机器学习导论
作业三

学号, 作者姓名, 邮箱

2018 年 5 月 7 日

1 [15pts] Decision Tree I

(1) **[5pts]** 假设一个包含三个布尔属性X, Y, Z的空间，并且目标函数是$f(x, y, z) = x$ **XOR** z，其中**XOR**为异或运算符。令H为基于这三个属性的决策树，请问：目标函数f可实现吗？如果可实现，画出相应的决策树以证明；如果不可实现，请论证原因；

(2) **[10pts]** 现有如表 1所示数据集：

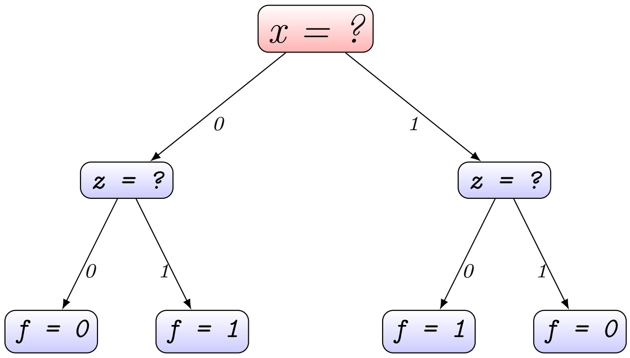
表 1: 样例表

X	Y	Z	f
1	0	1	1
1	1	0	0
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
0	0	1	0
0	1	1	1
1	1	1	0

请画出由该数据集生成的决策树。划分属性时要求以信息增益 (information gain)为准则。当信息增益 (information gain)相同时，依据字母顺序选择属性即可。

Solution.

(1) 目标函数f是可以实现的，决策树如下所示：



(2) 按照信息增益为准则，划分依据为：

第一层根结点：

如果选择X划分：

$$\begin{aligned} Gain(D,X) =& Ent(D) - \sum_{v=1}^{2} \frac{|D^v|}{|D|} Ent(D^v) \\ =& 1 - 1 = 0 \end{aligned} \tag{1.1}$$

如果选择Y划分：

$$Gain(D,Y) = 1 - 1 = 0 \tag{1.2}$$

如果选择Z划分：

$$Gain(D,Y) = 1 - \frac{3}{4} \times 0.918 = 0.6885 \tag{1.3}$$

所以选择Z划分。

第二层第一个结点都是同一类，现在考虑第二个结点的划分：

如果选择X划分：

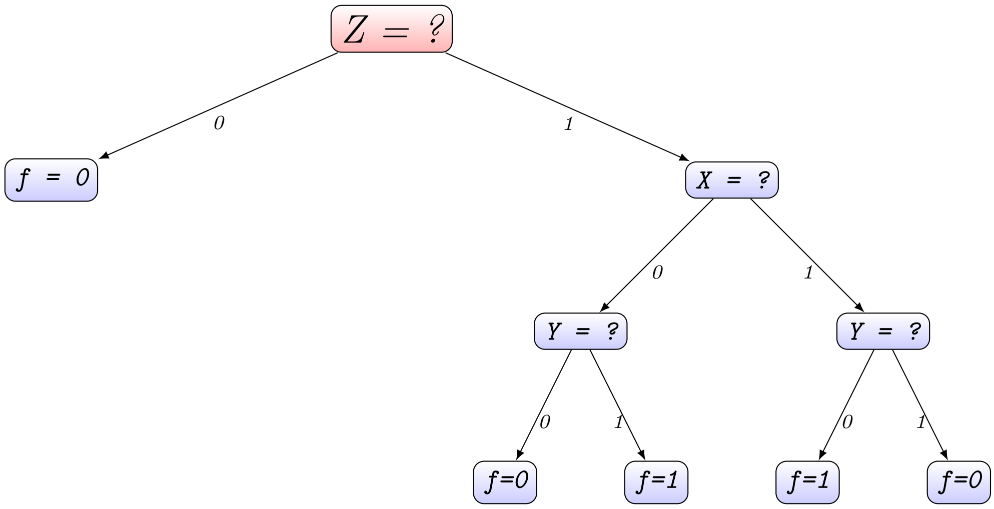
$$Gain(D,X) = 0.918 - 0.918 = 0 \tag{1.4}$$

