Nadprzewodnictwo Topologiczne. Fermiony Majorany.

Marta Wleklińska

6 czerwca 2025

1 Wstęp

W ćwiczeniu analizowaliśmy model Kitaeva oraz układ eksperymentalny w celu zaobserwowania stanów Majorany.

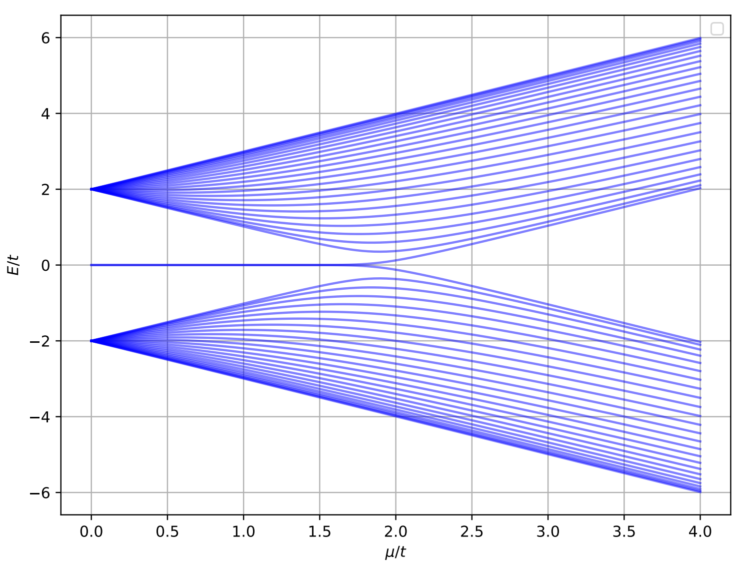
2 Wyniki

2.1 Kitaev

W pierwszym ćwiczeniu hamiltonian był w postaci

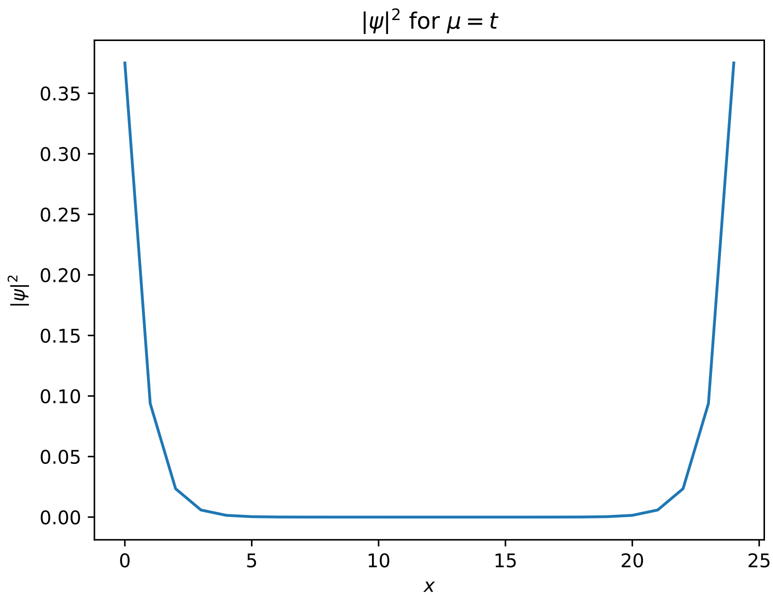
$$\hat{\mathbf{H}} = -\mu\sigma_z \left|\psi_i\right\rangle \left\langle\psi_i\right| - t\sigma_z \left|\psi_i\right\rangle \left\langle\psi_{i+1}\right| - t\sigma_z \left|\psi_i\right\rangle \left\langle\psi_{i-1}\right| + \mathrm{i}\Delta\sigma_y \left|\psi_i\right\rangle \left\langle\psi_{i+1}\right| - \mathrm{i}\Delta\sigma_y \left|\psi_i\right\rangle \left\langle\psi_{i-1}\right|, \tag{1}$$

gdzie $\left|\psi_i\right\rangle = (\left|\psi_i^e \quad \left|\psi_i^h\right\rangle\right\rangle)$ to wektor na węźle i, który składa się z części elektronowej oraz dziurowej, μ to potencjał chemiczny, t to energia przeskoku między węzłami, a Δ określa energię parowania elektronowego. Po dyskretyzacji mogliśmy zapisać wyrażenie `onsite` oraz `hopping` i zdefiniować układ. Na rysunku 1 przedstawione zostały obliczenia energii stanów w funkcji potencjału chemicznego $\mu \in [0, 4t]$. Zauważamy stany o zerowej energii dla $\mu < 2t$, które odpowiadają stanom Majorany.

