

# MUD Lab. 09

MW, WFiS AGH

2025-12-09

Odwzorowanie (mapa) Hénona zadane jest układem równań:

$$x_{n+1} = 1 - ax_n^2 + y_n \quad (1)$$

$$y_{n+1} = bx_n \quad (2)$$

przy czym na potrzeby dzisiejszego ćwiczenia przyjmiemy  $b = 3/10$ . Tam gdzie wystarcza jeden punkt startowy będzie to  $(x_0; y_0) = (0; 0)$ . Długości ciągów oraz liczbę odrzucanych początkowych punktów proszę dobierać samodzielnie.

1. **1 p.** dla  $a = 0.50, 1.10, 1.25, 1.40$  przedstawić na wykresach zmienność  $x_n$  oraz  $y_n$  w funkcji  $n$  wykonując obliczenia na liczbach zmiennoprzecinkowych podwójnej precyzji (`double`); opisać jakie zachowania można na tej podstawie wstępnie przewidywać
2. **1 p.** powtórzyć obliczenia z poprzedniego punktu (na wykresach wystarczy pokazać  $x_n$ ) wykonując rachunki na typie pojedynczej precyzji (`float`); porównać z wynikami otrzymywanymi z użyciem `double` oraz skomentować wyniki
3. **1 p.** wyznaczyć i przedstawić na wykresie funkcję korelacji (autokorelacji) dla  $a = 0.50, 1.10, 1.25, 1.40$ ; przedyskutować wyniki
4. **1 p.** dla zmiennej  $x$ , sporządzić diagram bifurkacyjny dla  $a \in [0; 1.5]$
5. **1 p.** wykonać przekroje Poincaré dla  $a = 0.50, 1.10, 1.25, 1.40$  w dwóch wersjach: obliczeń na typie `float`, a następnie `double`; porównać wyniki
6. **1 p.** jeśli jakieś atraktory uzyskane w poprzednim punkcie przy obliczeniach na typie `double` przejawiają cechy samopodobieństwa, to zilustrować to zjawisko wykresami pokazującymi kolejne powiększenia wybranego obszaru
7. **\* 2 p.** wyznaczyć "pułapkowy" (**box-counting**) wymiar fraktalny atraktorów, które nie są tylko zbiorem kilku punktów; podać niepewność (wskaźówka: [dopasowanie prostej do punktów w celu wyznaczenia wymiaru fraktalnego i jego niepewności](#))
8. **\* 2 p.** wyznaczyć **korelacyjny** wymiar fraktalny tych samych atraktorów co powyżej; podać niepewność (wskaźówka *jak wyżej*)

*Uwaga: polecenia oznaczone **\* ... p.** można dokończyć po zajęciach bez utraty punktów (pozostałe też należy dokończyć, ale można wtedy otrzymać za nie max. 50% punktów).*

*Dodatkowa literatura dla zainteresowanych tematyką dokładności numerycznej:*

[1] Ernest Barreto, [Shadowing](#), Scholarpedia, 3(1):2243

[2] [Chaos and Shadowing](#), Computer-Aided Teaching of All Mathematics, University of Cambridge