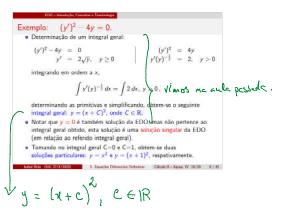
Sumário: Continuação do assunto da aula anterior. Problema de condições iniciais (PVI) e problema de condições de fronteira (PVF). Exemplos. Equações de variáveis separáveis/separadas (como identificá-las) e integral geral.

Resolução de EDO de variáveis separáveis. Exemplos e exercícios. Tarefas 5 (Noções básicas sobre EDO) e 6(EDO de variáveis separáveis) Equações diferenciais ordinárias lineares (EDOL) de ordem 1: resolução por fator integrante.





se y=0, y'=0 logo $(0)^2-4.0=0$ vudade Portento y=0 é solusão de EDO, mão fez purte das fe milia de soluções: y=(x+c)2, C EIR. conclusão, y=0 é solução singular (relativante co'est quel)

Exercícios/exemplos:

1. Verifique se as seguintes funções são solução (em \mathbb{R}) das equações diferenciais dadas: $Z'' = \left(e \otimes \chi \right)^{1} = - \chi$ z'' + z = 0;Z'= (- \(\sin x \) = - Cosx eomo 2"+2= -cosx+cosx, tx=18 =0, z e solução de EDO.

> $2.\,$ Indique uma equação diferencial para a qual a família de curvas indicada constitui ım integral geral

(a) $y=Cx, \quad C\in\mathbb{R}$ (retas do plano não verticais que passam pela origem); (b) y = Ax + B, $A, B \in \mathbb{R}$ (retas do plano não verticais);

(a)
$$y = Cx$$
, $c \in \mathbb{R}$
 $Amc constento \rightarrow ordern 1$
 $y' = (Cx)' = C$. Loso, $y' = y'x$ EDO de ordern 1

(b) $y = Ax + B$ a ordern de EDO de V ser A .

 $y' = A$

14 = 0 | EDO de adem 2 com integral gual dado.

J=0 | EDO de ndem 2 com integral gual dado.

- - (b) Mostre que a função definida por $\varphi(x)=2x-\sin x$ é uma solução particular da EDO da alínea anterior, que satisfaz as condições $\varphi(0)=0$ e $\varphi'(0)=1$.

(b) f(x) = 2x - 2mx = -2mx + 2x + 0loso f(x) for parte de solução qual. Keis,

$$Y(0) = 2.0 - 2m(0) = 0$$

$$Y(x) = (2 - cos x)$$

$$Y(0) = 2 - cos(0) = 1$$

ou fanc que l'seja solução é daforma.

P(x) = - en x + Ax + B, zera Lyum A, BER

In some shall

$$19(0) = 0$$

 $19(0) = 1$ (=) $1 + A \cdot 0 + B = 0$
 $19(0) = 1$ (=) $1 + A = 2$

e.A. $\gamma'(x) = -\cos(x) + A \int |\cos y(x)| = -\sin x + 2x$

à soluçõe e schisfet as

Problema de valores iniciais

$$\left\{ \begin{array}{l} F\left(x,y,y',y'',\ldots,y^{(n)}\right)=0 \\ y(x_0)=y_0, \ \ y'(x_0)=y_1, \ \ \ldots \ , \ \ y^{(n-1)}(x_0)=y_{n-1}. \end{array} \right.$$

$$|y'' - 2mx = 0$$

 $|y'(0) = 0$ P.V. I
 $|y'(0) = 1$ or P.C. I

 $\begin{cases} y'' + x = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y(0) = -\frac{0}{6} + 1 = 1 \\ y'(0) = -\frac{3}{6} \times 2 \end{cases}$

$$y = -\frac{x^{3}}{6} + 1$$

$$y'(x) = -\frac{3}{6}x^{2}$$

$$y'(x) = -\frac{3}{6}x^{2}$$

 $y'(x) = -\frac{1}{2}x^{2}$
 $y''(x) = -x$ logo $y''(x) + x = 0$ $\sqrt{100}$
 $y''(x) = -x$ logo $y''(x) + x = 0$ $\sqrt{100}$
 $y''(x) = -x$ logo $y''(x) + x = 0$ $\sqrt{100}$

Existência e Unicidade de Solução para um PVI

- Nem todo o PVI admite solução;
- Caso exista solução para o PVI, esta pode não ser única;
- É potsivel provar que um PVI de primeira ordem na forma normal, i.e., do tipo

$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

admitr uma o uma só solução (drânida num intervalo contrado em so), desde que a função / astribaça determinadas condições (Teorema de Caschy-Picard). Não estudamos aqui este resultado, mas trataremos um caso particular a propósito das EDO lineares (mais à fresu.s).

Problema de valores na fronteira

O problema de fronteira

$$\begin{cases} y'' + x = 0 \\ y(0) + y'(1) = -\frac{1}{5} \\ y(1) + y'(0) = 0 \end{cases}$$

y' = - x2 +C $y = -\frac{x^3}{C} + Cx + D$, $C, D \in \mathbb{R}$ $|y(0) + y'(1) = -\frac{1}{3}$ (=) |0| = ?

