SISTEMI DI NUMERAZIONE
IL SISTEMA DECIMALE

La base del sistema decimale è 10

I simboli del sistema decimale sono: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Il sistema di numerazione decimale è un sistema <u>posizionale</u>. L'aggettivo posizionale indica che il peso dei simboli, cifre che compongono il numero, dipende dalla loro posizione all'interno del numero stesso.

<u>Esempio</u>

Il numero 821,32 si ottiene sommando:

8 centinaia +
2 decine +
1 unità +
3 decimi +
2 centesimi =

821,32

Pertanto il suo valore nel sistema decimale si può ottenere come:

$$8 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 1 \times 10^0 + 3 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2}$$

Notiamo che la notazione con il pedice 10 indica che il numero si riferisce ad un valore espresso in base 10.

SISTEMI POSIZIONALI

Si è detto che il sistema decimale è un sistema posizionale poiché il valore di un simbolo dipende dalla posizione che il simbolo ha all'interno del numero.

In generale, in un sistema posizionale di base ***b*** la scrittura:

$$a_k \; a_{k-1} \; \ldots\ldots \; a_1 \; a_0 \; , \; a_{-1} \; a_{-2} \; \ldots\ldots\ldots \; a_{-h}$$

equivale a:

$$a_k \bullet b^k + a_{k-1} \bullet b^{k-1} + \ldots + a_1 \bullet b^1 + a_0 \bullet b^0 + a_{-1} \bullet b^{-1} + a_{-2} \bullet b^{-2} + \ldots + a_{-h} \bullet b^{-h}$$

NUMERAZIONE BINARIA

La base del sistema binario è 2

I simboli del sistema binario sono: 0 1

Il sistema di conteggio avviene in maniera analoga a quello del sistema decimale:

> *Si comincia con la prima posizione usando tutti i simboli a disposizione.*
> *Una volta esauriti i simboli si genera il riporto di 1 e si passa alla posizione successiva, riconsiderando tutti i simboli e sommando il riporto.*

<u>Esempio</u>

DECIMALE	BINARIO
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
....	....

CONVERSIONE BINARIO-DECIMALE

Per effettuare la conversione binario-decimale occorre considerare tutte le cifre che compongono il numero binario e sommarle tra loro, dopo averle moltiplicate per la potenza di 2 che caratterizza la loro posizione.

Esempio

$$(101101)_2 \Longrightarrow (?)_{10}$$

1 0 1 1 0 1

$$1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 =$$

$$= 32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 =$$

$$= (45)_{10}$$

CONVERSIONE DECIMALE-BINARIO

Per la conversione di un numero decimale nella sua equivalente rappresentazione binaria occorre dividerlo ripetutamente per 2 ed annotare i resti.

Il procedimento si arresta quando il quoziente diventa zero.

I resti, riscritti dall'ultimo ottenuto al primo, forniscono il numero cercato.

Esempio

DIVISIONE		QUOZIENTE	RESTO
86/2	=	43	0
43/2	=	21	1
21/2	=	10	1
10/2	=	5	0
5/2	=	2	1
2/2	=	1	0
1/2	=	0	1

1	0	1	0	1	1	0

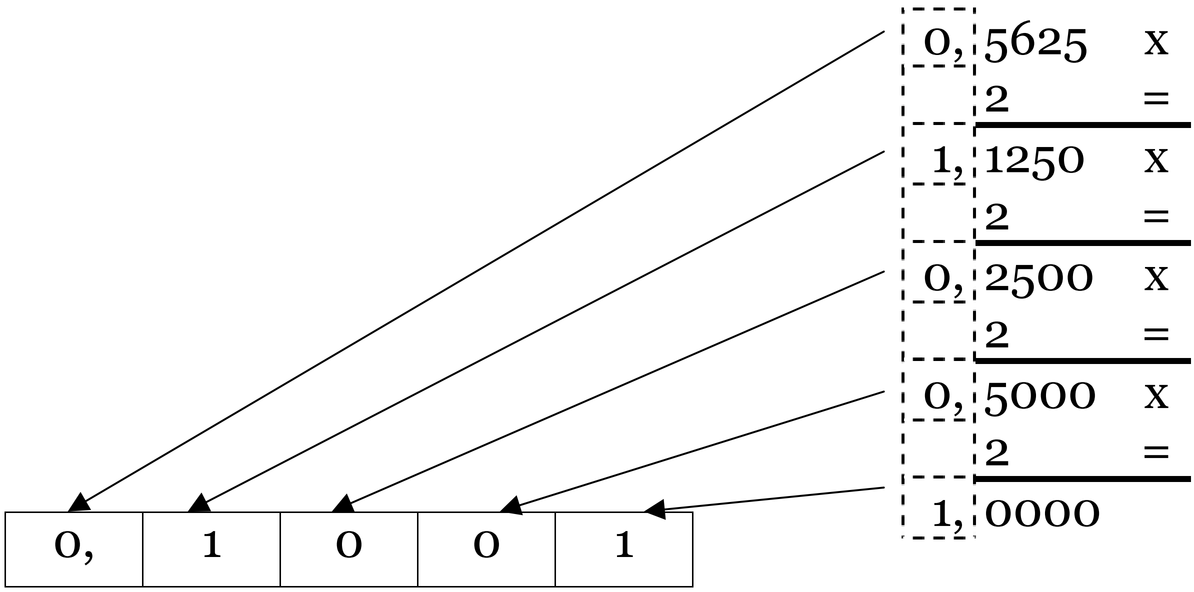
$$(86)_{10} \Longrightarrow (1010110)_2$$