如果选择Y划分：

$$Gain(D,Y) = 0.918 - 0.918 = 0 \tag{1.5}$$

所以按照字母顺序选择X划分。

根据数据集生成的决策树如下：


Z = ?
0
1
f = 0
X = ?
0
1
Y = ?
Y = ?
0
1
0
1
f=0
f=1
f=1
f=0

2 [20pts] Decision Tree II

考虑如下矩阵：

$$\begin{bmatrix} 4 & 6 & 9 & 1 & 7 & 5 \\ 1 & 6 & 5 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}^T$$

该矩阵代表了6个样本数据，每个样本都包含2个特征f_1和f_2。这6个样本数据对应的标签如下：

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

在这个问题中，我们要构造一个深度为2的树进行分类任务。

(1) **[5pts]** 请计算根结点 (root) 的熵值 (entropy)；

(2) **[10pts]** 请给出第一次划分的规则，例如$f_1 \geq 4, f_2 \geq 3$。对于第一次划分后产生的两个结点，请给出下一次划分的规则；

提示：可以直观判断，不必计算熵。

(3) **[5pts]** 现在回到根结点 (root)，并且假设我们是建树的新手。是否存在一种划分使得根结点 (root) 的信息增益 (information gain) 为0?

Solution.

(1) 根结点的熵值为

$$Ent(D) = -(\frac{3}{6}\log_2\frac{3}{6} + \frac{3}{6}\log_2\frac{3}{6}) = 1.000 \tag{2.1}$$

(2) 规则如图*1*所示。第一次划分的规则为$f_1 \leq 6$。不满足$f_1 \leq 6$的结点的所有样本的标签都是1，所以这一部分不需要再次划分。第一次划分之后，满足$f_1 \leq 6$的节点的第二次划分的规则为$f_2 \leq 1$，其中满足$f_2 \leq 1$的结点的样本的标签都都是1，不满足的都是0，所以不需要再次划分。

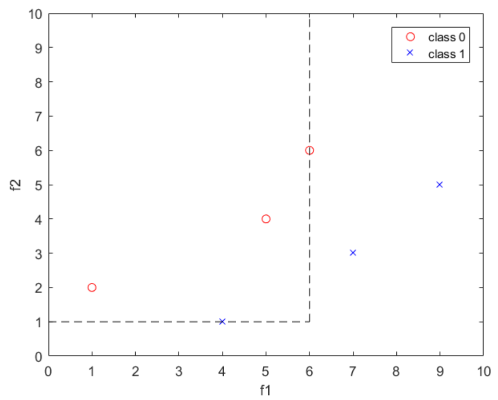


图 1: 划分规则

(3) 规则如图2所示。按照$f_2 \le 2$来划分，将D分成了D^1和D^2两个部分。其中D^1包含第一个和第四个样例。由此可得

$$Ent(D^1) = -(\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2}) = 1.000 \tag{2.2}$$

$$Ent(D^2) = -(\frac{2}{4}\log_2\frac{2}{4} + \frac{2}{4}\log_2\frac{2}{4}) = 1.000 \tag{2.3}$$

所以可得信息增益为

$$\begin{aligned} Gain(D, f_2 \le 2) &= Ent(D) - \sum_{v=1}^{2}\frac{|D^v|}{|D|}Ent(D^v) \\ &= 1 - (\frac{2}{6}\times 1 + \frac{4}{6}\times 1) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{2.4}$$

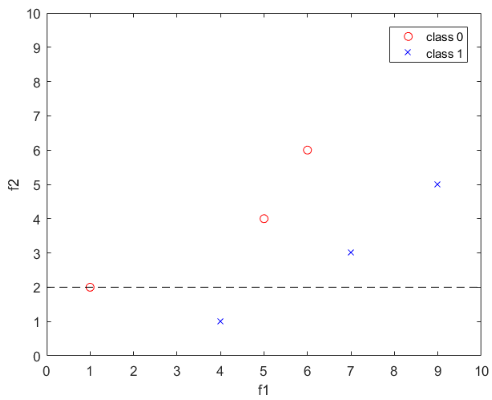


图 2: 划分规则

3 [25pts] Universal Approximator

已知函数$f:[-1,1]^n \mapsto [-1,1]$满足$\rho$-Lipschitz性质。给定误差$\epsilon > 0$，请构造一个激活函数为 $\mathrm{sgn}(\mathbf{x})$ 的神经网络$\mathcal{N}:[-1,1]^n \mapsto [-1,1]$，使得对于任意的输入样本$\mathbf{x} \in [-1,1]^n$，有$|f(\mathbf{x}) - \mathcal{N}(\mathbf{x})| \le \epsilon$。
(Lipschitz条件参见Wikipedia，其中 $\mathrm{sgn}(\mathbf{x})$ 的定义参见《机器学习》第98页。)

