

MUD Lab. 01

MW, WFiS AGH

2025-10-07

1. Spróbować określić jakościowo spodziewane rozwiązania równania

$$\frac{dy}{dx} = y^2, \quad (1)$$

w zależności od warunku początkowego $y(0)$.

Następnie rozwiązać (analitycznie) równanie (1) z warunkiem początkowym $y(0) = y_0$. Porównać rozwiązanie z przewidywaniami jakościowymi.

2. Rozwiązać (1) numerycznie, z wykorzystaniem biblioteki GSL (*GNU Scientific Library*), opierając się na przykładach z dokumentacji

<https://www.gnu.org/software/gsl/doc/html/ode-initval.html#examples>

Uwaga: komplikacja (a właściwie linkowanie) programu w języku C/C++ wymaga użycia opcji `-lgsl -lgslcblas`, np.

\$ g++ main.cpp -lgsl -lgslcblas

Spróbować znaleźć rozwiązanie dla $x \in [0; 1]$ przyjmując kolejno $y_0 = 0.0, 0.5, 1.0, 2.0$.

Przedyskutować ewentualne napotkane problemy (czy zawsze uda się znaleźć rozwiązanie dla całego przedziału?).

- (a) Zacząć od metody niewymagającej zdefiniowania macierzy Jacobiego, np. klasycznej metody Rungego-Kutty 4. rzędu ze stałym krokiem $\Delta x = 0.001$, zadając warunki na błąd bezwzględny $\text{eps_abs} = 10^{-3}$ oraz względny $\text{eps_rel} = 10^{-6}$. Przygotować wykresy (i) uzyskanych rozwiązań, (ii) błędów bezwzględnych (różnic między rozwiązaniem analitycznym i numerycznym – skala logarytmiczna może być wygodniejsza!), oraz (iii) błędów względnych.
- (b) Powtórzyć obliczenia i analizę błędów używając metody adaptacyjnej rk8pd, zapisując wszystkie punkty, w których wyznaczone zostały wartości rozwiązania.
- (c) Powtórzyć obliczenia i analizę błędów metodą rk8pd zapisując wartości co $\Delta x = 0.001$.

3. Dane jest równanie

$$\frac{dy}{dx} = [x + y - 4]^2. \quad (2)$$

- (a) Znaleźć analitycznie rozwiązanie szczególne z warunkiem początkowym $y(0) = 4$.
Wskazówka: podstawienie $u = x + y - 4$.
Dla jakiego przedziału znane jest rozwiązanie analityczne?
- (b) Rozwiązać równanie numerycznie, przedstawić rozwiązanie oraz błędy względne na wykresach. Dla jakiego przedziału można to zrobić?