

MUD Lab. 06

MW, WFiS AGH

2025-11-18

Tematem ćwiczenia jest analiza rozwiązań równania opisującego [oscylator van der Pol](#),

$$\ddot{x} + \varepsilon (x^2 - 1) \dot{x} + x = m. \quad (1)$$

Dla trzech wartości ε , kolejno:

1. **2 p.** $\varepsilon = 0$

2. **4 p.** $\varepsilon = 1/2$

3. *** 4 p.** $\varepsilon = 3$

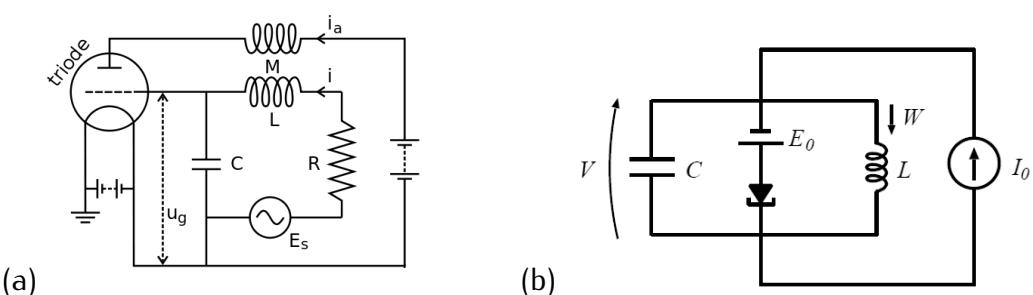
proszę wykonać następujące polecenia:

(a) Przebadać analitycznie możliwe rozwiązania równania (1) dla parametru $m \in [0; 3]$ poprzez wyznaczenie punktów stałych, określenie ich rodzaju i stabilności, oraz zilustrowanie wyników na wykresach przedstawiających wartości własne λ macierzy Jacobiego w punktach stałych w funkcji m (dla zespolonych λ osobnymi liniami narysować $\operatorname{Re} \lambda$ i $\operatorname{Im} \lambda$).

(b) Każdą z możliwych sytuacji (odpowiadającą pewnej wartości m lub przedziałowi wartości m) zilustrować szkicem portretu fazowego ("pole wektorowe"), oraz rozwiązaniami numerycznymi przedstawionymi na wykresach $x(t)$ oraz w przestrzeni fazowej.

(c) Przedyskutować wpływ wartości parametru m na rozwiązania (np. na występowanie rozwiązań oscylacyjnych oraz ich amplitudę jeśli się pojawiają; na występowanie bifurkacji – jeśli są, to jakiego rodzaju?).

*Uwaga: polecenia oznaczone *** ... p.** można dokończyć po zajęciach bez utraty punktów (pozostałe też należy dokończyć, ale można wtedy otrzymać za nie max. 50% punktów).*



Rysunek 1: Układ elektroniczny z triodą opisywany równaniem var der Pola (a) na bazie triody, z sinusoidalnym wymuszeniem E_s (u nas: stałe w czasie m) [[©Kraaiennest, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons](#)]; (b) z diodą tunelową [www.scholarpedia.org/article/Van_der_Pol_oscillator].