5 de maio de 2020 12:12

Sumário:

Ponto da situação relativo à tarefa 4 e observação sobre um dos exercícios da tarefa 3. Exercício 14 da ficha (método dos multiplicadores de Lagrange) Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs). Exemplos de aplicação envolvendo problemas onde aparecem tais equações. Conceitos básicos e terminologia sobre EDOs. Exemplos Introdutórios

Tarefa 4:

- 17. Determine o ponto do plano x + 2y + z = 4 que se encontra mais próximo do ponto da origem, usando o método dos multiplicadores de Lagrange. Qual é essa distância?
- 18. Determine os pontos da superfície esférica de equação $x^2+y^2+z^2=4$ que estão mais próximo e mais distante do ponto (3, 1, -1).
- 20. Seja fa função definida em $\mathcal{D}=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:x^2+(y-2)^2\leq 4\}$ por $f(x,y)=x^2+(y-1)^2.$
 - (a) Represente geometricamente o domínio \mathcal{D} e o gráfico de f.
 - (b) Determine os pontos críticos da função f no interior do seu domínio.
 - (c) Determine os extremos globais da função f em D.

Exwicio 13(6)

05 tostes de Hassiana são inconclusivos. (0,0) ponto cubico de $f(x,y) = (x-y^3)^2 - x^3$. objectivo: Provingu (0,0) não é extremente.

\$(0,0) = 02-03=0

Em guleger vizinhense de (0,0), on reja ~ epelyer sole 3(0,0), existen pontos de forma (33,y): f(y3,y) = (33-33/2- 33

loso (0,0) não é extremente local de f.

14. Determine os extremos absolutos da função f definida por $f(x,y)=2x^2-2y^2$ no círculo $\mathcal{D}=$

f(x,y) =2x2-2y2 é continue em D, re é compacto, loso, existem extremes desolutos de f em D, Pelo Teoreme de Weirestrass.

1º peule: Localitan os pontos aúlicos no int (D):

Tf(x,y)=(0,0)(=)(4x,-4y)=(0,6)(=)(x=0)

Ponto cúlico: P_= (0,0)

20 - 1 - Dalin - - marchald tos a extrementes

Ponto cúlico: P_=(0,0)

2º perte: Determiner os condidatos a extrementes em fr(D) = f(x,y) EIRº: x² + y² = 1 }=6 Us condo o método dos multiplicadores de

Legiong.

 $f(x,y) = 2x^2 - 2y^2$ $f(x,y) = 2x^2 - 2y^2$

Vf(x,y)=(4x,-4y)

7g(x M)=(2x, 2y) + (0,0), (x,y) = fr(0)=6

 $\begin{cases} \forall f(n,y) = \lambda \forall g(x,y) \\ g(x,y) = 0 \end{cases} (2x,2y) = \lambda(2x,2y)$

 $\begin{array}{c|c} (2-1) & (2-1$

 $\begin{array}{c|c}
\lambda = 0 \\
2+\lambda = 0
\end{array}$ $\begin{array}{c|c}
\lambda = 2 \\
2+\lambda = 0
\end{array}$ $\begin{array}{c|c}
\lambda = 2 \\
2+\lambda = 0
\end{array}$ $\begin{array}{c|c}
\lambda = 2 \\
2 = 1
\end{array}$

Pontos candidatos a extremente em filD):

 $P_2 = (0,1)$ $P_3 = (0,-1)$ $P_4 = (1,0)$ $P_5 = (-1,0)$

uma tabala de amilise dos valores de 1:

Resposta.

-2 i minimo fotel em D,

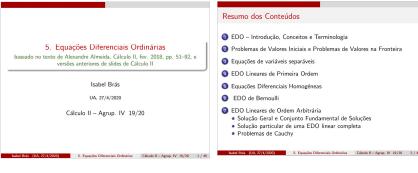
extrementes conespondentes:

P. e P3.

2 i máximo fose em D,

meximizentes:

P4 e P5.



T(t)



Equações Diferenciais, o que são?

Equações que envolvem uma função e as suas derivadas e/ou a variável

Estas equações aparecem frequentemente quando se pretende modelar matematicamente fenómenos reais, em especial, naqueles de evolução

temporal. Exemplos:

Taxa de variação de temperatura de um objeto:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_m),$$

 $T(t)
ightarrow {
m temperatura\ do\ objeto},$

 $T_m o$ temperatura do meio ambiente, k o constante positiva

Usuande existe una conductión.