Equações de variáveis separáveis

$$y' = \frac{\rho(x)}{q(y)}$$
, $\{\cos q(y) \neq 0\}$

Escrever a equação na forma:

$$p'q(y) = p(x)$$
 (

Integrar ambos os membros de (1), para obter um integral geral da equação na seguinte forma implicita:

$$Q(r)=P(x)+C,C\in\mathbb{R},$$

Justificação do método

$$y' q(y) = p(x)$$

$$\int y' q(y) dx = \int p(x) dx$$

Exemplo 1: $y' = \frac{1}{y}e^x, y \neq 0$

$$yy' - e^x$$

$$\int y \, dy = \int c^{\alpha} \, dx$$

$$v^2 = 2e^x + C$$
, $C \in$

é um integral geral da EDO.

$$y dy = e^{\chi} dx$$

$$\int y dy = \int e^{\chi} dx$$

$$\frac{y^2}{2} = e^{\chi} + C, C \in \mathbb{R}$$

Jydy = Jendx $\frac{J^2}{2} = \ell^{\chi} + C$, CEIR I we gred year [y2=2ex+2C, CGR



$$y' + xy = 0$$
 (=) $y' = -xy$
(=) $y' = \frac{-xy}{-x}$
(=) $\frac{dy}{dx}$ = $\frac{1}{3}$ dy = $-x$ dx

$$\int \frac{1}{y} \, dy = \int (-n) \, dx$$

$$|m|y| = -\frac{\kappa^2}{2} + C, C \in \mathbb{R}$$

$$|y| = e^{-\kappa^2/2} + C$$

$$|y| = e^{-\kappa^2/2}, \kappa \in \mathbb{R}^+$$

$$|y| = \kappa e^{-\kappa^2/2}, \kappa \in \mathbb{R}^+$$

y=0 é solução de EDO, pois e+x.0=0. Logo, podemos juntery=0 a (4). Integral qual: y=Aex2/2, AE/R

integrando,
$$xy'-y=0 \iff y'=\frac{y}{2} \qquad x \neq 0$$

$$(=) y'=\frac{1/n}{1} \qquad y \neq 0, x \neq 0$$

$$(=) y' \frac{1}{2} = \frac{1}{n}$$

$$(=) y' \frac{1}{2} dx = \int \frac{1}{n} dx \qquad completed.$$

$$(b) xy'-y=0;$$

$$x \neq 0$$

$$y \neq 0, x \neq 0$$

$$(=) x$$

$$x \frac{dy}{dx} - y = 0$$

$$xdy - ydx = 0$$

$$\frac{1}{y}dy - \frac{1}{x}dx = 0$$

$$\frac{1}{y}dy = \frac{1}{x}dx$$

$$\int \frac{1}{y}dy = \int \frac{1}{x}dx$$

$$\lim_{x \to \infty} |x| + C \cdot C \in \mathbb{R}$$

$$\lim_{x \to \infty} |x| + C \cdot C \in \mathbb{R}$$

$$\lim_{x \to \infty} |x| + C \cdot C \in \mathbb{R}$$

$$\lim_{x \to \infty} |x| + C \cdot C \in \mathbb{R}$$

$$\lim_{x \to \infty} |x| + C \cdot C \in \mathbb{R}$$

$$\lim_{x \to \infty} |x| = e \cdot \ln |x|$$

$$\lim_{x \to \infty} |x| = e \cdot \ln |x|$$

$$\lim_{x \to \infty} |x| = e \cdot \ln |x|$$

 $y = A \times A \times A \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ como y = 0 i tembém solução, un indexel ghal
de EDO: y=Ax, AEIR

(a)
$$y = \sin x - 1 + e^{-\sin x}$$

$$\frac{dy}{dx} + y \cos x = \frac{1}{2} \sin(2x)$$

3. Considere a família de curvas sinusoidais definidas por

$$y = A \operatorname{sen}(x + B)$$
 com $A, B \in \mathbb{R}$.

5. Determine a solução geral das seguintes EDOs

(c)
$$y' - \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 + 1} = 0$$
.

- 6. Determine um integral geral para cada uma das seguintes EDOs de variáveis se
- (a) x + yy' = 0;
- (d) $(x^2 1)y' + 2xy^2 = 0$.
- 7. Resolva os seguintes problemas de Cauchy

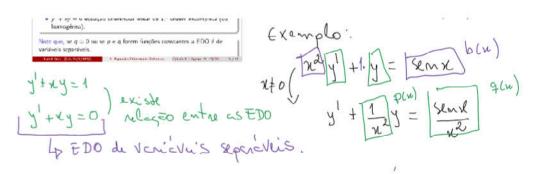
(a)
$$xy' + y = y^2$$
, $y(1) = 1/2$;

$$a(n)y + a(n)y = b(x)$$

$$y' + \frac{a_1(n)}{a_0(n)}y = \frac{b(n)}{a_0(n)}$$

$$example:$$

$$tradial 1111 - ten x b(n)$$





Justificação do metodo:

$$y' + p(x)y' = q(x)$$

 $p(x) + em P(x) como primitiva.$
 $eonridue - se $p(x) = e^{p(x)}$
 $ey' + p(x) e y' = e^{p(x)}$$

Exemplo: y + x y = 0

Fator integrand: $\mu(x) = \ell^2$.

Hulliplicando combos os menbros de EDO por $\mu(x)$: $\ell^{\frac{\chi^2}{2}}y^1 + \chi \ell^{\frac{\chi^2}{2}}y = 0. \ell^{\frac{\chi^2}{2}}$ integrando $\ell^{\frac{\chi^2}{2}}y^2 = A, \quad A \in \mathbb{R}$ $\ell^{\frac{\chi^2}{2}}y = A \ell^{\frac{\chi^2}{2}}$ $\ell^{\frac{\chi^2}{2}}y = A \ell^{\frac{\chi^2}{2}}$ $\ell^{\frac{\chi^2}{2}}y = A \ell^{\frac{\chi^2}{2}}$ $\ell^{\frac{\chi^2}{2}}y = A \ell^{\frac{\chi^2}{2}}$