

# MUD Lab. 08

MW, WFiS AGH

2025-12-02

Rozważymy tłumiony, okresowo uderzany rotator. Jeśli moment zewnętrznej siły uderzającej ma wartość  $K \sin \theta_n$ , jej okres  $T = 1$  czyli siła ma czynnik  $\delta(t - nT)$ , a moment bezwładności rotatora znormalizowany jest do  $I = 1$ , to równania ruchu na położenie kątowe  $\theta$  oraz moment pędu  $L$  upraszczają się do

$$L_{n+1} = (L_n + K \sin \theta_n) e^{-b}, \quad (1)$$

$$\theta_{n+1} = \theta_n + (L_n + K \sin \theta_n) \frac{1 - e^{-b}}{b}, \quad (2)$$

gdzie  $b$  to stała tłumienia.

1. **4 p.** Na początek zbadamy przypadek bez tłumienia, czyli wzory (1) oraz (2) należy przekształcić w granicy  $b \rightarrow 0$ .

- (a) Osobno dla trzech wartości  $K = 0.5, 0.971635$  i  $5.0$  przygotować wykresy przedstawiające  $\theta_n$  oraz  $L_n$  w funkcji  $n = 0, 1, \dots, 1000$ , przyjmując dla każdego  $K$  kolejno trzy różne punkty startowe:  $(\theta_0; L_0) = (0; 0.1 \cdot 2\pi), (0.2 \cdot 2\pi; 0)$ , oraz  $(0.2 \cdot 2\pi; 0.65 \cdot 2\pi)$ .
- (b) Sporządzić przekroje Poincaré dla  $K$  podanych powyżej, rysując wykres zależności  $L_n$  od kąta  $\theta_n$  zredukowanego do przedziału  $[0; 2\pi]$ . Za wartości początkowe przyjmować  $(0.5 \cdot 2\pi; a \cdot 2\pi)$  gdzie  $a = 0, 0.02, 0.04, \dots, 0.98$ .

2. **2 p.** Powtórzyć całą procedurę dla przypadku z tłumieniem  $b = 0.001$ .

3. **\* 2 p.** Powtórzyć całą procedurę dla przypadku z tłumieniem  $b = 0.01$ .

4. **\* 2 p.** Dla powyższych trzech przypadków wygenerować większą liczbę przekrojów Poincaré (a więc użyć  $K$  zmieniającego się np. co  $0.1$  lub nawet mniej). Następnie wytworzyć z nich trzy animacje, osobno dla każdego  $b$ .

Wystarczy nawet animowany GIF złożony z pojedynczych klatek zapisanych wcześniej do plików PNG. Łatwo takiego GIF-a wygenerować polecienniem convert, np.:

```
convert -delay 50 -loop 0 *.png animacja.gif
```

Można też użyć ffmpeg (lub innego podobnego narzędzia) do stworzenia plików video, np. w formacie MP4 .

Animacje/video umieścić jako trzy oddzielne pliki w UPeL-u. Nie przesyłać pojedynczych "klatek" animacji.

*Uwaga: polecenia oznaczone **\* ... p.** można dokończyć po zajęciach bez utraty punktów (pozostałe też należy dokończyć, ale można wtedy otrzymać za nie max. 50% punktów).*

*Literatura dla zainteresowanych:*

- [1] Experimental Observation of 2D Anderson Localization with the Atomic Kicked Rotor
- [2] Kicked rotor and Anderson localization