(1) **[5pts]** 请画出构造的神经网络$\mathcal{N}$的示意图；

(2) **[10pts]** 请对构造的神经网络进行简要的说明(写清每一层的线性组合形式，也就是结点间的连接方式和对应的权重)；

(3) **[10pts]** 证明自己构造的神经网络的拟合误差满足要求。

Solution. *(1) 神经网络$\mathcal{N}$的示意图如下所示（因为空间有限，所以省略了部分结点和边，以及所有权值为0的边均在图中省略）：*

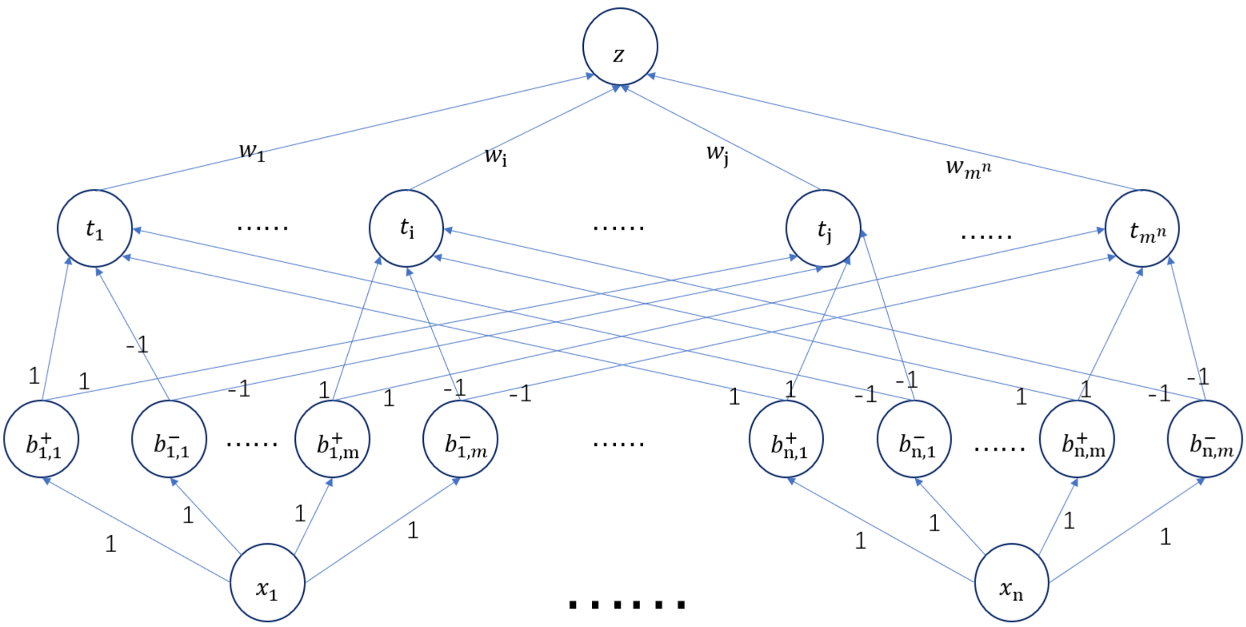


图 3: 神经网络$\mathcal{N}$

如上图所示，输入层n个神经元$x_1,...,x_n$，从输入层到第一个隐层，x_i只和$b^+_{i,j}$以及$b^-_{i,j}$相连，权重为1。第一个隐层共有$2nm$个神经元$b^+_{1,1}, b^-_{1,1}, ..., b^+_{n,m}, b^-_{n,m}$，阈值暂时没有画在图中，将在之后解释，$b^+_{i,j}$连接特定的$t_s$，权重为1，$b^-_{i,j}$连接特定的$t_s$，权重为$-1$。第二个隐层的阈值暂时没有画在图中，将在之后解释，所有的t_s都连接到输出神经元，权值为w_s。(以上说明中，关于“连接到”，也可以理解为没有连接到的点之间权值为0)

(2) $\mathcal{N}$**的结构：**

神经网络分为4层，其中包括输入层，输出层和两个隐层。其中输入层有n个输入单元（每个单元对应了一个$\mathbf{x}$的维度的数值），第一个隐层（以后称为B层）有$2mn$个单元，第二个隐层（以后称为T层）有m^n个单元，输出层只有一个单元也就是整个神经网络的输出值。

