

Zadanie 1 - przykład.

Niech $n = 10$, chcemy zamienić podział $\{3,6,7\}, \{1,2\}, \{5,8,9\}, \{4,10\}$ na odpowiadającą mu funkcję RGF f . Zaczynamy z samymi zerami w tablicy reprezentującej funkcję: $f = [0,0,0,0,0,0,0,0,0,0]$ ($f[i] = 0$ oznacza, że ostateczna wartość $f[i]$ nie została jeszcze ustalona).

W tablicy f szukamy od lewej pierwszego zera: $f[1] = 0$, zatem naszym pierwszym zbiorem będzie ten, który zawiera jedynekę. Znajdujemy ten zbiór w podziale ($\{1,2\}$) i dla każdego z jego elementów ustawiamy $f[i] = 1$. Zatem $f = [1,1,0,0,0,0,0,0,0,0]$.

Kontynuujemy poszukiwanie zer: $f[2] \neq 0$, ale $f[3] = 0$. Kolejnym (drugim) zbiorem jest więc ten, który zawiera trójkę, czyli $\{3,6,7\}$. Ustawiamy wartości funkcji f dla jego elementów na 2. Mamy teraz $f = [1,1,2,0,0,2,2,0,0,0]$.

Kolejne zero w tablicy f znajduje się na pozycji 4. Numer trzeci otrzymuje więc podzbiór zawierający czwórkę ($\{4,10\}$). Wpisujemy odpowiednie wartości do tablicy: $f = [1,1,2,3,0,2,2,0,0,3]$.

Następne zero mamy na piątej pozycji w tablicy. Zatem kolejnym, czwartym zbiorem jest ten zawierający piątkę, czyli $\{5,8,9\}$. Wpisujemy wartości: $f = [1,1,2,3,4,2,2,4,4,3]$.

Więcej zer w tablicy f nie ma, funkcja RGF jest gotowa.

Zadanie 2 - przykład.

Ponownie $n = 10$, chcemy zamienić funkcję $f = [1,1,2,3,4,2,2,4,4,3]$ na podział zbioru. Największą wartością w f jest 4, więc będą 4 zbiory. Wystarczy przejść tablicę f i wstawiać każdy kolejny element $i \in \{1, \dots, n\}$ do zbioru $f[i]$. Dostajemy podział: $\{1,2\}, \{3,6,7\}, \{4,10\}, \{5,8,9\}$. Kolejność podzbiorów w podziale nie jest istotna, więc jest to ten sam podział, który był dany w poprzednim zadaniu.

Zadanie 3 - przykład.

Używamy dwóch tablic: w f tworzymy kolejne funkcje RGF, a F jest tablicą pomocniczą. Wartość $F[j]$ oznacza maksymalną dozwoloną wartość $f[j]$ dla bieżącej zawartości podtablicy $f[1..j-1]$. Pierwsza funkcja RGF to same jedynki, w tablicy F wpisujemy na początku same dwójki (zatem $F[1]$ nie jest tak naprawdę maksymalną dozwoloną wartością $f[1]$; jest to wartownik, dzięki któremu w algorytmie nie wyjdziemy przed tablicę).

W każdym kroku algorytmu szukamy od prawej elementu do zwiększenia, czyli takiej pozycji j , że $f[j] \neq F[j]$. Zwiększamy $f[j]$, a na prawo od tej pozycji wypełniamy tablicę f jedynkami. Jeśli mamy teraz $f[j] = F[j]$, to w tablicy F wszędzie na prawo od pozycji j wpisujemy wartość $F[j] + 1$. W przeciwnym razie, do tablicy F wszędzie na prawo od pozycji j wpisujemy $F[j]$.

Niech $n = 4$. Na początku $f = [1,1,1,1]$, $F = [2,2,2,2]$.

- Wypisujemy bieżącą funkcję: $[1,1,1,1]$.
Szukamy od prawej pozycji do zwiększenia: jest to 4. Teraz mamy $f = [1,1,1,2]$, $F = [2,2,2,2]$.
- Wypisujemy $[1,1,1,2]$.
Znajdujemy indeks elementu do zwiększenia: 3. Zwiększamy $f[3]$, ustawiamy jedynki po prawej. Dostajemy $f = [1,1,2,1]$. Mamy teraz $f[3] = F[3]$, więc na prawo od pozycji 3 wstawiamy do tablicy F wartości $f[3] + 1 = 3$. Zatem $F = [2,2,3,2]$.

