

# Analisis Perbandingan Metode Simulasi Black-Scholes-Merton, Gram-Charlier, dan Antithetic Variate Simulation untuk Estimasi Opsi Beli Saham Internasional

(Studi Kasus: Saham Harian AAPL, AMZN, NVDA, TSLA, MSFT, NFLX, APP, JNJ, dan MSTR Periode 1 November 2023 – 31 Oktober 2024)

Amalia Nur Zahro<sup>1</sup>, Marta Afifah<sup>2</sup>, Rhizka Febrianty Aisyah Dewi<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Program Studi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Gadjah Mada, Sekip Utara No.21, Bulaksumur, Yogyakarta, 55281, Indonesia

<sup>1</sup>[amalianurzahro@mail.ugm.ac.id](mailto:amalianurzahro@mail.ugm.ac.id) <sup>2</sup>[martaafifah@mail.ugm.ac.id](mailto:martaafifah@mail.ugm.ac.id)

<sup>3</sup>[rhizkafebriantyaisyahdewi2004@mail.ugm.ac.id](mailto:rhizkafebriantyaisyahdewi2004@mail.ugm.ac.id)

---

## Abstrak

Estimasi harga opsi merupakan aspek krusial dalam manajemen risiko dan pengambilan keputusan investasi di pasar keuangan. Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan efektivitas tiga metode estimasi harga opsi, yaitu Black-Scholes-Merton, Gram-Charlier, dan Antithetic Variate Simulation dalam konteks valuasi opsi beli untuk sembilan saham internasional: AAPL, AMZN, NVDA, TSLA, MSFT, NFLX, APP, JNJ, dan MSTR. Data yang digunakan mencakup harga penutupan harian saham selama periode 1 November 2023 hingga 31 Oktober 2024. Penelitian ini menghitung *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) untuk mengevaluasi akurasi setiap metode. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode Black-Scholes dan Antithetic Variate Simulation memiliki rata-rata MAPE yang lebih kecil dibanding Gram-Charlier, yaitu masing-masing sebesar 20,92% dibandingkan dengan 23,78%. Hal ini disebabkan oleh kecenderungan distribusi *log-return* saham yang mendekati distribusi normal sehingga sesuai dengan asumsi dasar kedua metode tersebut. Metode Gram-Charlier memberikan performa terbaik pada saham dengan distribusi return yang memiliki *skewness* dan kurtosis tinggi, seperti TSLA (MAPE 30,69%) dan AMZN (MAPE 8,19%). Sebaliknya, saham dengan distribusi return yang lebih mendekati normal, seperti NVDA, MSFT, dan NFLX, memberikan hasil estimasi terbaik dengan metode Black-Scholes dan Antithetic Variate Simulation. Secara keseluruhan, metode Black-Scholes-Merton dan Antithetic Variate Simulation memberikan estimasi yang lebih baik dibanding metode Gram-Charlier untuk kasus saham-saham yang digunakan dalam penelitian ini.

**Keywords:** Saham, Opsi Beli, Simulasi Black-Scholes-Merton, Gram-Charlier, Antithetic Variate Simulation, MAPE

---

## 1. PENDAHULUAN

Estimasi harga opsi merupakan komponen vital dalam manajemen risiko dan pengambilan keputusan investasi di pasar keuangan internasional. Sebagai instrumen derivatif, opsi memungkinkan investor untuk mengelola eksposur risiko terhadap pergerakan harga aset dasar seperti saham. Model-model matematika diperlukan untuk menghitung harga opsi secara akurat, sehingga dapat membantu pelaku pasar dalam merumuskan strategi yang efektif (Hull, 2017).

Metode Black-Scholes-Merton (BSM) telah menjadi standar dalam valuasi opsi sejak diperkenalkan pada tahun 1973. BSM menawarkan solusi analitik dengan asumsi pergerakan harga saham mengikuti proses Geometri Brownian dan volatilitas konstan. Walaupun metode ini memberikan hasil yang efektif di berbagai kondisi pasar, beberapa keterbatasan mulai muncul, terutama dalam kasus distribusi return yang tidak normal atau volatilitas yang berubah-ubah.

Metode simulasi Gram-Charlier dan *Antithetic Variate Simulation (AVS)* dikembangkan untuk mengatasi beberapa asumsi ideal yang ada dalam BSM. Simulasi Gram-Charlier berusaha memodifikasi distribusi *return* dengan mempertimbangkan skewness dan kurtosis, sedangkan AVS menggunakan teknik variate antitetik untuk mengurangi variabilitas hasil simulasi dan meningkatkan efisiensi estimasi (Jäckel, 2002).