$\mathcal{N}$**的符号表示：** 见下表：

表 2: 符号表

符号	描述
x_i	输入单元接受的输入值，也就是$\mathbf{x}$向量的各个维度的数值
$b^+_{i,j}, b^-_{i,j}$	B层的单元，注意到$b^+_{i,j}$和$b^-_{i,j}$是成对出现的
$\alpha^+_{i,j}, \alpha^-_{i,j}$	分别是$b^+_{i,j}$和$b^-_{i,j}$的输入
$\beta^+_{i,j}, \beta^-_{i,j}$	分别是$b^+_{i,j}$和$b^-_{i,j}$的输出
$\theta^+_{i,j}, \theta^-_{i,j}$	分别是$b^+_{i,j}$和$b^-_{i,j}$的阈值
t_i	T层的单元
γ_i	t_i的输入
δ_i	t_i的输出
λ_i	t_i的阈值
z	输出层的单元的输出值
ρ	函数f的Lipschitz常数
m	神经网络的超参数，用于控制B层的神经元的数目
σ	$\sigma > 0$，加在$\theta^-_{i,m}$上，确保$x_i = 1$时也能正确处理

$\mathcal{N}$**的各层的线性组合形式：**

输入层神经元数目：n，即$x_1, x_2, ..., x_n$

B层神经元数目：$2mn$，即$b^*_{1,1}, ..., b^*_{1,m}, ..., b^*_{n,1}, ..., b^*_{n,m}$ ， $* \in \{+,-\}$

T层神经元数目：m^n，即$t_1, t_2, ..., t_{m^n}$

输出层神经元数目：1，即z

从输入层到B层的传播：

$$\alpha^*_{i,j} = x_i \ , \quad * \in \{+,-\} \tag{3.1}$$

B层的神经元计算：

$$\theta^+_{i,j} = -1 + (j-1)\frac{2}{m} \tag{3.2}$$

$$\theta^-_{i,j} = \begin{cases} -1 + j\frac{2}{m} & 1 \le j \le m-1; \\ -1 + j\frac{2}{m} + \sigma = 1 + \sigma & j = m; \end{cases} \tag{3.3}$$

$$\beta^*_{i,j} = sgn(\alpha^*_{i,j} - \theta^*_{i,j}) \ , \quad * \in \{+,-\} \tag{3.4}$$

从B层到T层，映射较为复杂：B层的神经元$b^+_{1,index_1}, b^+_{2,index_2}, ..., b^+_{n,index_n}$的输出乘以权重1以及$b^-_{1,index_1}, b^-_{2,index_2}, ..., b^-_{n,index_n}$的输出乘以权重$-1$之后作为$t_s$的输入值，其中$s = 1 + \sum_{i=1}^n (index_i - 1) m^{(i-1)}$，所以为了根据$s$得到$index_i$，给出以下算法：

现在给出从B层到T层的传播：

$$(index_1, index_2, ..., index_n) = IndexTranslate(s) \tag{3.5}$$

Algorithm 1 IndexTranslate

Require: s：T层的神经元编号

Ensure: $(index_1, index_2, ..., index_n)$：输入到$t_s$的B层神经元的编号

```
s = s − 1
for i from 1 to n do
    index_i = s mod m^i
    s = s − index_i
    index_i = index_i + 1
end for
```

$$\gamma_s = \sum_{i=1}^{n} \beta^{+}_{i,index_i} - \sum_{i=1}^{n} \beta^{-}_{i,index_i} \tag{3.6}$$

T层的神经元计算：

$$\lambda_s = n - \frac{1}{2} \tag{3.7}$$

$$\delta_s = sgn(\gamma_s - \lambda_s) \tag{3.8}$$

从T层到输出层的边的权值其实是函数f在某些点的值，下面给出算法通过t_s的编号s来计算δ_s对应的权值：

Algorithm 2 GetWeightFromIndex

Require: s：T层的神经元编号

Ensure: w_s：从T层到输出层的边中δ_s对应的边的权重

```
(index_1, index_2, ..., index_n) = IndexTranslate(s)
for i from 1 to n do
    xt_i = −1 + (index_i − 1/2) 2/m
end for
xt = [xt_1, xt_2, ..., xt_n]
w_s = f(xt)
```