 $\frac{dT(t) = -K(T(t) - T_m)}{dt}$

T(+)=?

Exemplos (cont.):

2. Movimento harmónico de uma mola:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -k$$
 descending.

massa do objeto colocado na extremidade da mola vertical: $\mathbf{x}(t)
ightarrow \mathrm{deslocamento}$ a partir da posição (inicial) de equilíbrio da mola;

 $k > 0 \rightarrow \text{constante de mola}; Ver figura$

Lei de Kirchhoff aplicada a uma malha constituída por uma bobine em série com uma resistência:

$$L\frac{dI}{dt} + RI = E(\iota),$$

onde L e R são constantes (indutância e resistência, respetivamente), I(t) a intensidade de corrente e E(t) a tensão da fonte de energia.

 $m\frac{d^2x}{dt^2} = -k$ as local to a scilador harmónico oscilador harmónico tir da posição finite $\frac{d^2x}{dt^2} = -k$ as local to a scilador harmónico oscilador harmónico tir da posição finite $\frac{d^2x}{dt^2} = -k$

I(t) "a" gungeo a betuiner

Equação diferencial ordinária

Chama-se equação diferencial ordinária (EDO) de ordem n ($n \in \mathbb{N}$), a uma equação do tipo

$$F(x, \underline{y}, \underline{y}', \underline{y}'', \dots, \underline{y}^{(n)}) = 0$$
 (EDO) $\underline{y} = \underline{y}(x)$ onde $\underline{y} \in f$ função (real) de \underline{x} .

Terminologia associada:

y é designada por variável dependente;

Uma EDO diz-se estar na forma normal quando se apresenta na forma

$$y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)})$$

Exemplo: + x +1 = 0 (x)

EDO de ordem!.
Venievil independente: X=y(x)

y'=-X-1 DIndex ando

Integral and y"=- x2 - x+c, c & IR

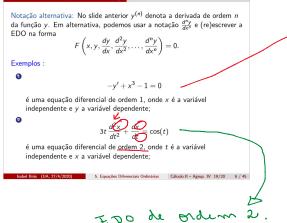
de eyes = 0

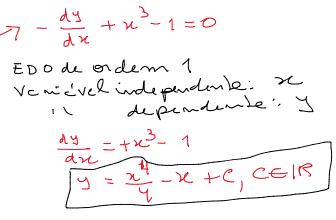
Por exemplo:

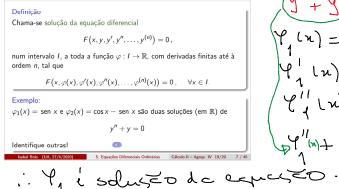
y(n) = - n2 - n

y(n) = - 2 - n

il u = solu(=0 de(=))







Solução de uma EDO

y = y(x) y = y(x)y =

Υ₂(η) = cos η-νη η () () = -cos χ + νη χ Ψ'₂(η) = -χη η - cos χ ; () (ν) = -cos χ + νη χ = 0, Ε' (η) + γ(η) = -cos (η) + νη χ + cos η-γη χ = 0, Ασχίπη () ε + com νίη σολις=ο & Ενο. Ουτης σολιστο: y = cos χ νοίριστο.

As soluções são forma (vemos vu à pente, mes pode verifica que todas são soluções):

y=c1/200x+c2cos x, c1, c2 E IR

va a est a familia de função chamanos
a solução gual da experção, ver o
soide segunte.

EDO – Introdução, Conceitos e Terminologia

Mais terminologia associada a uma EDO de ordem n

Integral Geral: Família de soluções que se obtêm por técnicas de integração adequadas, que é definida, em geral, usando n constantes arbitrárias; o processo de obtenção dessa família de soluções é usualmente designado por integração(ou resolução) da EDO.

Integral Particular (ou solução particular): Solução que faz parte do integral geral;

Solução Singular: Solução que não se obtém a partir do integral geral;

Solução Geral: Conjunto de todas as soluções.

Isabel Brás (UA, 27/4/2020)

guações Diferenciais Ordinárias Cálculo II – Agrup. IV 19/20 8