Penelitian ini berfokus pada analisis perbandingan tiga metode tersebut

dalam konteks valuasi opsi beli (*call option*) untuk sembilan saham utama: AAPL, AMZN, NVDA, TSLA, MSFT, NFLX, APP, JNJ, dan MSTR. Saham-saham ini dipilih karena merupakan representasi dari sektor teknologi, farmasi, dan industri lainnya yang signifikan di pasar saham global. Dengan menggunakan data historis harian periode 1 November 2023 hingga 31 Oktober 2024, penelitian ini bertujuan untuk mengukur efektivitas masing-masing metode dalam mengestimasi harga opsi dan menilai keunggulan serta keterbatasan metode tersebut di bawah skenario pasar yang berbeda.

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan wawasan yang lebih komprehensif bagi pelaku pasar, akademisi, dan praktisi keuangan dalam memilih metode simulasi yang paling sesuai untuk estimasi harga opsi di pasar sesuai dengan karakteristik distribusi *return*.

## 2. METODE PENELITIAN

### 2.1 Black-Scholes Merton

Model Black-Scholes merupakan salah satu metode yang digunakan untuk menentukan harga opsi. Model ini pertama kali diperkenalkan oleh Fischer Black dan Myron Scholes. Penggunaan model ini terbatas hanya pada harga opsi tipe Eropa yang dijalankan ada waktu jatuh tempo saja, tidak berlaku untuk opsi tipe Amerika. Beberapa asumsi yang dipertimbangkan pada metode ini, yaitu suku bunga bebas risiko dan volatilitas konstan, saham tidak memberikan deviden dan tidak

terdapat pajak dan biaya transaksi. Selain itu, metode ini membutuhkan asumsi normalitas logaritma *return* harga saham.

Harga opsi dalam model Black-Scholes dipengaruhi oleh beberapa variabel, yaitu harga saham saat ini ( $S_0$ ), harga kontrak ( $K$ ), waktu hingga jatuh tempo ( $T$ ), suku bunga bebas risiko ( $r$ ), dan volatilitas *return* ( $\sigma$ ). Rumus harga opsi beli model Black-Scholes adalah:

$$\begin{aligned} C_{BS} &= e^{-rT} E[\max(S_T - K, 0)] \\ &= e^{-rT} [S_0 e^{rT} N(d_1) - KN(d_2)] \\ &= S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2) \quad [1] \end{aligned}$$

dengan,

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}},$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

Adapun langkah analisis estimasi opsi beli dengan metode Black-Scholes dalam penelitian ini adalah:

1. Menghitung *log return* harga saham, yaitu  $R_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$ .
2. Uji asumsi normalitas *log return* saham.
3. Memilih 1 kontrak harga opsi beli dengan batas kadaluarsa 22 November 2024.
4. Menghitung opsi beli berdasarkan persamaan [1].

## 2.2 Gram Charlier Expansion

Gram-Charlier Expansion adalah metode yang digunakan untuk memperluas distribusi probabilitas normal dengan menambahkan koreksi yang mempertimbangkan skewness dan

kurtosis. Tujuan dari metode ini adalah untuk menggambarkan distribusi *return* yang lebih kompleks dan sering ditemukan dalam data keuangan, di mana asumsi distribusi normal sederhana mungkin tidak cukup akurat.

Metode Gram-Charlier (GC) didasarkan pada perluasan fungsi distribusi probabilitas normal melalui polinomial Hermite. Ekspansi ini memungkinkan distribusi untuk mempertimbangkan parameter tambahan yang mendeskripsikan deviasi dari normalitas, seperti skewness ( $\gamma$ ) dan kurtosis ( $\kappa$ ). Model GC untuk opsi beli (call option) didefinisikan dengan persamaan:

$$\begin{aligned} C &= S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2) + \mu_3 Q_3 \\ &\quad + (\mu_4 - 3)Q_4 \\ C &= C_{BS} + \mu_3 Q_3 + (\mu_4 - 3)Q_4 \quad [2] \end{aligned}$$

dengan

$$\begin{aligned} Q_3 &= \frac{1}{3!} S_0 \sigma \sqrt{T} [N(d_1)(2\sigma\sqrt{T} - d_1) \\ &\quad + \sigma^2 T N(d_1)], \\ Q_4 &= \frac{1}{4!} S_0 \sigma \sqrt{T} [N(d_1)(d_1^2 \\ &\quad - 3\sigma\sqrt{T}(d_1 \\ &\quad - \sigma\sqrt{T}) - 1) \\ &\quad + (\sigma\sqrt{T})^3 N(d_1)] \end{aligned}$$

Untuk mengimplementasikan metode ini dalam simulasi opsi, langkah-langkah berikut dilakukan:

1. Mengumpulkan data historis *return* saham yang dipilih dalam periode penelitian.
2. Menghitung rata-rata ( $\mu$ ), standar deviasi ( $\sigma$ ), skewness ( $\gamma$ ), dan kurtosis ( $\kappa$ ) dari data historis *return*.
3. Menggunakan parameter di atas untuk membangun distribusi

return yang diperluas dengan Gram-Charlier.

