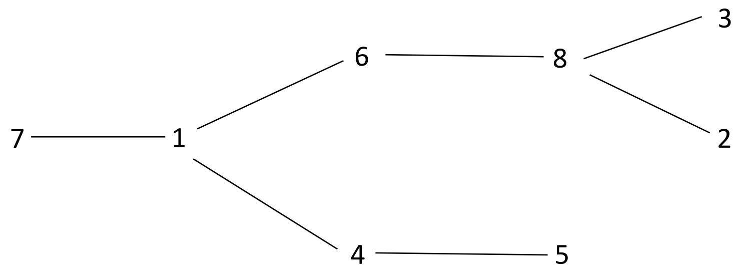
Zadanie 1 - przykład.

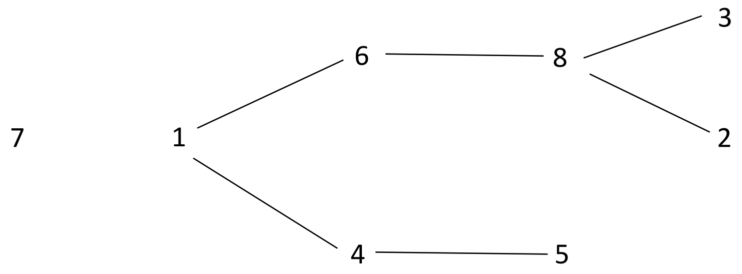
Znajdziemy kod Prüfera dla następującego drzewa na $n = 8$ wierzchołkach:



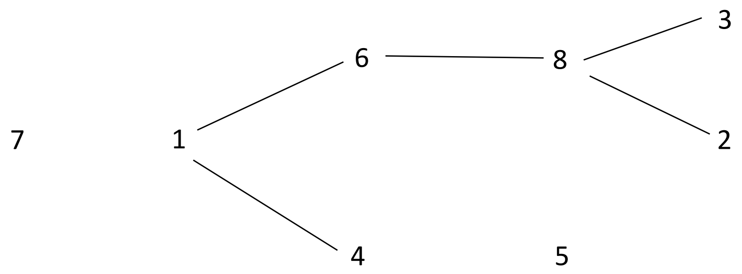
Tablica stopni wierzchołków wygląda następująco: $d = [3,1,1,2,1,2,1,3]$.

W każdym kroku algorytmu (jest ich $n - 2$) znajdujemy największy wierzchołek stopnia 1 (x), dopisujemy do kodu Prüfera L numer jego sąsiada (y) i usuwamy krawędź łączącą te wierzchołki (wystarczy zmniejszyć o 1 ich stopnie w tablicy d).

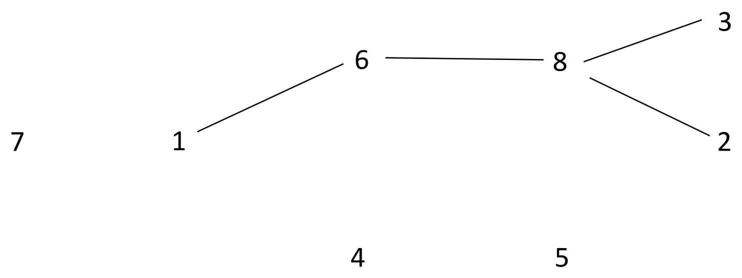
- Krok 1: $x = 7$, $y = 1$. Zatem $L = [1]$, $d = [2,1,1,2,1,2,0,3]$.



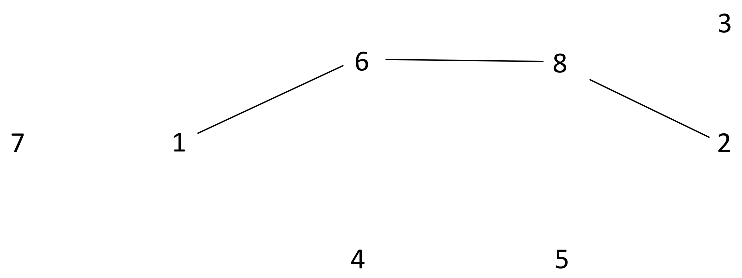
- Krok 2: $x = 5$, $y = 4$. Zatem $L = [1,4]$, $d = [2,1,1,1,0,2,0,3]$.



