

# MUD Lab. 07

MW, WFiS AGH

2025-11-25

Proszę wykonać poniższe polecenia dla odwzorowania

$$x_{n+1} = f(x_n) = \alpha x_n - x_n^3 \quad (1)$$

stosowanego na przedziale określonym warunkiem  $|x_n| < \sqrt{\alpha + 1}$  (wtedy jest to mapa) oraz parametru  $\alpha$  badanego w przedziale  $\alpha \in [0; 3]$ :

1. **1 p.** wyznaczyć punkt(y) staty(e) w zależności od parametru  $\alpha$ , oraz określić ich stabilność (jeśli jakieś istnieją);
2. **1 p.** wyznaczyć numerycznie i przedstawić na wykresach jak zmienia się  $x_n$  w funkcji  $n$  (gdzie  $n = 0, 1, 2, \dots, 300$ ) dla następujących wartości  $\alpha = 0.90, 1.10, 2.10, 2.46, 2.62, 2.83$  przy czym dla każdego  $\alpha$  powtórzyć obliczenia cztery razy, startując od  $x_0 = -0.8, -0.3, 0.2, 0.7$ ;
3. **1 p.** na tej podstawie przedyskutować, dla których wartości  $\alpha$  otrzymane wyniki sugerują dojście do punktu statyego, albo zachowanie periodyczne i jakiego rodzaju, a gdzie można się spodziewać zachowania chaotycznego;
4. **2 p.** sporządzić diagram bifurkacyjny (zależność występujących wartości  $x_n$  od  $\alpha$ , pomijawszy początkowe punkty zanim dynamika się ustabilizuje tam gdzie to możliwe; na podstawie wyników z poprzednich punktów zdecydować ile punktów startowych  $x_0$  trzeba użyć!);
5. **2 p.** wyznaczyć numerycznie i przedstawić na wykresie wykładnik Lapunowa  $\lambda$  w funkcji  $\alpha$ , na podstawie wzoru

$$\lambda = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \ln |f'(x_i)|, \quad (2)$$

dla jednej dowolnie wybranej wartości  $x_0$  oraz  $N = 300$ ;

6. **★ 1 p.** podać wartości  $\lambda$  dla wszystkich sześciu  $\alpha$  użytych w p.2 i omówić jak się mają do przewidywanego w p.3 zachowania;
7. **★ 2 p.** zbadać i przedyskutować zależność wykładnika Lapunowa od wartości początkowej  $x_0$  oraz od wyboru  $N$ .

*Uwaga: polecenia oznaczone ★ ... p. można dokończyć po zajęciach bez utraty punktów (pozostałe też należy dokończyć, ale można wtedy otrzymać za nie max. 50% punktów).*