4. Menjalankan simulasi Monte Carlo untuk mengestimasi harga opsi dengan menggunakan distribusi return hasil ekspansi.

### 2.3 Antithetic Variate Simulation

Metode *Antithetic Variate Simulation* merupakan salah satu teknik pengurangan variansi dalam simulasi Monte Carlo. Simulasi Monte Carlo melibatkan pengujian berulang dengan bilangan acak untuk memprediksi hasil berdasarkan model matematis. Teknik ini meningkatkan efisiensi estimasi dengan memanfaatkan pasangan variabel acak yang berkorelasi negatif sehingga mengurangi variansi hasil simulasi tanpa meningkatkan jumlah iterasi.

Estimasi harga opsi beli menggunakan metode ini didasarkan pada model Black-Scholes-Merton (BSM). Pada metode ini, pasangan variabel acak ( $Z$  dan  $-Z$ ) digunakan untuk membentuk harga saham simulasi ( $S^+$  dan  $S^-$ ) yang digabungkan untuk menghasilkan estimasi yang lebih akurat. Formula untuk menghitung harga saham simulasi berdasarkan metode *Antithetic Variate Simulation* adalah sebagai berikut:

$$S^+ = S_{t_0} e^{\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma Z \sqrt{\Delta t}}$$

$$S^- = S_{t_0} e^{\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t - \sigma Z \sqrt{\Delta t}}$$

$$S_{gabungan} = \frac{S^+ + S^-}{2}$$

Salah satu keunggulan metode ini adalah pengurangan variansi

estimasi. Variansi gabungan dari  $S_{gabungan}$  adalah sebagai berikut:

$$Var S_{gabungan} = Var \left( \frac{S^+ + S^-}{2} \right)$$

$$Var S_{gabungan} = \frac{Var(S^+) + Var(S^-) + 2Cov(S^+, S^-)}{2}$$

Harga estimasi opsi beli tipe Eropa dihitung berdasarkan nilai ekspektasi *payoff* sebagai berikut:

$$C_1 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e^{-rT} \max(S_i^+ - K, 0)$$

$$C_2 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e^{-rT} \max(S_i^- - K, 0)$$

sehingga harga opsi beli metode *Antithetic Variate Simulation* adalah  $\bar{C} = \frac{C_1 + C_2}{2}$  [3]

Adapun langkah analisis estimasi opsi beli dengan metode *Antithetic Variate Simulation* dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengumpulkan data historis saham dan menghitung *log return* harga saham.
2. Uji asumsi normalitas *log return* saham.
3. Memilih 1 kontrak harga opsi beli dengan batas kadaluarsa 22 November 2024.
4. Menentukan parameter kontrak opsi: harga saham saat ini ( $S_0$ ), harga kontrak ( $K$ ), waktu hingga jatuh tempo ( $T$ ), suku bunga bebas risiko ( $r$ ), dan volatilitas *return* ( $\sigma$ ).
5. Generalisasi simulasi Monte Carlo.
6. Menghitung *payoff* opsi beli.
7. Menghitung estimasi opsi beli berdasarkan persamaan [3].

### 3. DESKRIPSI DATA

Data yang digunakan adalah data saham Internasional, yaitu Apple Inc. (AAPL), Amazon.com Inc. (AMZN), NVIDIA Corporation (NVDA), Tesla Inc. (TSLA), Microsoft Corporation (MSFT), Netflix Inc. (NFLX), AppLovin Corporation (APP), Johnson & Johnson (JNJ), dan MicroStrategy Incorporated (MSTR). Data historis yang digunakan mencakup harga penutupan harian saham. Data ini diperoleh dari Yahoo Finance sebagai salah satu sumber data pasar saham terpercaya yang menyediakan informasi lengkap mengenai harga saham dari waktu ke waktu. Periode data yang dianalisis mencakup rentang waktu dari 1 November 2023 hingga 31 Oktober 2024, yaitu sebanyak 252 data.