通过上述算法计算每一个δ_i的权值$w_i = GetWeightFromIndex(i)$。

输出层的最终输出：

$$z = \sum_{i=1}^{m^n} w_i \delta_i \tag{3.9}$$

(3) 证明：

在进行具体的证明之前，首先对神经网络$\mathcal{N}$的设计思路进行说明：由于需要逼近的函数f具有$Lipschitz$性质，即：

$$|f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{y})| \leq \rho ||\mathbf{x} - \mathbf{y}|| \tag{3.10}$$

所以$\mathcal{N}$的大致思想就是将f的定义域分割成很多个足够小的子空间，根据$Lipschitz$性质，子空间内的任意两个点$\mathbf{x}$和$\mathbf{y}$对应的函数值$f(\mathbf{x})$和$f(\mathbf{y})$相差会有一个上界即$\rho||\mathbf{x}-\mathbf{y}||$。只要确定了分割的子空间的大小，那么$||\mathbf{x} - \mathbf{y}||$也会随之确定。所以只要确保将定义域分割的足

够细使得$\rho||\mathbf{x}-\mathbf{y}|| \le \epsilon$即可得到符合题意的神经网络。考虑到有限维向量范数的等价性，为了方便之后的证明，在这里取2-范数（即便取其他范数，我们的结论仍然不会改变，这个将在之后证明），即：

$$|f(\mathbf{x})-f(\mathbf{y})| \le \rho||\mathbf{x}-\mathbf{y}||_2 \tag{3.11}$$

证明之前先设置神经网络超参数：

$$m = \left\lceil \frac{\rho\sqrt{n}}{\epsilon} \right\rceil \tag{3.12}$$

然后将定义域空间$[-1,1]^n$等分成m^n份，具体的：对于维度i，将其等分为m份，得到m个区间$[-1,-1+\frac{2}{m})$，$[-1+\frac{2}{m},-1+2\frac{2}{m})$，...，$[-1+(m-1)\frac{2}{m},1]$，每个区间的长度为$\frac{2}{m}$（注意到最后一个区间两边都是闭的）。现在定义$D_{i,j}$表示第$i$维的第$j$个区间即$D_{i,j}=[-1+(j-1)\frac{2}{m},-1+j\frac{2}{m})$，在此基础上再定义子空间$S(j_1,j_2,...,j_n)=D_{1,j_1}\times D_{2,j_2}\times ...\times D_{n,j_n}$。
下证：对于对于任意的输入样本$\mathbf{x}\in[-1,1]^n$，有$|f(\mathbf{x})-\mathcal{N}(\mathbf{x})|\le\epsilon$。

case 1:
$\mathbf{x}\in[-1,1)^n$
考虑$\mathbf{x}$的每一个维度的值$(x_1,...,x_n)$，不失一般性的假设$\mathbf{x}\in S(index_1,index_2,..,index_n)$，即：

$$\begin{aligned}
x_1 &\in [-1+(index_1-1)\frac{2}{m},-1+index_1\frac{2}{m}) \\
x_2 &\in [-1+(index_2-1)\frac{2}{m},-1+index_2\frac{2}{m}) \\
&\ldots\ldots \\
x_n &\in [-1+(index_n-1)\frac{2}{m},-1+index_n\frac{2}{m})
\end{aligned} \tag{3.13}$$

现在观察到任意i，都有$x_i\ge -1+(index_i-1)\frac{2}{m}$以及$x_i< -1+index_i\frac{2}{m}$，结合(3.3)可得：

$$\begin{aligned}
&\beta^*_{i,j}=1 \quad for\ *\in\{+,-\}\ and\ j<index_i \\
&\beta^+_{i,index_i}=1 \\
&\beta^-_{i,index_i}=0 \\
&\beta^*_{i,j}=0 \quad for\ *\in\{+,-\}\ and\ j>index_i
\end{aligned} \tag{3.14}$$

现在定义$s=1+\sum_{i=1}^n(index_i-1)m^{(i-1)}$，又根据(3.6)可得：

$$\gamma_s=\sum_{i=1}^n\beta^+_{i,index_i}-\sum_{i=1}^n\beta^-_{i,index_i}=n \tag{3.15}$$

现在再考虑s'且$s'\ne s$，定义$(index'_1,index'_2,...,index'_n)=IndexTranslate(s')$，由于$s'\ne s$，所以一定存在$i$使得$index_i\ne index'_i$，那么根据(3.13)可得$\beta^+_{i,index'_i}-\beta^-_{i,index'_i}=0$，即：

$$\gamma_{s'}\le n-1, \quad for\ s'\ne s \tag{3.16}$$

又因为$\lambda_s=\lambda_{s'}=n-\frac{1}{2}$，所以根据(3.8)可得：

$$\begin{aligned}
\delta_s &= sgn(\gamma_s-\lambda_s)=1 \\
\delta_{s'} &= sgn(\gamma_{s'}-\lambda_{s'})=0 \quad for\ s'\ne s
\end{aligned} \tag{3.17}$$