CONVERSIONE DECIMALE-BIANRIO
DI NUMERI CON PARTE FRAZIONARIA

Per la conversione di numeri decimali con parte frazionaria occorre moltiplicare ripetutamente per due il numero di partenza e prendere nota della parte intera del risultato.
Il procedimento ha termine quando la parte decimale del risultato si riduce a zero.
A questo punto le parti intere dei prodotti svolti costituiscono, nell'ordine in cui sono state ricavate, il numero binario frazionario cercato.

Esempio

$$(0{,}5625)_{10} \Longrightarrow (?)_2$$



$$(0{,}5625)_{10} \Longrightarrow (0{,}1001)2$$

Nota

Non è detto che il procedimento di conversione da un numero decimale frazionario ad un numero binario abbia sempre termine.
In alcuni casi il risultato della moltiplicazione per 2 non arriverà mai ad avere parte decimale nulla.
In questi casi bisognerà arrestarsi arbitrariamente ad un certo numero di cifre dopo la virgola.

Questo introdurrà un inevitabile errore di conversione dovuto al troncamento di cifre effettuato.

ADDIZIONE BINARIA

Le regole per l'addizione binaria sono esattamente le stesse che si adoperano nell'addizione decimale.

0+0 =	0	
0+1 =	1	
1+0 =	1	
1+1 =	0	(con riporto di 1)

Esempio

A		1	1	0	1	0	0	+
B			1	1	1	0	1	=
A+B	1	0	1	0	0	0	1	

Infatti come verifica possiamo convertire in decimale:

$$A = (52)_{10} \qquad B = (29)_{10} \qquad A+B = (81)_{10}$$

SOTTRAZIONE BINARIA

Anche la sottrazione binaria si effettua in maniera formalmente identica a quella decimale.

0-0 =	0	
1-0 =	1	
1-1 =	0	
0-1 =	1	(con prestito di 1 dalla cifra precedente)

Un metodo più semplice per effettuare la sottrazione in binario è quello di usare il complemento alla base.

Definizione

Dato un numero N di k cifre espresso in base b, intero e diverso da zero, diciamo complemento alla base b di N il numero

$$b^k - N = \overline{N}$$

Complemento alla base 2

Il complemento alla base 2 di un numero binario si ottiene semplicemente scambiando i simboli 0 con i simboli 1 e viceversa ed infine sommando 1.

Esempio

N =	1	1	0	1	
scambio					
	0	0	1	0	+
				1	
— N =	0	0	1	1	

Verifichiamo convertendo in decimale:

$$(1101)_2 = (13)_{10} \qquad (0011)_2 = (3)_{10}$$

$$b^k - N = 2^4 - 13 = 16 - 13 = 3$$

SOTTRAZIONE BINARIA
CON IL METODO DEL COMPLEMENTO

Per rendere più agevole l’operazione di sottrazione nel sistema di numerazione binario possiamo adoperare il metodo del complemento a 2.
Tale metodo consiste in 3 passi:

1) Se si desidera calcolare A – B si effettua il complemento di B.
2) Si calcola la somma A + $\overline{B}$.
3) Si prende il risultato della somma senza l’ultimo riporto.