### 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 4.1 Analisis Deskriptif

Dalam penelitian ini, akan dihitung harga opsi beli dengan model Black-Scholes, Gram-Charlier, dan *Antithetic Variate Simulation*. Setelah didapatkan harga opsi dari ketiga model tersebut, dilanjutkan dengan membandingkannya dengan harga opsi di pasar. Data yang diambil adalah data harian harga saham selama 1 tahun (1 November 2023 – 31 Oktober 2024), diperoleh data sebagai berikut:



Gambar 1 Data Historis Saham

Gambar 1 menunjukkan pergerakan data historis untuk sembilan saham internasional, yaitu AAPL, AMZN, NVDA, TSLA, MSFT, NFLX, APP, JNJ, dan MSTR dari 1 November 2023 hingga 31 Oktober 2024. Secara umum, tren pergerakan saham pada grafik menunjukkan performa yang bervariasi sesuai dengan perkembangan harga masing-masing saham. Pergerakan saham NFLX (Netflix) mencatatkan kenaikan harga yang paling signifikan sepanjang periode penelitian. Saham ini menunjukkan tren pertumbuhan yang kuat dan konsisten, terutama setelah kuartal pertama tahun 2024. Kenaikan ini melampaui performa saham-saham teknologi lain seperti NVDA (NVIDIA) dan TSLA (Tesla) yang juga mencatat pertumbuhan kuat, tetapi dengan pola fluktuasi yang lebih besar. Selain itu, MSFT (Microsoft) juga mengalami kenaikan, tetapi dengan volatilitas yang lebih rendah dibandingkan NFLX.

Sebaliknya, saham seperti JNJ (Johnson & Johnson) dan APP (AppLovin) menunjukkan pergerakan yang stabil dengan tren mendatar, mencerminkan karakteristiknya sebagai aset defensif. Saham seperti AMZN (Amazon) memiliki pergerakan harga yang lebih moderat atau stagnan yang menandakan potensi pertumbuhan yang terbatas atau kurangnya katalis positif yang signifikan selama tahun tersebut.

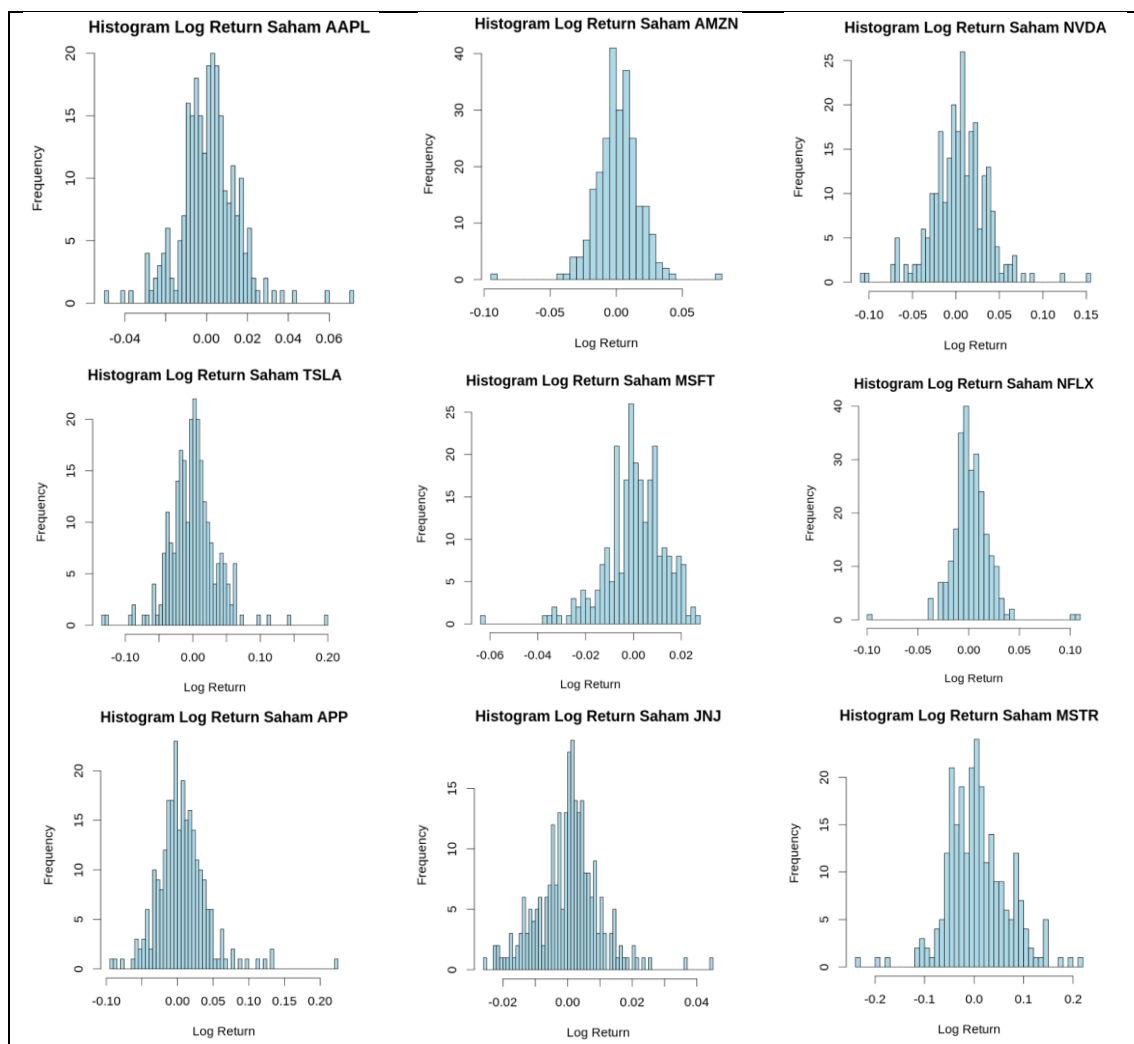
Dari data harga saham tersebut, kemudian dihitung nilai *log-return*-nya, dan diperoleh data dan histogram *log-return* sebagai berikut:

