

# MUD Lab. 04

MW, WFiS AGH

2025-10-28

1. Dla układu równań:

$$\dot{x} = -2y - x [(x^2 + y^2)^2 - 4(x^2 + y^2) + 1] \quad (1a)$$

$$\dot{y} = 2x - y [(x^2 + y^2)^2 - 4(x^2 + y^2) + 1] \quad (1b)$$

- (a) **1 p.** określić punkt(y) stałe i przedyskutować ich stabilność
  - (b) **1 p.** wykonać szkic portretu fazowego ("pole wektorowe") równania (1)
  - (c) **2 p.** numerycznie wyznaczyć rozwiązania  $x(t)$  oraz  $y(t)$  dla  $t \in [0; 10]$  przyjmując warunki początkowe  $y_0 = 0$  oraz  $x_0 = 0.2, 0.4, 0.5175, 0.5180, 1.0, 1.8, 2.5$ ; wykonać wykresy  $x(t)$ ,  $y(t)$  oraz trajektorie w przestrzeni fazowej  $(x, y)$
  - (d) **1 p.** zapisać równanie (1) we współrzędnych biegunowych  $(r, \theta)$ ; czy można na tej podstawie określić np. punkty stałe albo orbity i ich stabilność? powiedzieć coś o występowaniu cykli granicznych?
  - (e) **★ 2 p.** we współrzędnych biegunowych rozwiązać analitycznie równanie na  $\theta(t)$  i numerycznie równanie na  $r(t)$ , z warunkami początkowymi:  $r_0$  przyjmującym takie same wartości jak wcześniej dla  $x_0$  oraz z  $\theta_0 = 0$ ; wykonać wykres  $r(t)$  oraz wykres we współrzędnych biegunowych  $(r, \theta)$ .
2. **★ 3 p.** Przeprowadzić samodzielnie i tylko we współrzędnych  $x$ - $y$ , dobierając we własnym zakresie warunki początkowe i przedziały zmiennych, podstawową analizę równania

$$\ddot{x} + 2 \left( \frac{1}{3} \dot{x}^2 - 1 \right) \dot{x} + x = 0, \quad (2)$$

polegającą na zbadaniu punktów statycznych, przygotowaniu szkicu portretu fazowego i naniesieniu na niego kilku (4-5 wystarczy) przykładowych rozwiązań numerycznych, oraz wykonaniu wykresów  $x(t)$ ,  $\dot{x}(t)$  i trajektorii w przestrzeni fazowej  $(x, \dot{x})$ .

*Uwaga: polecenia oznaczone **★ ... p.** można dokończyć po zajęciach bez utraty punktów (pozostałe też należy dokończyć, ale można wtedy otrzymać za nie max. 50% punktów).*