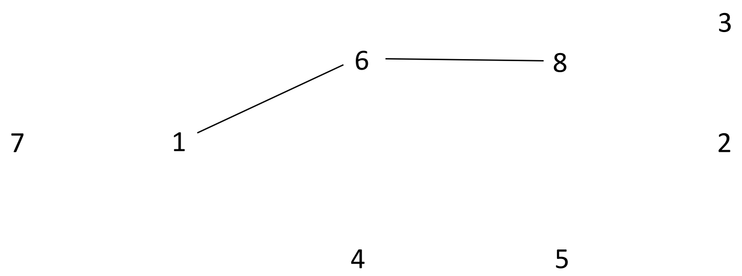
- Krok 3: $x = 4$, $y = 1$. Zatem $L = [1,4,1]$, $d = [1,1,1,0,0,2,0,3]$.



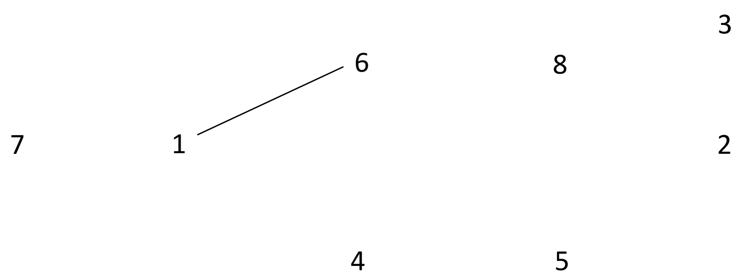
- Krok 4: $x = 3$, $y = 8$. Zatem $L = [1,4,1,8]$, $d = [1,1,0,0,0,2,0,2]$.



- Krok 5: $x = 2$, $y = 8$. Zatem $L = [1,4,1,8,8]$, $d = [1,0,0,0,0,2,0,1]$.



- Krok 6: $x = 8$, $y = 6$. Zatem $L = [1,4,1,8,8,6]$, $d = [1,0,0,0,0,1,0,0]$.



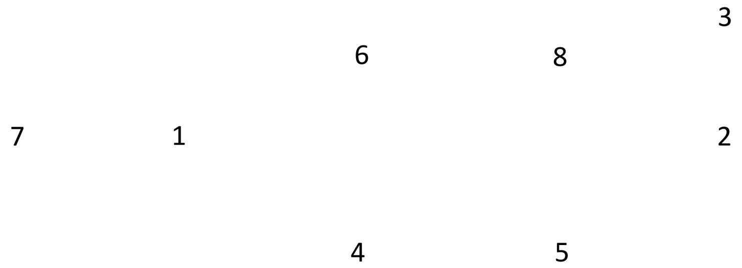
Uzyskany kod Prüfera to $L = [1,4,1,8,8,6]$.

Zadanie 2 - przykład.

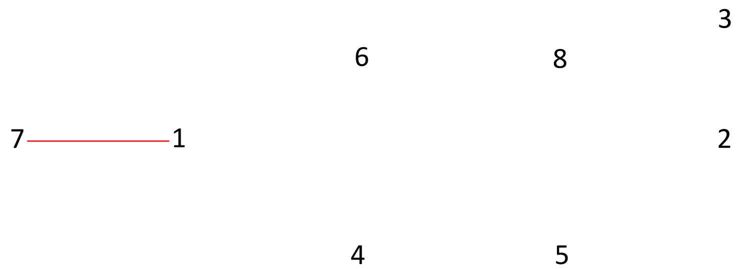
Odtworzymy drzewo z kodu Prüfera $L = [1,4,1,8,8,6]$. Liczba wierzchołków drzewa jest o 2 większa od długości kodu, więc $n = 8$. Obliczamy stopnie wierzchołków: stopień każdego wierzchołka jest o 1 większy niż liczba jego wystąpień w kodzie. Zatem $d = [3,1,1,2,1,2,1,3]$.