结合上式再根据(3.9)可得：

$$z = \sum_{i=1}^{m^n} w_i \delta_i = w_s \delta_s = GetWeightFromIndex(s) \tag{3.18}$$

根据$Algorithm\ 2$可知$GetWeightFromIndex(s) = w_s = f(\mathbf{xt})$其中$\mathbf{xt} = [xt_1, ...xt_n]$而且$xt_i = -1 + (index_i - \frac{1}{2})\frac{2}{m}$，所以神经网络最终的输出就是$\mathcal{N}(x) = f(\mathbf{xt})$，现在证明$|f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{xt})| < \epsilon$。

因为$x_i \in [-1+(index_i-1)\frac{2}{m}, -1+index_i\frac{2}{m})$且$xt_i = -1+(index_i-\frac{1}{2})\frac{2}{m}$，所以$|x_i - xt_i| \leq \frac{1}{m}$，所以可得：

$$||\mathbf{x} - \mathbf{xt}||_2 = \sqrt{|x_1 - xt_1|^2 + ... + |x_n - xt_n|^2} \leq \frac{\sqrt{n}}{m} \tag{3.19}$$

所以根据$Lipschitz$性质，有：

$$|f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{xt})| \leq \rho ||\mathbf{x} - \mathbf{xt}||_2 \leq \rho \frac{\sqrt{n}}{m} \tag{3.20}$$

再根据超参数$m = \left\lceil \frac{\rho\sqrt{n}}{\epsilon} \right\rceil$可得：

$$|f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{xt})| \leq \rho \frac{\sqrt{n}}{m} \leq \rho \frac{\sqrt{n}\epsilon}{\rho\sqrt{n}} = \epsilon \tag{3.21}$$

又因为$\mathcal{N}(x) = f(\mathbf{xt})$，所以：

$$|f(\mathbf{x}) - \mathcal{N}(\mathbf{x})| \leq \epsilon \tag{3.22}$$

由此得证。

case 2:

$\mathbf{x} = (1, 1, ..., 1)$

根据(3.3)可得$\theta^-_{i,m} = 1 + \sigma > 1$，所以有：

$$\begin{aligned} &\beta^*_{i,j} = 1 \quad for \ * \in \{+, -\} \ and \ j < m \\ &\beta^+_{i,m} = 1 \\ &\beta^-_{i,m} = 0 \end{aligned} \tag{3.23}$$

相应的，有：

$$\begin{aligned} &\delta_i = 0 \quad for \ i < m^n \\ &\delta_{m^n} = 1 \end{aligned} \tag{3.24}$$

故$\mathcal{N}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{xt})$且$xt_i = 1 - \frac{1}{m}$，通过***case 1***的证明易得$|f(\mathbf{x}) - \mathcal{N}(\mathbf{x})| \leq \epsilon$。

现在考虑$||\mathbf{x} - \mathbf{xt}||$不取*2*-范数的情况，因为有限维范数的等价性，所以对于p-范数，有：

$$C_1||\mathbf{x} - \mathbf{xt}||_2 \leq ||\mathbf{x} - \mathbf{xt}||_p \leq C_2||\mathbf{x} - \mathbf{xt}||_2 \tag{3.25}$$

所以$|f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{xt})| \leq \rho ||\mathbf{x} - \mathbf{xt}||_p \leq C_2 \rho \frac{\sqrt{n}}{m}$，只要设置超参数$m = \left\lceil \frac{\rho\sqrt{n}}{C_2\epsilon} \right\rceil$就可以得到相同的结论。

综上所述，可得对于任意的输入样本$\mathbf{x} \in [-1, 1]^n$，有$|f(\mathbf{x}) - \mathcal{N}(\mathbf{x})| \leq \epsilon$。

4 [40pts] Neural Network in Practice

通过《机器学习》课本第5章的学习，相信大家已经对神经网络有了初步的理解。深度神经网络在某些现实机器学习问题，如图像、自然语言处理等表现优异。本次作业旨在引导大家学习使用一种深度神经网络工具，快速搭建、训练深度神经网络，完成分类任务。

