

MUD Lab. 07

MW, WFiS AGH

2025-11-25

Proszę wykonać poniższe polecenia dla odwzorowania

$$x_{n+1} = f(x_n) = ax_n - x_n^3 \quad (1)$$

stosowanego na przedziale określonym warunkiem $|x_n| < \sqrt{a+1}$ (wtedy jest to mapa) oraz parametru a badanego w przedziale $a \in [0; 3]$:

1. **1 p.** wyznaczyć punkt(y) stały(e) w zależności od parametru a , oraz określić ich stabilność (jeśli jakieś istnieją);
2. **1 p.** wyznaczyć numerycznie i przedstawić na wykresach jak zmienia się x_n w funkcji n (gdzie $n = 0, 1, 2, \dots, 300$) dla następujących wartości $a = 0.90, 1.10, 2.10, 2.46, 2.62, 2.83$ przy czym dla każdego a powtórzyć obliczenia cztery razy, startując od $x_0 = -0.8, -0.3, 0.2, 0.7$;
3. **1 p.** na tej podstawie przedyskutować, dla których wartości a otrzymane wyniki sugerują dojście do punktu stałego, albo zachowanie periodyczne i jakiego rodzaju, a gdzie można się spodziewać zachowania chaotycznego;
4. **2 p.** sporządzić diagram bifurkacyjny (zależność występujących wartości x_n od a , po minąwszy początkowe punkty zanim dynamika się ustabilizuje tam gdzie to możliwe; na podstawie wyników z poprzednich punktów zdecydować ilu punktów startowych x_0 trzeba użyć!);
5. **2 p.** wyznaczyć numerycznie i przedstawić na wykresie wykładnik Lapunowa λ w funkcji a , na podstawie wzoru

$$\lambda = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \ln |f'(x_i)|, \quad (2)$$

dla jednej dowolnie wybranej wartości x_0 oraz $N = 300$;

6. *** 1 p.** podać wartości λ dla wszystkich sześciu a użytych w p.2 i omówić jak się mają do przewidywanego w p.3 zachowania;
7. *** 2 p.** zbadać i przedyskutować zależność wykładnika Lapunowa od wartości początkowej x_0 oraz od wyboru N .

*Uwaga: polecenia oznaczone *** ... p.** można dokończyć po zajęciach bez utraty punktów (pozostałe też należy dokończyć, ale można wtedy otrzymać za nie max. 50% punktów).*