |
| 3.1 | Disposición de los elementos principales del LHC. | 38 |
| 3.2 | Esquemas (no en la misma escala) de los cuatro detectores principales de LHC. | 40 |
| 3.3 | Detector $LHCb$ en dos vistas: arriba <i>non-bending plane</i> (plano paralelo al campo magnético) y abajo <i>bending plane</i> (plano perpendicular al campo magnético). | 41 |

| | |
|--|----|
| 3.4 Representación de los tipos de trazas, dependiendo de los volúmenes del espectrómetro que atraviesen. | 42 |
| 3.5 Representación esquemática de partes del <i>Vertex Locator</i> , detector donde se determina el PV y SV. | 43 |
| 3.6 Elementos del <i>Silicon Tracker</i> , las estaciones de trazado que emplean tecnología de silicio. | 44 |
| 3.7 Representación de las estaciones Tx, donde puede verse en verde el <i>Outer Tracker</i> | 45 |
| 3.8 Representación de los detectores RICH y de sus partes principales. | 46 |
| 3.9 Representaciones gráficas de los calorímetros ECAL y HCAL. . | 47 |
| 3.10 Representación de un cuarto de la cámara de muones M1, en donde se pueden apreciar los <i>pads</i> y las celdas detectoras. En cada región de las estaciones M2 y M3 (M4 y M5) el número de columnas detectoras de cada <i>pad</i> es el doble (la mitad), manteniéndose constante el número de filas. | 48 |
| 3.11 Esquema de actuación del <i>trigger</i> de LHCb en 2015. | 48 |
| | |
| 4.1 Estructura de la aplicación GAUSS. | 52 |
| 4.2 Histogramas de algunas de las variables simuladas. Las muestras de 5×10^5 eventos son <i>sin</i> onda D (azul), con 7 % S onda y 93 % P wave en la ventana de masa $m_{KK} = [0.98, 1.20] \text{ GeV}/c^2$; y <i>con</i> onda D (verde), con 15 % S wave y 70 % P wave y 15 % D wave en el rango de masa $m_{KK} = [1.0, 2.2] \text{ GeV}/c^2$ | 53 |
| 4.3 Dalitz plot para dos muestra de 5×10^5 eventos, arriba con 15 % S wave, 70 % P wave y 15 % D wave y abajo 11 % S wave, 89 % P wave. Se aprecian claramente las resonancias ϕ y f'_2 . Alrededor del ϕ , puede verse también f_0 de una forma más difusa. | 55 |
| 4.4 Gráficos del ajuste con onda D para el bin $m_{KK1} = [1.0, 1.2] \text{ GeV}$. | 58 |
| 4.5 Gráficos del ajuste con onda D para el bin $m_{KK2} = [1.2, 1.4] \text{ GeV}$. | 58 |
| 4.6 Gráficos del ajuste con onda D para el bin $m_{KK3} = [1.4, 1.6] \text{ GeV}$. | 59 |
| 4.7 Gráficos del ajuste con onda D para el bin $m_{KK4} = [1.6, 1.8] \text{ GeV}$. | 59 |
| 4.8 Gráficos del ajuste con onda D para el bin $m_{KK5} = [1.8, 2.0] \text{ GeV}$. | 60 |
| 4.9 Gráficos del ajuste con onda D para el bin $m_{KK6} = [2.0, 2.2] \text{ GeV}$. | 60 |
| 4.10 Ejemplo conceptual del ajuste por máxima verosimilitud. Se ajustan unos ciertos datos respecto de una <i>p.d.f.</i> gaussiana, cuyo valor del parámetro media coincide con la media de la muestra, y ello se corresponde con el máximo de la verosimilitud. | 62 |
| 4.11 Esquema del flujo de trabajo e interacciones entre el usuario, la CPU y la GPU con Ipanema. Aquí FCN se refiere al valor de la función a cada llamada de la CPU, y es el número a minimizar con Miniuit. | 63 |
| 4.12 Minimización de la función de Rosenbrock mediante el método DFP. Se situó la semilla en $(-0.5, 3)$, y se halló el mínimo de $f(x, y) = (a - x)^2 + b(y - x^2)^2$ en $(1, 1)$ para los parámetros $a = 1$ y $b = 100$ | 65 |

| | | |
|-----|--|----|
| 5.1 | Ajuste de la aceptancia en el tiempo de desintegración (arriba) y la función de aceptancia (abajo) para la categoría de trigger unbiased2016 | 72 |
| 5.2 | Ajustes de la aceptancia en el tiempo de desintegración (izquierda) y la función de aceptancia (derecha) para cada una de las tres muestras y para el cociente entre MC de la categoría de trigger unbiased2016 | 73 |
| 5.3 | Ajuste de la aceptancia en el tiempo de desintegración (arriba) y la función de aceptancia (abajo) para la categoría de trigger biased2016 | 74 |
| 5.4 | Ajustes de la aceptancia en el tiempo de desintegración (izquierda) y la función de aceptancia (derecha) para cada uno de las tres muestras y para el cociente entre MC de la categoría de trigger biased2016 | 75 |
| 5.5 | Pulls y residuos de los diferentes parámetros del ajuste nominal. | 83 |
| 5.6 | Pulls y residuos de los diferentes parámetros del ajuste con los factores C_{SP} modificados. | 88 |
| 5.7 | Escáneres de los parámetros del fit nominal, a 5σ , normalizados al mínimo nominal. | 91 |