Podobnie jak w poprzednim zadaniu, w każdym kroku algorytmu będziemy znajdować największy wierzchołek x stopnia 1. Numer jego sąsiada odczytamy z kodu L, wstawimy odpowiednią krawędź do grafu i zmniejszymy stopnie jej końców. Kod L ma długość $n - 2$, a drzewo powinno mieć $n - 1$ krawędzi. Ponieważ tworząc kod Prüfera, szukamy zawsze największych wierzchołków, ostatnia krawędź, która pozostaje w drzewie, łączy zawsze jakiś wierzchołek z wierzchołkiem 1. Możemy więc po prostu dopisać 1 na końcu kodu L i wykonać $n - 1$ kroków algorytmu.

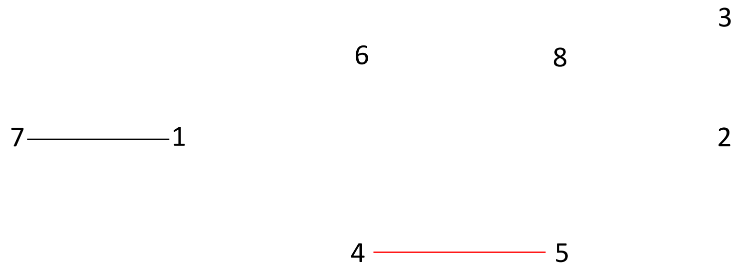
Zaczynamy więc z $L = [1,4,1,8,8,6,1]$, $d = [3,1,1,2,1,2,1,3]$ i pustym zbiorem krawędzi:



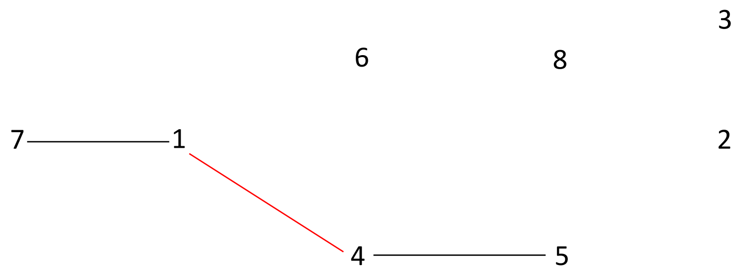
- Krok 1: $x = 7$, $L[1] = 1$, więc dodajemy krawędź {7,1}. Teraz $d = [2,1,1,2,1,2,0,3]$.



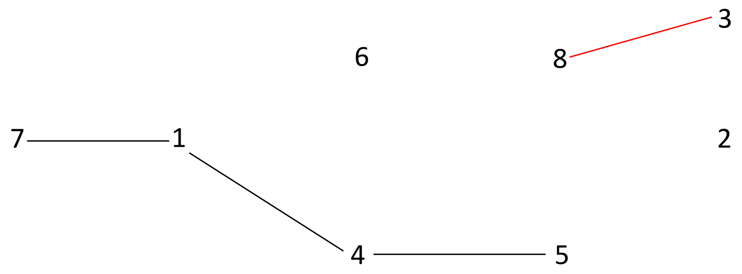
- Krok 2: $x = 5$, $L[2] = 4$, więc dodajemy krawędź {5,4}. Teraz $d = [2,1,1,1,0,2,0,3]$.



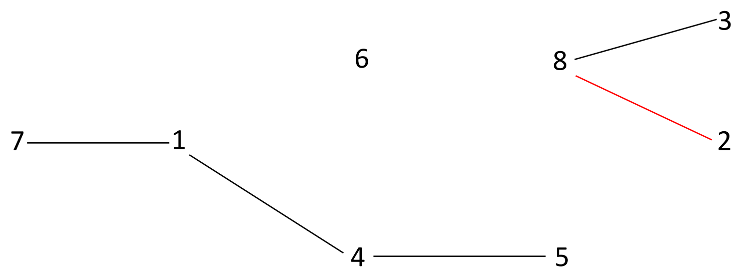
- Krok 3: $x = 4$, $L[3] = 1$, więc dodajemy krawędź {4,1}. Teraz $d = [1,1,1,0,0,2,0,3]$.