Tabel 1 Statistik Distribusi Saham

Saham	Mean ( $\bar{r}$ )	Volatility ( $\sigma$ )	Skewness	Kurtosis
AAPL	0,001037	0,014157	0,381344	3,446454
AMZN	0,001222	0,016380	-	4,975581
			0,379203	

NVDA	0,004536	0,032261	0,139279	2,502106
TSLA	0,000772	0,036212	0,584098	4,980172
MSFT	0,000637	0,012389	-	2,495992
			0,908542	
NFLX	0,002331	0,018346	0,686577	9,133453
APP	0,006069	0,035860	1,319169	6,163252
JNJ	0,000287	0,009553	0,399902	2,247553
MSTR	0,006928	0,061735	0,127483	1,486248

Selanjutnya, dapat dilihat juga persebaran data *return* saham menggunakan histogram sebagai berikut:



Gambar 2 Distribusi Normalitas Saham

Berdasarkan Gambar 2, sebagian besar *return* saham menunjukkan pola distribusi yang mendekati normal, dengan puncak distribusi berada di sekitar nol dan bentuk

simetris. Hal ini terlihat pada saham seperti AAPL, MSFT, dan JNJ, terlihat bahwa frekuensi *return* yang ekstrem relatif rendah dibandingkan dengan nilai di sekitar

rata-rata. Namun, terdapat beberapa saham, seperti AMZN dan TSLA, yang menunjukkan ekor lebih panjang (*fat tails*), menandakan adanya kemungkinan *return* yang ekstrem lebih sering terjadi. Selain itu, volatilitas *return* yang lebih besar terlihat pada saham tertentu, seperti TSLA dan MSTR, dengan persebaran data yang lebih lebar dan histogram yang lebih "rata". Hal ini menunjukkan potensi fluktuasi harga yang lebih tinggi dibandingkan saham dengan volatilitas rendah.

## 4.2 Uji Normalitas

Pada model Black-Scholes, diperlukan asumsi normalitas pada *log return* harga saham. Dilakukan uji normalitas menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov, dengan tingkat signifikansi  $\alpha = 0,05$ , diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 2 Normalitas Saham

Saham	P-Value	Kesimpulan
AAPL	0,0992	<i>Log-return</i> berdistribusi normal.
AMZN	0,6086	<i>Log-return</i> berdistribusi normal.
NVDA	0,5293	<i>Log-return</i> berdistribusi normal.
TSLA	0,0956	<i>Log-return</i> berdistribusi normal.
MSFT	0,0993	<i>Log-return</i> berdistribusi normal.
NFLX	0,0943	<i>Log-return</i> berdistribusi normal.

APP	0,1052	<i>Log-return</i> berdistribusi normal.
JNJ	0,2530	<i>Log-return</i> berdistribusi normal.
MSTR	0,0832	<i>Log-return</i> berdistribusi normal.

Berdasarkan Tabel 2, dapat disimpulkan bahwa kesembilan saham memiliki *log-return* yang berdistribusi normal sehingga asumsi normalitas untuk metode Black-Scholes terpenuhi.