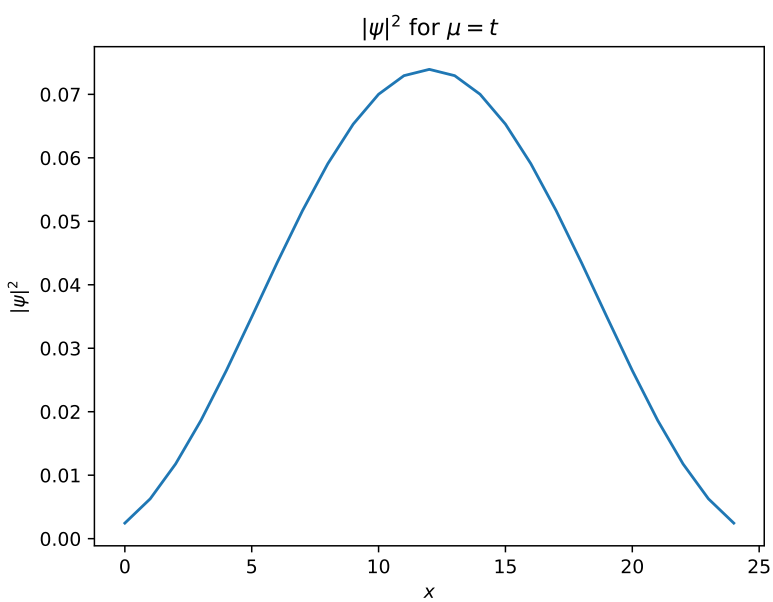


Rysunek 1: Spektrum energii w funkcji μ/t. Wyniki dla łańcucha Kitaeva

W kolejnym kroku zapisaliśmy wykres dla stanu o energii najbliższej lub równej zeru dla przypadku $\mu = t$ (rys. 2) i $\mu = 4t$ (rys. 3). Dla $\mu = t$ obserwujemy lokalizację funkcji falowej na końcach łańcucha, co świadczy o obecności stanów Majorany w fazie topologicznej. Z kolei dla $\mu = 4t$ rozkład jest rozciągnięty na cały łańcuch i przypomina najniższy stan studni potencjału, co wskazuje na fazę trywialną.



Rysunek 2: Moduł funkcji falowej stanu najbliższego energii $E = 0$ dla $\mu = t$. Wyniki dla łańcucha Kitaeva



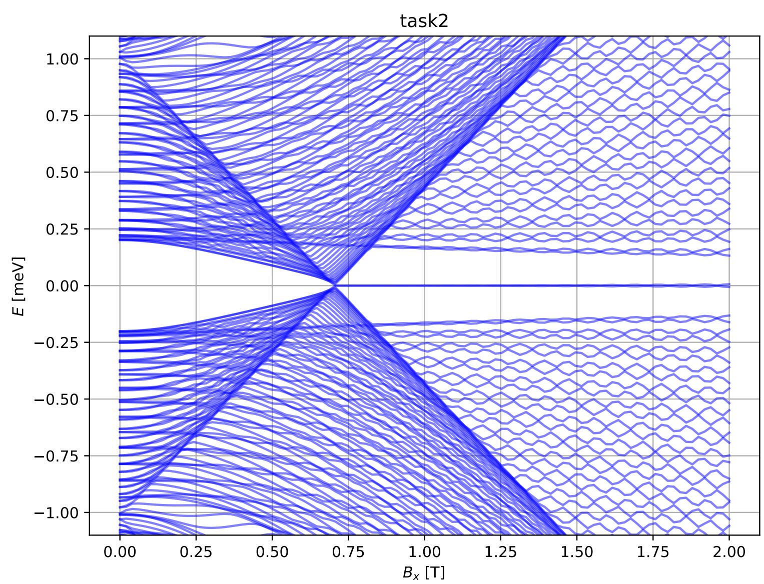
Rysunek 3: Moduł funkcji falowej stanu najbliższego energii $E = 0$ dla $\mu = 4t$. Wyniki dla łańcucha Kitaeva

2.2 Układ eksperymentalny

W kolejnym ćwiczeniu analizowaliśmy układ o hamiltonianie w postaci

$$\hat{\mathbf{H}} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m^*}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2} - \mu\right)\tau_z \otimes \sigma_0 + \frac{1}{2}g\mu_{\mathsf{B}}\tau_z \otimes (B_x\sigma_x + B_y\sigma_y + B_z\sigma_z) - \alpha k_x \tau_z \otimes \sigma_y - \Delta\tau_y \otimes \sigma_y, \tag{2}$$