<u>Esempio</u>

Siano $A = (9)_{10} = (1001)_2$, $B = (8)_{10} = (1000)_2$

si vuole calcolare A - B

1) Facciamo il complemento a due di B

B =	1	0	0	0	
scambio					
	0	1	1	1	+
				1	
$\overline{B}$ =	1	0	0	0	

2) Sommiamo A + $\overline{B}$

A		1	0	0	1	+
$\overline{B}$		1	0	0	0	=
A+ $\overline{B}$	$\cancel{1}$	0	0	0	1	

3) Prendiamo il risultato senza riporto $(0001)_2 = (1)_{10}$

NUMERAZIONE ESADECIMALE

La base del sistema esadecimale è 16

I simboli del sistema esadecimale sono: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

Il metodo di conta è analogo a quello decimale:

> *Si comincia con la prima posizione usando tutti i simboli a disposizione. Una volta esauriti i simboli si genera il riporto di 1 e si passa alla posizione successiva, riconsiderando tutti i simboli e sommando il riporto.*

CONVERSIONE ESADECIMALE-DECIMALE

In maniera analoga alla conversione binario-decimale per convertire un numero esadecimale nella sua equivalente rappresentazione binaria occorrerà sommare tutte le cifre prese con il loro peso (una potenza di 16) in funzione della loro posizione.

Esempio

$$(61B02,CAE)_{16} \Longrightarrow (?)_{10}$$

$$6 \cdot 16^4 + 1 \cdot 16^3 + 11 \cdot 16^2 + 0 \cdot 16^1 + 2 \cdot 16^0 + 12 \cdot 16^{-1} +$$

$$+ 10 \cdot 16^{-2} + 14 \cdot 16^{-3} = (400130,7924\ldots\ldots)_{10}$$

Nota

Anche in questo tipo di conversione esiste un inevitabile errore di troncamento.
È interessante notare come nel sistema esadecimale lo stesso numero può essere espresso con maggiore precisione che in quello decimale, usando un minor numero di cifre.

CONVERSIONE DECIMALE-ESADECIMALE

Per la conversione di un numero decimale nella sua equivalente rappresentazione esadecimale occorre dividerlo ripetutamente per 16 ed annotare i resti.

Il procedimento si arresta quando il quoziente diventa zero.

I resti, riscritti dall'ultimo ottenuto al primo, forniscono il numero cercato.

Esempio

$$(8826)_{10} \Longrightarrow (?)_{16}$$

DIVISIONE	QUOZIENTE	RESTO
8826 : 16 =	551	$10 = (A)_{16}$
551 : 16 =	34	$7 = (7)_{16}$
34 : 16 =	2	$2 = (2)_{16}$
2 : 16 =	0	$2 = (2)_{16}$

2	2	7	A

$$(8826)_{10} \Longrightarrow (227A)_{16}$$

CONVERSIONE BINARIO-ESADECIMALE

Per convertire un numero binario nella sua equivalente rappresentazione esadecimale la procedura è estremamente semplice.

È sufficiente prendere i bit a gruppi di 4 ed interpretarli come cifre esadecimale.

La procedura deve partire dalla cifra meno significativa che è quella più a destra, quindi con il peso minore.

Per aiutarsi si può passare dall'interpretazione decimale.

<u>Esempio</u>

$$(11010100)_2 \Longrightarrow (?)_{16}$$

$$\begin{array}{ccc} 1101 & | & 0100 \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ (13)_{10} & & (4)_{10} \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ (D)_{16} & & (4)_{16} \end{array}$$

Quindi risulta:

$$(11010100)_2 = (D4)_{16}$$

<u>Nota</u>

Può capitare che il numero di cifre del numero binario di partenza non sia un multiplo di 4.
In tal caso occorrerà aggiungere degli zeri, sufficienti a rendere il numero di cifre binarie multiplo di 4, a sinistra della più significativa.

CONVERSIONE ESADECIMALE-BINARIO

La conversione da esadecimale a binario si ottiene molto semplicemente sostituendo ad ogni cifra esadecimale il corrispondente gruppo di quattro cifre binarie.

In questa operazione ci si può aiutare facendo uso della seguente tabella:

ESADECIMALE	BINARIO	DECIMALE
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
A	1010	10
B	1011	11
C	1100	12
D	1101	13
E	1110	14
F	1111	15

Esempio

$$(F4)_{16} \Longrightarrow (?)_2$$

$$\begin{array}{cc} (F)_{16} & (4)_{16} \\ \Downarrow & \Downarrow \\ (15)_{10} & (4)_{10} \\ \Downarrow & \Downarrow \\ (1111)_2 & (0100)_2 \end{array}$$

Quindi: $(F4)_{16} = (11110100)_2$