

MUD Lab. 09

MW, WFiIS AGH

2025-12-09

Odwzorowanie (mapa) Hénona zadane jest układem równań:

$$x_{n+1} = 1 - \alpha x_n^2 + y_n \quad (1)$$

$$y_{n+1} = b x_n \quad (2)$$

przy czym na potrzeby dzisiejszego ćwiczenia przyjmujemy $b = 3/10$. Tam gdzie wystarcza jeden punkt startowy będzie to $(x_0; y_0) = (0; 0)$. Długości ciągów oraz liczbę odrzucanych początkowych punktów proszę dobierać samodzielnie.

1. **1 p.** dla $\alpha = 0.50, 1.10, 1.25, 1.40$ przedstawić na wykresach zmienność x_n oraz y_n w funkcji n wykonując obliczenia na liczbach zmiennoprzecinkowych podwójnej precyzji (double); opisać jakie zachowania można na tej podstawie wstępnie przewidywać
2. **1 p.** powtórzyć obliczenia z poprzedniego punktu (na wykresach wystarczy pokazać x_n) wykonując rachunki na typie pojedynczej precyzji (float); porównać z wynikami otrzymanymi z użyciem double oraz skomentować wyniki
3. **1 p.** wyznaczyć i przedstawić na wykresie funkcję korelacji (autokorelacji) dla $\alpha = 0.50, 1.10, 1.25, 1.40$; przedyskutować wyniki
4. **1 p.** dla zmiennej x , sporządzić diagram bifurkacyjny dla $\alpha \in [0; 1.5]$
5. **1 p.** wykonać przekroje Poincaré dla $\alpha = 0.50, 1.10, 1.25, 1.40$ w dwóch wersjach: obliczeń na typie float, a następnie double; porównać wyniki
6. **1 p.** jeśli jakieś atraktory uzyskane w poprzednim punkcie przy obliczeniach na typie double przejawiają cechy samopodobieństwa, to zilustrować to zjawisko wykresami pokazującymi kolejne powiększenia wybranego obszaru
7. **★ 2 p.** wyznaczyć "pudetkowy" (box-counting) wymiar fraktalny atraktorów, które nie są tylko zbiorem kilku punktów; podać niepewność (wskazówka: [dopasowanie prostej do punktów w celu wyznaczenia wymiaru fraktalnego i jego niepewności](#))
8. **★ 2 p.** wyznaczyć korelacyjny wymiar fraktalny tych samych atraktorów co powyżej; podać niepewność (wskazówka jak wyżej)

Uwaga: polecenia oznaczone **★ ... p.** można dokończyć po zajęciach bez utraty punktów (pozostałe też należy dokończyć, ale można wtedy otrzymać za nie max. 50% punktów).

Dodatkowa literatura dla zainteresowanych tematyką dokładności numerycznej:

[1] Ernest Barreto, [Shadowing](#), Scholarpedia, 3(1):2243

[2] [Chaos and Shadowing](#), Computer-Aided Teaching of All Mathematics, University of Cambridge