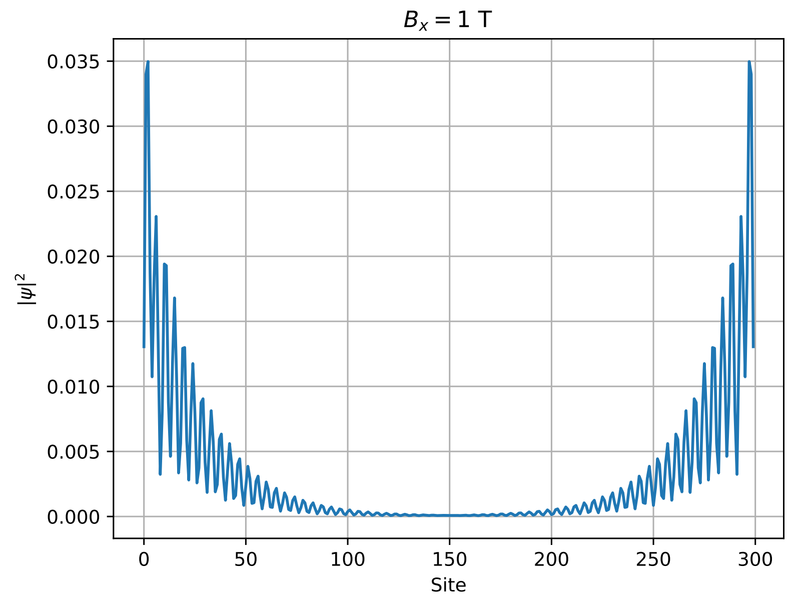
czyli wprowadziliśmy zależności od pola $\mathbf{B}$ oraz oddziaływania spin–orbita, sterowanego stałą SOC α. Po dyskretyzacji hamiltonianu, mogliśmy zdefiniować układ i wyznaczyć energie własne w funkcji pola B_x, co zostało zapisane na rysunku 4. Dla pola $B_x = 1$ T obserwujemy pojawienie się stanów o zerowej energii oraz lokalizację ich funkcji falowych na



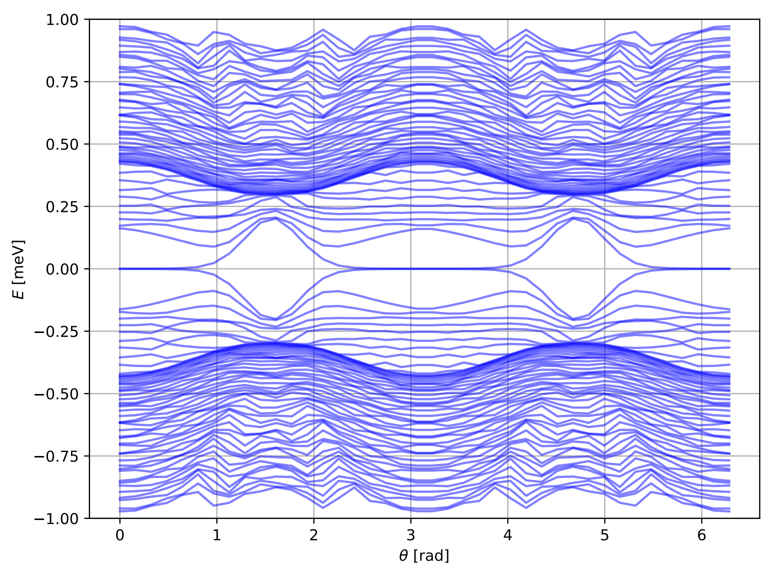
Rysunek 4: Spektrum energii w funkcji pola B_x. Wyniki dla realistycznego modelu nanodrutu z SOC

końcach nanodrutu, co świadczy o obecności stanów Majorany.

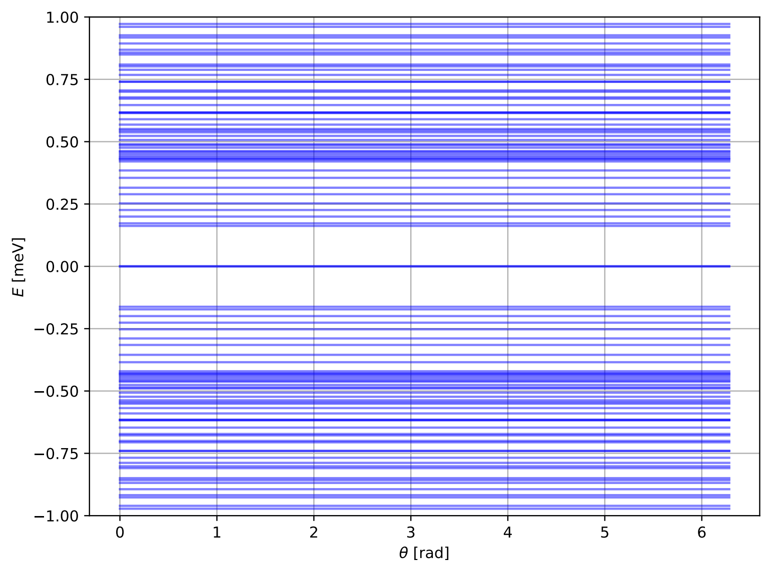
W przypadku rotacji pola w płaszczyznach xy i xz spektrum wykazuje rozszczepienia zgodne z zachowaniem oczekiwanym w obecności silnego sprzężenia spin–orbita i nadprzewodnictwa (rys. 6, 7).



Rysunek 5: Moduł funkcji falowej w nanodrucie policzony dla realistycznego modeli nanodrutu z SOC. Wyniki dla $B_x = 1$ T dla stanu najbliższego energii $E = 0$



Rysunek 6: Spektrum energii w funkcji pola rotującego w płaszczyźnie xy. Wyniki dla realistycznego modelu nanodrutu z SOC, dla $|B| = 1$ T.



Rysunek 7: : Spektrum energii w funkcji pola rotującego w płaszczyźnie xz. Wyniki dla realistycznego modelu nanodrutu z SOC, dla $|B| = 1$ T.