

# MUD Lab. 05

MW, WFiS AGH

2025-11-12

## 1. Dla równania

$$\dot{x} = G(x, m) = m - |x| \quad (1)$$

- (a) **1 p.** Określić punkt(y) stałe w zależności od wartości parametru  $m$  i przedyskutować ich stabilność. Wynik umieścić na wykresie  $x^*$  w funkcji  $m$ .
- (b) **1 p.** Na podstawie analizy funkcji  $G(x, m)$  określić czy pojawia się bifurkacja. Jeśli tak, to w którym punkcie (punktach)?
- (c) **2 p.** Dla wartości  $m$  odpowiadających bifurkacji (bifurkacjom), oraz nieco mniejszych i nieco większych  $m$ , wyznaczyć numerycznie rozwiązania  $x(t)$  ilustrujące to zjawisko i potwierdzające poprawność wcześniejszych wniosków. Rozwiązania wyliczać dla  $x(0)$  z przedziału  $[-2, 2]$  z krokiem 0.2, czyli dla  $x(0) = -2.0, -1.8, -1.6, \dots, 1.8, 2.0$ . Rozwiązania uzyskane dla tej samej wartości  $m$  umieszczać na wspólnym wykresie.

## 2. Dla równania

$$\dot{x} = H(x, p) = (x - 1)(x^2 + 2x - p) = x^3 + x^2 - px + p \quad (2)$$

- (a) **1 p.** Określić wartości punktów stałych w zależności od parametru  $p$ . Wynik nanieść na wykres  $x^*$  w funkcji  $p$ .
- (b) **1 p.** Znaleźć numerycznie dla  $t \in [0; 2]$  rozwiązania  $x(t)$  równania (2) dla  $p = -3$  oraz przyjmując  $x(0)$  z przedziału  $[-4, 2]$  z krokiem 0.2, czyli biorąc kolejno  $x(0) = -4.0, -3.8, -3.6, \dots, 1.8, 2.0$ . Umieścić rozwiązania na jednym, wspólnym wykresie.  
Czy na tej podstawie możemy się spodziewać istnienia punktów stałych?  
Jeśli tak, to czy ich wartości są zgodne z określonymi w poprzednim pytaniu?  
Co można powiedzieć o ich stabilności?
- (c) **\* 2 p.** Powtórzyć powyższą procedurę (poprzedni podpunkt) jeszcze 4 razy: dla  $p = -1, 1, 3, 5$ .
- (d) **\* 2 p.** Za pomocą analizy  $H(x, p)$  i jej pochodnych określić gdzie spodziewamy się stabilnych oraz niestabilnych punktów stałych, oraz czy występują punkty z bifurkacjami? Jeśli tak, to jakiego rodzaju są te bifurkacje?  
Czy wnioski uzyskane na drodze analitycznej zgadzają się z rozwiązaniami uzyskanymi metodą numeryczną?

*Uwaga: polecenia oznaczone **\* ... p.** można dokończyć po zajęciach bez utraty punktów (pozostałe też należy dokończyć, ale można wtedy otrzymać za nie max. 50% punktów).*