Zadanie 1 - przykład.

Niech $n = 7$, chcemy znaleźć następnik permutacji $p = [3,6,2,7,5,4,1]$.

Szukamy od prawej (czyli od przedostatniego elementu permutacji) pierwszego indeksu i, dla którego $p[i] < p[i+1]$: $p = [3,6,2,7,5,4,1]$, czyli $i = 3$.

Następnie szukamy od prawej (czyli od ostatniego elementu permutacji) pierwszego indeksu j, dla którego $p[j] > p[i]$: $p = [3,6,2,7,5,4,1]$, czyli $j = 6$.

Zamieniamy miejscami elementy $p[i]$ i $p[j]$: $p = [3,6,4,7,5,2,1]$.

Odwracamy podciąg $p[i+1..n]$: $p = [3,6,4,1,2,5,7]$. To nasz szukany następnik.

Uwaga: gdybyśmy chcieli znaleźć następnik permutacji [7,6,5,4,3,2,1], to szukając indeksu i, wyszlibyśmy przed tablicę z ciągiem. To oznacza, że następnika nie ma. Proszę nie zgubić tego przypadku w programie.

Zadanie 2 - przykład.

Algorytm rekurencyjny został opisany w wykładzie, tu pokazuję, jak w prosty sposób zapisać go bez rekurencji:

1. Zaczynamy z (tymczasową) rangą $r = 0$.
2. W pętli od $j = 1$ do n:
    - zwiększamy rangę o $(p[j] - 1)(n - j)!$,
    - w podtablicy $p[j+1..n]$ zmniejszamy o 1 wszystkie elementy większe od $p[j]$ (w efekcie w $p[j+1..n]$ otrzymujemy permutację liczb od 1 do $n - j$).

Niech $n = 4$, $p = [2,4,1,3]$. Mamy $r = 0$.

- $j = 1$: obliczamy $r = r + 1 \cdot 3! = 6$.
  Aktualizujemy permutację: $p = [2,3,1,2]$.
- $j = 2$: obliczamy $r = r + 2 \cdot 2! = 10$.
  Aktualizujemy permutację: $p = [2,3,1,2]$.
- $j = 3$: obliczamy $r = r + 0 \cdot 1! = 10$.
  Aktualizujemy permutację: $p = [2,3,1,1]$.
- $j = 4$: obliczamy $r = r + 0 \cdot 0! = 10$.
  Tu już nie ma co aktualizować, podtablica $p[j+1..n]$ jest pusta.

Znaleźliśmy rangę: $r = 10$.

Zadanie 3 - przykład.

Idea algorytmu: opierając się na zadanej randze, budujemy szukaną permutację od końca. W trakcie działania algorytmu będziemy tworzyć permutacje zbiorów liczb $\{1, \dots, k\}$ kolejno dla $k = 1,2, \dots, n$, zapisując je na końcowych pozycjach w tablicy $p[]$. Wiadomo, od czego zacząć, bo dla $k = 1$ istnieje tylko jedna permutacja zbioru $\{1\}$.

1. Zaczynamy z $p[n] = 1$.
2. W pętli od $j = 1$ do $n - 1$:
   - obliczamy kolejną wartość w reprezentacji silniowej rangi r ze wzoru
   $$d = \frac{r \, mod \, (j+1)!}{j!},$$
   - aktualizujemy rangę: $r = r - d \cdot j!$,
   - ustawiamy $p[n - j] = d + 1$,
   - w podtablicy $p[n - j + 1..n]$ zwiększamy o 1 wszystkie elementy większe lub równe $d + 1$ (w efekcie w $p[n - j..n]$ otrzymujemy permutację liczb od 1 do $j + 1$).

Niech $n = 4$, $r = 10$. Na początku $p = [\_,\_,\_,1]$.

- $j = 1$: obliczamy $d = \frac{10 \, mod \, 2!}{1!} = 0$ oraz $r = r - 0 \cdot 1! = 10$.
  Wstawiamy do permutacji wartość $d + 1 = 1$, otrzymując $p = [\_,\_,1,1]$.
  Poprawiamy dalsze elementy: $p = [\_,\_,1,2]$.
- $j = 2$: obliczamy $d = \frac{10 \, mod \, 3!}{2!} = 2$ oraz $r = r - 2 \cdot 2! = 6$.
  Wstawiamy do permutacji wartość $d + 1 = 3$, otrzymując $p = [\_,3,1,2]$.
  Poprawiamy dalsze elementy: $p = [\_,3,1,2]$.
- $j = 3$: obliczamy $d = \frac{6 \, mod \, 4!}{3!} = 1$ oraz $r = r - 1 \cdot 3! = 0$.
  Wstawiamy do permutacji wartość $d + 1 = 2$, otrzymując $p = [2,3,1,2]$.
  Poprawiamy dalsze elementy: $p = [2,4,1,3]$.

Znaleźliśmy permutację: $p = [2,4,1,3]$.