我们选取PyTorch为本次实验的深度神经网络工具，有了基础工具，我们就能如同搭积木一样构建深度神经网络。PyTorch是Facebook开发的一种开源深度学习框架，有安装方便、文档齐全、构架方便、训练效率高等特点。本次作业的首要任务就是安装PyTorch。

目前PyTorch仅支持Linux和MacOS操作系统，所以Window用户需要装一个Linux虚拟机或者直接安装Linux系统。PyTorch安装很方便，只需要在其主页中的Get Start一栏选择对应的环境设置，便能够一键安装。有GPU的同学也可以尝试安装GPU版本的PyTorch。为保证此次作业的公平性，只要求使用CPU进行网络训练，当然有条件的同学也可以尝试使用GPU进行训练。在批改作业时，助教会提供Python 2.7、3.5、3.6三种环境进行实验验证。

我们选取CIFAR10作为本次作业的训练任务。CIFAR10是一个经典的图片分类数据集，数据集中总共有60000张32×32的彩色图片，总共有10类，每类6000张图片，其中50000张图片构成训练集，10000张图片构成测试集。PyTorch通过torchvision给用户提供了获取CIFAR10的方法，详细信息可见PyTorch的教程。此外关于CIFAR10分类准确率排行可见此链接。

下面我们将尝试使用PyTorch来解决实际问题：

(1) **[15pts]** 首先我们跟随PyTorch的教程，用一个简单的卷积神经网络（Convolutional Neural Network, CNN），完成CIFAR10上的分类任务，具体要求如下：

- **[7pts]** 在代码实现之前，大家可能需要对CNN网络进行一定的了解，请大家自行查阅资料（PyTorch的教程中也有部分介绍CNN网络），并在实验报告中给出对CNN的见解：主要回答什么是卷积层，什么是Pooling层，以及两者的作用分别是什么；
- **[8pts]** 接下来就是具体的代码实现和训练。教程会手把手教你完成一次训练过程，其中使用SGD作为优化方法，请同学们自行调整epoch的大小和学习率，完成此次训练。另外，请在实验报告中给出必要的参数设置，以及训练结果如最终的loss、在测试集上的准确率等；

(2) **[20pts]** 显然，这样一个简单的网络在CIFAR10上并不能取得令人满意的结果，我们需要选取一个更为复杂的网络来提升训练效果。在此小题中，我们选取了CIFAR10准确率排行榜上排名第二的结构，具体参见论文链接。为了方便大家实现，我们直接给出了网络结构如图4所示。请大家搭建完成此网络结构，并选择Adam为优化器，自行调整相关参数完成训练和预测，实验结果报告内容同第（1）小题；

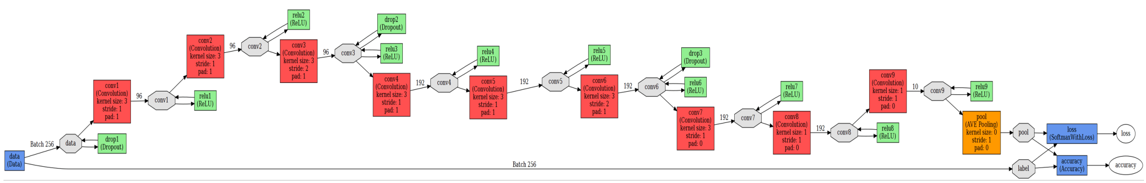


图 4: 待实现网络结构

(3) **[5pts]** 通过上一题实验我们可以发现，即使使用现成的网络结构也不一定能达到与其相同的训练效果。请大家分析其中的原因，并谈谈本次实验的感想，以及对深度学习调参的体会。

实验报告.

(1)

对CNN的见解：卷积神经网络是一种非常强大的，适合用于图像，视频识别以及自然语言处理的神经网络的。卷积神经网络本身就是一种特殊的神经网络，其训练的流程为：输入层接受训练集数据，通过隐层一层层传递到输出层，输出与真实标签进行比较，得到损失函数，然后再通过反向传播来调整隐层的参数，进而降低损失函数，来使得预测结果逼近与真实标签。CNN中比较特殊的隐层结构是卷积层和pooling层，其中卷积层主要承担了对特定模式的识别工作，pooling层主要起到了采样的作用。