- Wypisujemy $[1,1,2,1]$.
Indeksem elementu do zwiększenia jest teraz 4. Dostajemy $f = [1,1,2,2]$, $F = [2,2,2,3]$.
- Wypisujemy $[1,1,2,2]$.
Indeksem elementu do zwiększenia jest ponownie 4. Dostajemy $f = [1,1,2,3]$, $F = [2,2,2,3]$.
- Wypisujemy $[1,1,2,3]$.
Szukamy pozycji do zwiększenia, znajdujemy 2. Zwiększamy i ustawiamy jedynki po prawej: $f = [1,2,1,1]$. Ponieważ $f[2] = F[2]$, na prawo od pozycji 2 w tablicy F wstawiamy trójki: $F = [2,2,3,3]$.
- Wypisujemy $[1,2,1,1]$.
Pozycją do zwiększenia jest 4. Dostajemy $f = [1,2,1,2]$, $F = [2,2,3,3]$.
- Wypisujemy $[1,2,1,2]$.
Pozycją do zwiększenia jest 4. Dostajemy $f = [1,2,1,3]$, $F = [2,2,3,3]$.
- Wypisujemy $[1,2,1,3]$.
Pozycją do zwiększenia jest teraz 3. Pamiętamy o ustawieniu jedynek po prawej, dostajemy $f = [1,2,2,1]$. Mamy $f[3] \neq F[3]$, więc na prawo od pozycji 3 ustawiamy w tablicy F wartości $F[3] = 3$. Zatem $F = [2,2,3,3]$.
- Wypisujemy $[1,2,2,1]$.
Pozycją do zwiększenia jest 4. Dostajemy $f = [1,2,2,2]$, $F = [2,2,3,3]$.
- Wypisujemy $[1,2,2,2]$.
Pozycją do zwiększenia jest 4. Dostajemy $f = [1,2,2,3]$, $F = [2,2,3,3]$.
- Wypisujemy $[1,2,2,3]$.
Pozycją do zwiększenia jest 3. Pamiętając o ustawieniu jedynek po prawej, dostajemy $f = [1,2,3,1]$. Mamy $f[3] = F[3]$, więc na prawo od pozycji 3 ustawiamy w tablicy F wartości $F[3] + 1 = 4$. Zatem $F = [2,2,3,4]$.
- Wypisujemy $[1,2,3,1]$.
Pozycją do zwiększenia jest 4. Dostajemy $f = [1,2,3,2]$, $F = [2,2,3,4]$.
- Wypisujemy $[1,2,3,2]$.
Pozycją do zwiększenia jest 4. Dostajemy $f = [1,2,3,3]$, $F = [2,2,3,4]$.
- Wypisujemy $[1,2,3,3]$.
Pozycją do zwiększenia jest 4. Dostajemy $f = [1,2,3,4]$, $F = [2,2,3,4]$.
- Wypisujemy $[1,2,3,4]$.
Jako pozycję elementu, który należy zwiększyć, otrzymujemy 1. Wiemy, że funkcja RGF zawsze zaczyna się od jedynki, a więc znaczy to, że nie ma już następnej funkcji. Koniec algorytmu.

Uwaga: w powyższym przykładzie ustawianie na prawo od znalezionej pozycji j wartości $F[i] = F[j]$ (w przypadku gdy po zwiększeniu $f[j]$ mamy $f[j] \neq F[j]$) nigdy nie zmieniło zawartości tablicy F . Nie znaczy to jednak, że operacja ta jest niepotrzebna. Np. dla $n = 5$ w pewnym kroku algorytmu mamy $f = [1,2,1,3,4]$, $F = [2,2,3,3,4]$. Znalezionej pozycją elementu do zwiększenia jest 3. Dostajemy $f = [1,2,2,1,1]$, a następnie ustawiamy w tablicy F na prawo od pozycji 3 wartości $f[3]$, otrzymując $F = [2,2,3,3,3]$.