## 4.3 Estimasi Opsi Beli

Dalam estimasi harga opsi beli, dipilih 1 kontrak harga opsi dengan batas kadaluwarsa pada tanggal 22 November 2024, untuk masing-masing saham, diperoleh data harga opsi beli sebagai berikut:

Tabel 3 Data Saham

Saham	Harga	S0	K
AAPL	128,35	225,91	100,00
AMZN	100,45	186,40	100,00
NVDA	92,16	132,76	50,00
TSLA	267,30	249,85	75,00
MSFT	177,10	406,35	240,00
NFLX	513,26	756,03	250,00
APP	203,00	169,39	70,00
JNJ	14,11	159,86	139,00
MSTR	272,55	244,50	30,00

Data tersebut kemudian digunakan untuk estimasi harga opsi beli dengan metode Black-Scholes, Gram-Charlier, dan *Antithetic Variate Simulation*.

Penulis juga menghitung *mean absolute percentage error* (MAPE) untuk membandingkan kinerja estimasi harga opsi berdasarkan ketiga model yang dibahas. Hasil estimasi harga opsi dan MAPE untuk setiap metode adalah sebagai berikut:

Tabel 4 Estimasi Harga Opsi

Saham	Black Scholes	Gram-Charlier	Antithetic Variate Simulation
AAPL	125,92	128,13	125,9162
AMZN	86,41	92,22	86,40737
NVDA	82,77	81,39	82,77367
TSLA	174,85	185,26	174,8535
MSFT	166,36	165,49	166,3592
NFLX	506,07	691,03	506,0651
APP	99,42	104,61	99,4156
JNJ	20,86	20,62	20,86241
MSTR	214,51	197,66	214,5125

Tabel 5 MAPE

Saham	Black Scholes	Gram-Charlier	Antithetic Variate Simulation
AAPL	1,90%	0,17%	1,89%
AMZN	13,98%	8,19%	13,98%
NVDA	10,18%	11,69%	10,18%
TSLA	34,59%	30,69%	34,59%
MSFT	6,06%	6,56%	6,06%
NFLX	1,40%	34,63%	1,40%
APP	51,03%	48,47%	51,03%
JNJ	47,83%	46,12%	47,86%
MSTR	21,29%	27,48%	21,29%
<b>Rata-Rata</b>	<b>20,92%</b>	<b>23,78%</b>	<b>20,92%</b>

Dari Tabel 4, diperoleh bahwa estimasi harga opsi untuk masing-masing saham di ketiga metode tersebut menghasilkan nilai

estimasi yang berbeda. Pada beberapa saham, estimasi Black-Scholes lebih mendekati harga pasar opsi dibanding metode yang lain, begitu juga untuk metode Gram-Charlier dan Antithetic Variate Simulation. Hal ini terjadi karena adanya perbedaan karakteristik untuk masing-masing saham. Metode tertentu dapat memberikan estimasi yang lebih baik karena sesuai dengan karakteristik saham.

Berdasarkan Tabel 5, estimasi harga opsi saham AAPL dengan Gram-Charlier memiliki nilai MAPE yang lebih kecil dibanding yang lain, yaitu sebesar 0,17%. Jika dilihat pada gambar 2, distribusi *return* saham AAPL memiliki nilai *extreme* meskipun masih mengikuti distribusi normal. Oleh karena itu, metode Gram-Charlier memberikan estimasi yang lebih baik karena mempertimbangkan momen yang lebih tinggi (*skewness* dan *kurtosis*), dibanding metode yang lain, sehingga mampu menangkap lebih banyak karakteristik data.

Dalam estimasi harga opsi saham AMZN, metode Gram-Charlier memiliki nilai MAPE yang lebih kecil dibanding metode lain, yaitu sebesar 8,19%. Jika dilihat dari distribusinya, *return* memiliki *kurtosis* yang lebih tinggi (4,975581), dibanding distribusi normal (3), yang menunjukkan adanya *fat-tails*, meskipun data cenderung normal. Hal ini menyebabkan metode Gram-Charlier memberikan estimasi yang lebih baik karena dirancang untuk menangkap deviasi seperti ini



melalui koreksi tambahan, yang tidak dapat dilakukan oleh Black-Scholes dan Antithetic Variate Simulation.

Pada saham NVDA, diperoleh bahwa estimasi harga opsi untuk metode Black-Scholes dan Antithetic Variate Simulation memiliki nilai MAPE yang lebih kecil dibanding Gram-Charlier, yaitu sebesar 10,18%. Hal ini disebabkan oleh karakteristik return saham NVDA yang mengikuti distribusi normal, ditandai dengan *skewness* mendekati nol dan kurtosis mendekati tiga, sehingga sesuai dengan asumsi distribusi normal pada Black-Scholes dan Antithetic Variate Simulation. Metode Gram-Charlier cenderung menghasilkan MAPE yang lebih besar karena pendekatan ini menangkap *skewness* dan kurtosis sehingga ketika data sudah mendekati distribusi normal. Koreksi ini justru dapat menangkap *noise* yang tidak perlu sehingga dapat mengurangi akurasi estimasi.