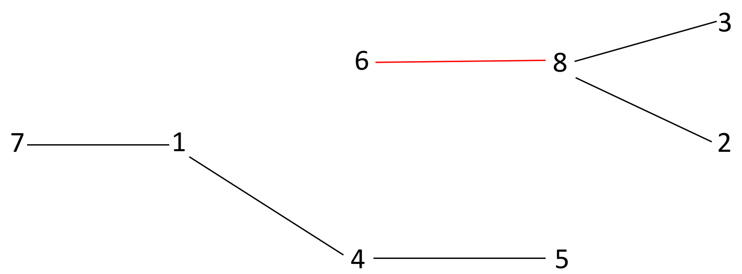
- Krok 4: $x = 3$, $L[4] = 8$, więc dodajemy krawędź {3,8}. Teraz $d = [1,1,0,0,0,2,0,2]$.



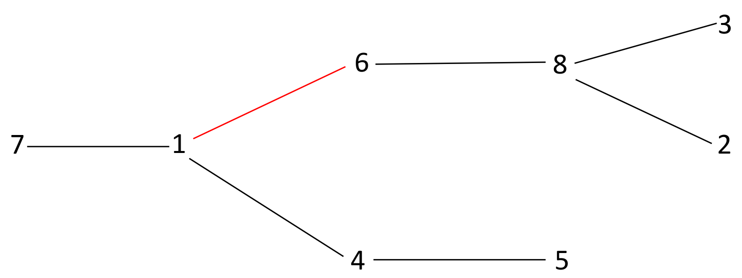
- Krok 5: $x = 2$, $L[5] = 8$, więc dodajemy krawędź {2,8}. Teraz $d = [1,0,0,0,0,2,0,1]$.



- Krok 6: $x = 8$, $L[6] = 6$, więc dodajemy krawędź {8,6}. Teraz $d = [1,0,0,0,0,1,0,0]$.



- Krok 7: $x = 6$, $L[7] = 1$, więc dodajemy krawędź {6,1}. Teraz $d = [0,0,0,0,0,0,0,0]$.



Drzewo jest gotowe.

Zadanie 3 - przykład.

Jeśli wszystkie elementy kodu Prüfera zmniejszymy o 1, otrzymamy liczbę zapisaną w systemie o podstawie n. Wystarczy przeliczyć ją na system dziesiętny. Niech $L = [1,4,1,8,8,6]$. Liczba wierzchołków drzewa jest o 2 większa od długości kodu, więc $n = 8$. Zmniejszamy elementy kodu o 1: $L = [0,3,0,7,7,5]$. Mamy więc liczbę 030775 w systemie ósemkowym, przeliczamy ją na system dziesiętny: $r = 0 \cdot 8^5 + 3 \cdot 8^4 + 0 \cdot 8^3 + 7 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 12797$.

Zadanie 4 - przykład.

Daną rangę zapisujemy w systemie o podstawie n. Po zwiększeniu każdej jej cyfry o 1, uzyskamy kod Prüfera. Niech $r = 12797$, $n = 8$. Obliczamy:

- $r\ mod\ n = 12797\ mod\ 8 = 5, \ \ r := r\ div\ n = 1599$
- $r\ mod\ n = 1599\ mod\ 8 = 7, \ \ r := r\ div\ n = 199$
- $r\ mod\ n = 199\ mod\ 8 = 7, \ \ r := r\ div\ n = 24$
- $r\ mod\ n = 24\ mod\ 8 = 0, \ \ r := r\ div\ n = 3$
- $r\ mod\ n = 34\ mod\ 8 = 3, \ \ r := r\ div\ n = 0$

Kod Prüfera ma długość $n - 2$, więc w razie potrzeby należy uzupełnić ciąg cyfr zerami wiodącymi (można po prostu wykonać $n - 2$ iteracji pętli, zamiast przerwania, kiedy $r = 0$). Cyfry otrzymaliśmy w odwrotnej kolejności, dostajemy więc następującą tablicę kolejnych cyfr: [0,3,0,7,7,5]. Zwiększamy o 1 wszystkie elementy, otrzymując kod Prüfera: $L = [1,4,1,8,8,6]$.