Índice de cuadros

| | | |
|-----|--|----|
| 1.1 | Los 19 parámetros del SM, de los cuales 4 provienen de la matriz CKM. Estos parámetros no son predichos por el SM, deben ser medidos o determinados mediante experimentos. | 1 |
| 2.1 | Signatura, η , de los autovalores de \mathcal{CP} para las amplitudes de transversalidad. | 23 |
| 2.2 | Masas nominales de partículas tomados de [7, primer bloque] y [16, segundo bloque]. | 25 |
| 2.3 | Factores de corrección para los bines de masa KK definidos en la región del $\phi(1020)$ | 28 |
| 2.4 | Factores de corrección para los bines de masa KK definidos en la ventana de masa $[1.0, 2.2] \text{ GeV}/c^2$ | 29 |
| 2.5 | Coeficientes N_{ij} y Ω_{ij} de la distribución angular de la desintragración $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$ con las contribuciones de onda S, P y D. | 31 |
| 2.6 | Coeficientes a_{ij} de la evolución temporal de la desintragración $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$ con las contribuciones de onda S, P y D. | 32 |
| 2.7 | Coeficientes b_{ij} de la evolución temporal de la desintragración $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$ con las contribuciones de onda S, P y D. | 33 |
| 2.8 | Coeficientes c_{ij} de la evolución temporal de la desintragración $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$ con las contribuciones de onda S, P y D. | 34 |
| 2.9 | Coeficientes d_{ij} de la evolución temporal de la desintragración $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$ con las contribuciones de onda S, P y D. | 35 |
| 3.1 | Cronología de los principales aceleradores en el CERN. | 37 |
| 4.1 | Parámetros y valores de los mismos declarados en el DecFile. Se puede hallar una descripción detallada en el texto. | 52 |
| 4.2 | Valores obtenidos del ajuste a una muestra de un millón de eventos de MC. | 56 |

Índice de cuadros

| | | |
|-----|--|----|
| 4.3 | Valores obtenidos del ajuste a una muestra de un millón de eventos de MC. | 57 |
| 5.1 | Valores de la resolución y vida media para cada muestra [40]. . . | 69 |
| 5.2 | Valores de los coeficientes de los b-splines que modelan la aceptancia en el tiempo de desintegración para la categoría de trigger <i>biased2016</i> | 71 |
| 5.3 | Valores de los coeficientes de los b-splines que modelan la aceptancia en el tiempo de desintegración para la categoría de trigger <i>unbiased2016</i> | 71 |
| 5.4 | Resultados de los de los ajustes de los residuos de cada parámetro a una gaussiana. | 77 |
| 5.5 | Resultados de los ajustes de los residuos de cada parámetro a una gaussiana, con los factores C_{SP} modificados. | 78 |
| 5.6 | Resultados del pull-ajuste de cada parámetro a una gaussiana. . . | 79 |
| 5.7 | Resultados del pull-ajuste de cada parámetro a una gaussiana con los factores C_{SP} modificados. | 84 |

Colofón

Figura de cubierta: El decaimiento de una partícula lambda en la cámara de burbujas de hidrógeno de 32 cm

Esta imagen de 1960 recoge trazas una colisión de partículas real en la primera cámara de burbujas del CERN usada en experimentos. Era un detector pequeño, para los estándares actuales, con solo 32 cm de diámetro. Los piones, negativamente cargados con una energía de 16 GeV, entraban por la izquierda. Uno de ellos interaccionaba con un protón en el hidrógeno líquido y creaba trazas de nuevas partículas, incluyendo a una partícula neutra (una lambda), que decae a dos partículas cargadas que tienen forma de V, en el centro. Las partículas cargadas de menor energía producen espirales debido al campo magnético de la cámara. La invención en 1952 de la cámara de burbujas revoluciona el campo de la física de partículas, permitiendo ver y fotografiar las trazas de las partículas, después de liberar la presión que mantenía el líquido por encima de su punto de ebullición normal [41].

La imagen está levemente modificada, pues fue sometida a un proceso de vectorización.

Todas las figuras no referenciadas son creadas por el autor con fines ilustrativos, pudiendo dichas figuras estar basadas en otras similares. Pueden usarse dichas figuras bajo la licencia GPLv3 descargándose desde GitHub.

ANÁLISIS ANGULAR DEPENDIENTE DEL TIEMPO PARA EL
CANAL $B_s^0 \rightarrow J/\psi K^+ K^-$ BASADO EN GPU Y VALIDACIÓN DE
INCERTIDUMBRES SISTEMÁTICAS

Versión final a día 3 de julio de 2019.