Pada saham TSLA, diperoleh bahwa estimasi harga opsi dengan metode Gram-Charlier memiliki nilai MAPE yang lebih kecil dibanding metode lain, yaitu sebesar 30,69% walaupun nilai ini menunjukkan bahwa hasil estimasi harga opsi saham TSLA masih memiliki deviasi yang cukup signifikan dari harga aktualnya. Jika dilihat dari distribusinya, *return* memiliki kurtosis yang lebih tinggi (4,980172), dibanding distribusi normal (3), yang menunjukkan adanya *fat-tails*, meskipun data cenderung normal. Hal ini

menyebabkan metode Gram-Charlier memberikan estimasi yang lebih baik karena dirancang untuk menangkap deviasi seperti ini melalui koreksi tambahan, yang tidak dapat dilakukan oleh Black-Scholes dan Antithetic Variate Simulation. Namun, nilai MAPE sebesar 30,69% menunjukkan bahwa akurasi estimasi harga opsi masih dapat ditingkatkan dengan pendekatan yang lebih sesuai atau dengan penyempurnaan parameter dalam metode tersebut.

Pada saham MSFT, diperoleh bahwa estimasi harga opsi dengan metode Black-Scholes dan Antithetic Variate Simulation memiliki nilai MAPE yang lebih kecil dibanding Gram-Charlier, yaitu sebesar 6,06%. Hal ini disebabkan oleh karakteristik return saham MSFT yang mengikuti distribusi normal, ditandai dengan *skewness* mendekati nol dan kurtosis mendekati tiga, sehingga sesuai dengan asumsi distribusi normal pada Black-Scholes dan Antithetic Variate Simulation. Metode Gram-Charlier cenderung menghasilkan MAPE yang lebih besar karena pendekatan ini menangkap *skewness* dan kurtosis sehingga ketika data sudah mendekati distribusi normal. Koreksi ini justru dapat menangkap *noise* yang tidak perlu sehingga dapat mengurangi akurasi estimasi.

Pada saham NFLX, diperoleh bahwa estimasi harga opsi dengan metode Black-Scholes dan Antithetic Variate Simulation memiliki nilai MAPE yang lebih kecil dibanding Gram-Charlier,

yaitu sebesar 1,40%. Hal ini disebabkan oleh karakteristik return saham NFLX menunjukkan *skewness* positif mendekati nol, tetapi dengan nilai kurtosis yang tinggi (9,133453) dianggap mendekati distribusi normal. Hal ini sesuai dengan asumsi distribusi normal pada Black-Scholes dan Antithetic Variate Simulation. Metode Gram-Charlier cenderung menghasilkan MAPE yang lebih besar karena pendekatan ini menangkap *skewness* dan kurtosis sehingga ketika data sudah mendekati distribusi normal. Koreksi ini justru dapat menangkap *noise* yang tidak perlu sehingga dapat mengurangi akurasi estimasi.

Untuk saham APP, estimasi harga opsi dengan metode Black-Scholes dan Antithetic Variate Simulation memiliki nilai MAPE yang sama, yaitu sebesar 51,03%, sedangkan metode Gram-Charlier menunjukkan MAPE yang sedikit lebih rendah, yaitu 48,47%. *Skewness* saham APP sebesar 1,319169 menunjukkan adanya distribusi return yang condong ke kanan, sedangkan kurtosis sebesar 6,163252 menunjukkan distribusi dengan puncak yang lebih tinggi dan ekor yang lebih tebal daripada distribusi normal. Hal ini membuat metode Gram-Charlier, yang dapat menangkap *skewness* dan kurtosis, lebih akurat dibandingkan metode lain meskipun tidak secara signifikan. Pendekatan Black-Scholes dan Antithetic Variate Simulation, yang mengasumsikan distribusi normal, kurang cocok untuk data dengan *skewness* dan

kurtosis tinggi seperti saham APP, sehingga menghasilkan MAPE yang lebih besar.