卷积层的概念：是卷积神经网络的核心，承担了卷积神经网络大部分的工作量。

卷积层的作用：卷积层的作用主要在于提取特征，这个操作类似于信号处理中的滤波，和人类大脑认知世界也有几分相似。这个操作的实现用到了卷积的方法。具体的，如果输入的数据大小为$H \times W \times D$(此处先假设batch size为1，其中D表示channel数量)，那么卷积层就会有诸多大小为$H' \times W' \times D$的filter(其中$H' < H$而且$W' < W$)。通过将一个filter"覆盖"在输入数据上，会得到输入数据上的一个和filter相同大小的数据块，把数据块和filter对应位置的元素相乘然后求和，可以得到一个标量值，把filter"覆盖"到数据的不同位置可以得到很多标量值，将这些标量值按照顺序排列起来可以得到一个activation map，每一个filter针对每一个输入数据都会得到一个activation map，然后把多个filter对应的activation map堆叠在一起就可以得到下一个隐层的输入数据。每一个卷积层得到的activation map其实就是对某种特征的提取，如果map中某个元素值很大，就说明这个元素对应的输入数据的特定位置有可能存在某种特征。所以activation map实际上可以反应出特征在输入数据集中的分布。卷积层可以识别的特征多种多样的，一般第一卷积层只能识别一些简单的特征，例如边缘，曲线，角，更多层的卷积层可以识别到更加复杂的特征。

Pooling层的概念：pooling层也是卷积神经网络中一个重要的结构，他的主要功能在于对数据进行采样。

Pooling层的作用：总体来讲pooling层的作用在于减少数据大小，减少参数，降低运算量，减低训练时间，防止过拟合，提高泛化能力，同时还可以保持特征的不变形（包括平移，旋转，尺度等方面）。具体的，pooling层就是按照一定的比例对输入数据进行采样，常见的有max-pooling和average-pooling。常见的做法是将数据分成2×2的数据块然后从每个数据块中选择一个最大值（或者平均值）来代替整个数据块。其中max-pooling采样操作还能够保持输入数据的特征不变型，比如说某个数据块中出现了某个特征，反映在输入数据上就是某个元素的值非常大。当我们在对这个数据块采样的时候，为了在下一层维持这个特征的表现，我们选择了最大的数值作为采样后的结果，这背后蕴含了即便

数据缩小了，我们仍然尽可能保持原有的特征这一思想，所以实践中往往max-pooling表现会比较好。实践中会在卷积层之间周期性的插入pooling层来提升整体的效果。

(2)

CNN实验的参数设置如下：

表 3: 简单CNN参数设置

参数	大小
epoch	40
learning rate	0.0005
momentum	0.9

选择epoch为40是考虑到模型在40个epoch之后loss就很难下降而且出现了明显的震荡，选择learning rate为0.0005是因为如果把rate调大，SGD效果反而变差，如果把rate调小，那么SGD下降会变慢，训练过程见下图（下图中横坐标表示训练的张次数，即1张图片训练1次为1张次数）：

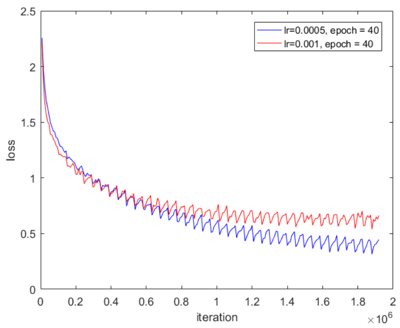


图 5: epoch=40, rate=0.001 or 0.002

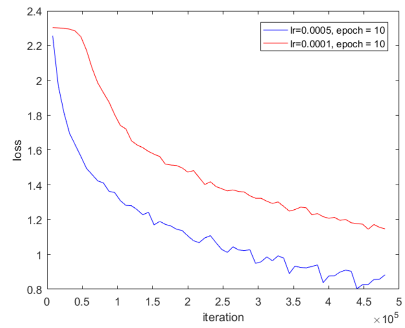


图 6: epoch=10, rate=0.001 or 0.0005

设置epoch=40，对比rate=0.0005和rate=0.001的模型的训练效果，发现随着迭代次数增加前者下降的更快。

设置epoch=10，对比rate=0.0005和rate=0.0001的模型的训练效果，发现前者下降明显快于后者。

训练结果：

最终loss：采用的计算loss的方式为cross entropy loss，**最终loss的大小为：**0.664。

测试集上的准确率：

表 4: 简单CNN准确率

类别	plane	car	bird	cat	deer	dog	frog	horse	ship	truck	total
准确率	0.67	0.73	0.46	0.43	0.48	0.43	0.68	0.63	0.70	0.68	0.59

(3)