

MUD Lab. 05

MW, WFiS AGH

2025-11-12

1. Dla równania

$$\dot{x} = G(x, m) = m - |x| \quad (1)$$

- (a) **1 p.** Określić punkt(y) stałe w zależności od wartości parametru m i przedyskutować ich stabilność. Wynik umieścić na wykresie x^* w funkcji m .
- (b) **1 p.** Na podstawie analizy funkcji $G(x, m)$ określić czy pojawia się bifurkacja. Jeśli tak, to w którym punkcie (punktach)?
- (c) **2 p.** Dla wartości m odpowiadających bifurkacji (bifurkacjom), oraz nieco mniejszych i nieco większych m , wyznaczyć numerycznie rozwiązania $x(t)$ ilustrujące to zjawisko i potwierdzające poprawność wcześniejszych wniosków. Rozwiązania wyliczać dla $x(0)$ z przedziału $[-2, 2]$ z krokiem 0.2, czyli dla $x(0) = -2.0, -1.8, -1.6, \dots, 1.8, 2.0$. Rozwiązania uzyskane dla tej samej wartości m umieszczać na wspólnym wykresie.

2. Dla równania

$$\dot{x} = H(x, p) = (x - 1)(x^2 + 2x - p) = x^3 + x^2 - 2x - px + p \quad (2)$$

- (a) **1 p.** Określić wartości punktów statycznych w zależności od parametru p . Wynik nanieść na wykres x^* w funkcji p .
- (b) **1 p.** Znaleźć numerycznie dla $t \in [0; 2]$ rozwiązania $x(t)$ równania (2) dla $p = -3$ oraz przyjmując $x(0)$ z przedziału $[-4, 2]$ z krokiem 0.2, czyli biorąc kolejno $x(0) = -4.0, -3.8, -3.6, \dots, 1.8, 2.0$.
Umieścić rozwiązania na jednym, wspólnym wykresie.
Czy na tej podstawie możemy się spodziewać istnienia punktów statycznych?
Jeśli tak, to czy ich wartości są zgodne z określonymi w poprzednim pytaniu?
Co można powiedzieć o ich stabilności?
- (c) **★ 2 p.** Powtórzyć powyższą procedurę (poprzedni podpunkt) jeszcze 4 razy: dla $p = -1, 1, 3, 5$.
- (d) **★ 2 p.** Za pomocą analizy $H(x, p)$ i jej pochodnych określić gdzie spodziewamy się stabilnych oraz niestabilnych punktów statycznych, oraz czy występują punkty z bifurkacjami? Jeśli tak, to jakiego rodzaju są te bifurkacje?
Czy wnioski uzyskane na drodze analitycznej zgadzają się z rozwiązaniami uzyskanymi metodą numeryczną?

Uwaga: polecenia oznaczone ★ ... p. można dokończyć po zajęciach bez utraty punktów (pozostałe też należy dokończyć, ale można wtedy otrzymać za nie max. 50% punktów).