Untuk saham JNJ, nilai MAPE dari metode Black-Scholes sebesar 47,83% sedikit lebih tinggi dibandingkan dengan metode Gram-Charlier sebesar 46,12% dan Antithetic Variate Simulation sebesar 47,86%. *Skewness* saham JNJ sebesar 0,399902 menunjukkan sedikit distribusi condong ke kanan, sedangkan kurtosis sebesar 2,247553 mendekati nilai kurtosis normal (3). Hal ini berarti distribusi return saham JNJ relatif simetris dan tidak memiliki ekor yang tebal. Dalam kondisi ini, metode Gram-Charlier lebih unggul karena dapat menangkap koreksi minor terhadap *skewness*, namun perbedaan performanya tidak signifikan dibandingkan metode Black-Scholes dan Antithetic Variate Simulation. Secara keseluruhan, semua metode menunjukkan tantangan dalam memprediksi harga opsi saham JNJ, meskipun distribusi return yang mendekati normal membuat ketiga metode memiliki performa yang serupa.

Untuk saham MSTR, nilai MAPE untuk Black-Scholes dan Antithetic Variate Simulation sama-sama sebesar 21,29%, yang lebih rendah dibandingkan dengan metode Gram-Charlier yang memiliki MAPE sebesar 27,48%. Hal ini dikarenakan distribusi return saham MSTR mendekati distribusi normal, sehingga pendekatan yang mengasumsikan distribusi ini seperti Black-Scholes dan Antithetic Variate Simulation lebih

cocok. Metode Gram-Charlier yang memperhitungkan skewness dan kurtosis, menghasilkan MAPE yang lebih tinggi. Kemungkinan karena karakteristik return saham MSTR yang tidak memerlukan koreksi distribusi dan justru koreksi ini dapat memperkenalkan noise yang mengurangi akurasi estimasi.

Jika dilihat dari Tabel 5, secara keseluruhan terlihat bahwa rata-rata MAPE untuk metode Black-Scholes dan Antithetic Variate Simulation lebih kecil dibanding metode Gram-Charlier. Hal ini menunjukkan bahwa metode Black-Scholes dan Antithetic Variate Simulation memiliki kinerja yang lebih baik dalam estimasi harga opsi untuk saham-saham yang digunakan dalam penelitian ini. Hal ini mungkin disebabkan oleh data *return* saham cenderung mengikuti distribusi normal yang sederhana sehingga metode Black-Scholes dan Antithetic Variate Simulation, yang membutuhkan asumsi normalitas, memiliki performa yang lebih baik dibanding Gram-Charlier.

## 5. KESIMPULAN

Dari analisis yang telah dilakukan sebelumnya, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Metode Black-Scholes memberikan estimasi yang lebih baik untuk saham NVDA, MSFT, NFLX, dan MSTR.
2. Metode Gram-Charlier memberikan estimasi yang lebih baik untuk saham AAPL, AMZN, TSLA, APP, dan JNJ.
3. Metode Antithetic Variate Simulation memberikan estimasi

yang lebih baik untuk saham NVDA, MSFT, NFLX, dan MSTR.

4. Secara keseluruhan, metode Black-Scholes dan Antithetic Variate Simulation memberikan estimasi yang lebih baik dibanding metode Gram-Charlier untuk kasus saham-saham yang digunakan dalam penelitian ini.

## DAFTAR PUSTAKA

- Amanah, F. (2021). Perbandingan Harga Call Option Tipe Eropa Menggunakan Model Black-Scholes dan Ekspansi Gram-Charlie. *Prosiding Nasional Matematika*, Vol. 4. <https://doi.org/10.21831/pspm.v4i2.175>
- Agustina, D., Zulfa, F. S. (2021). Estimasi Harga Opsi Beli Tipe Eropa Menggunakan Ekspansi Gram-Charlier pada Saham Luar Negeri. *MAP Journal*, 134 – 141. Diakses dari: [ejournal.uinib.ac.id/jurnal/indek.php/Map](http://ejournal.uinib.ac.id/jurnal/indek.php/Map)
- Hilmi, M. R., Nurtiyasari, D., Syahputra, A. (2022). Pemanfaatan Skewness dan Kurtosis dalam Menentukan Harga Opsi Beli Asia. *Journal of Innovation and Technology in Mathematics and Mathematics Education*, Vol. 2, No. 1, 7 – 15. <https://doi.org/10.14421/quadratic.2022.021-02>
- Hull, J. C. (2017). *Options, Futures, and other Derivatives, eBook, Global Edition*. Pearson Higher Ed.
- Jäckel, P. (2002). *Monte Carlo methods in finance*. <https://sisis.rz.htw-berlin.de/inh2011/12397545.pdf>
- ZUBEDI, F., OROH, F. A., & ALIU, M. A. (2020). PENENTUAN HARGA

CALL OPSI EROPA  
MENGUNAKAN MODEL  
BLACK-SCHOLES,

ANTITHETIC VARIATE DAN  
BINOMIAL. *Jurnal Riset dan  
Aplikasi Matematika* , 74-81