

Two and Seven Joints

Fensterbasierte Kopplungsmaße \Rightarrow Komplexer Strategie-Operator \Rightarrow Policy

Research Demo (NumPy/Matplotlib)

Martha Elias

2025-10-19

Abstract

Diese Demo erzeugt synthetische Roboterdaten (zwei Gelenkgeschwindigkeiten $q_d^{(1,2)}$, deren Beschleunigungen $\dot{q}^{(1,2)}$, ein Befehlsmoment u sowie ein gemessenes Moment τ_{meas}). Aus rollierenden Fenstern der Länge W werden drei Größen geschätzt: (i) Kohärenz, (ii) Reaktivität und (iii) gerichtete Kopplung. Diese werden zu einem komplexen Strategie-Operator $\Xi = \Re\Xi + i\Im\Xi$ kombiniert und entlang vier Entscheidungssachsen (execute / guard / stop / pivot) über eine Softmax-Policy projiziert. Ein zweites Skript streamt einen Mehrgelenk-Feed, führt Fenster-Updates in Echtzeit aus und kann optional ein Video exportieren.

CAUTION

Deterministic modeling is vulnerable to unnatural distortions and algorithmically triggered reactions. Independent safety and risk management strategies are essential.

DISCLAIMER (Research Only)

This repository contains a research prototype. It is provided for educational and research purposes only. It does **NOT** constitute financial, investment, legal, medical, or any other professional advice. No warranty is given. Use at your own risk. Before using any outputs to inform real-world decisions, obtain advice from qualified professionals and perform independent verification.

1 Setup und Notation

Diskrete Zeit mit Abtastrate f_s (Standard: 100 Hz). Pro Auswertung wird ein Fenster der Länge W (typisch $W=256$ Samples ≈ 2.56 s) mit Hann-Taper w verarbeitet und nach S Samples weitergeschoben.

Analytisches Signal (innerhalb eines Fensters). Für eine reelle Zeitreihe x wird eine FFT-Hilbert-Näherung verwendet, um $z = x + i\mathcal{H}[x]$ und die Phase $\phi = \arg z$ zu bestimmen. *Hinweis:* Diese Variante ist nicht kausal; für Echtzeitanwendungen wird eine FIR-Hilbert-Implementierung empfohlen.

2 Fensterbasierte Merkmale

Wir definieren $\langle a, b \rangle_w = \sum_tw_ta_tb_t$ und $\|a\|_w = \sqrt{\langle a, a \rangle_w}$.

(1) Bewegungs-Kohärenz (über zwei Gelenke)

Für $q_d^{(j)}$ mit Phasen $\phi^{(j)}(t)$ gilt die Phasen-Sperrwertfunktion (PLV)

$$\text{PLV}_v = \left| \frac{1}{W} \sum t = 1^W \exp\left(i \frac{1}{2} \sum j = 1^2 \phi^{(j)}(t)\right) \right| \in [0, 1].$$

(2) Reaktivität (Befehl → Dynamik)

Aggregierte Beschleunigung $\ddot{q}_{\Sigma} = \frac{1}{2}(q^{(1)} + q^{(2)})$. Gewichtete Korrelationsgröße:

$$\rho_{u, \ddot{q}} = \frac{|\langle u, \ddot{q}_{\Sigma} \rangle_w|}{\|u\|_w \|\ddot{q}_{\Sigma}\|_w} \in [0, 1].$$

(3) Kopplung / Orientierung zwischen u und τ_{meas}

Phasendifferenz $\Delta\phi(t) = \arg(z_u(t)\overline{z_{\tau}(t)})$:

$$\text{PLV}(u, \tau) = \left| \sum_t \tilde{w}_t e^{i\Delta\phi(t)} \right|, \quad \text{IAI}(u, \tau) = \sum_t \tilde{w}_t \sin \Delta\phi(t),$$

mit $\tilde{w} = w / \sum w$. IAI misst die *imaginäre* Antisymmetrie (Vorlauf/Nachlauf).

(4) Pseudoskalar P (Oddness × Chiralität)

Oddness unter Zeitumkehr:

$$x^{\text{odd}} = \frac{1}{2}(x - x^{\text{rev}}), \quad O = \frac{\langle x^{\text{odd}}, x^{\text{odd}} \rangle_w}{\langle x, x \rangle_w} \in [0, 1], \quad (x = u)$$

Chiralität (orientierte Flächenrate im Phasenraum (x, y) mit $y = \mathcal{H}[x]$):

$$C = \frac{\sum_t tw_t (x_t \Delta y_t - y_t \Delta x_t)}{\sum_t tw_t (x_t^2 + y_t^2) + \varepsilon} \in [-1, 1], \quad P = O \cdot C \in [-1, 1].$$

(5) Latenzindex

Eine Kreuzkorrelationssuche über $\pm L_{\text{max}}$ Samples liefert das geschätzte Lag \hat{L} zwischen u und τ . Normierung: $\text{LagIdx} = |\hat{L}| / L_{\text{max}} \in [0, 1]$.

3 Strategie-Operator Ξ und Policy

Die Demo kombiniert die Merkmale linear (bewusst einfach und reproduzierbar):

$$\Re\Xi = 0.45 \text{PLV}_v + 0.35 \rho_{u, \ddot{q}} - 0.25 \text{LagIdx}, \quad \Im\Xi = 0.65 P + 0.35 \text{IAI}(u, \tau).$$

Aus $\Xi = |\Xi|e^{i\theta}$ ergeben sich vier Entscheidungsachsen:

$$\Theta = \{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}\} \leftrightarrow \{\text{execute, guard, stop, pivot}\}, \quad v_k = |\Xi| \cos(\theta - \Theta_k).$$

Eine Softmax mit temperaturadaptiver Skalierung

$$T_{\text{eff}} = \text{clip}(T \cdot (1 - 0.4(|\Xi| - 0.5)), 0.35, 1.25)$$

erzeugt Policy-Wahrscheinlichkeiten p_k und wählt die Aktion $\arg \max_k p_k$.

4 Szenarien (Tests)

(A) Orientierungs-Flip: $\tau_{\text{meas}} \mapsto -\tau_{\text{meas}}$ im Intervall \Rightarrow Vorzeichenwechsel der Orientierung, IAI kippt, Policy tendiert zu guard/pivot/stop.

(B) Latenz / Desync: u wird um $\hat{L} > 0$ verzögert \Rightarrow LagIdx steigt, $\Re\Xi$ sinkt, Policy wird konservativer.

5 Live-Streaming und Export

Das zweite Skript simuliert $J=7$ Gelenke ($f_0 \approx 0.8$ Hz mit kleinen Verstimmungen), sammelt die letzten W Samples in deque-Puffern, mittelt τ über alle Gelenke und ruft pro Hop `compute_xi` auf. Es plottet $|\Xi|$, die Policy-Kurven $p_k(t)$ und die dominante Aktion; optional wird ein MP4 mit `FFMpegWriter` exportiert.

6 Parameterwirkung

Mit $f_s=100$ Hz, $W=256$, $S=16$ ergibt sich eine zeitliche Auflösung von 160 ms bei einer Lookback-Tiefe von 2.56 s. Kleinere Fenster reagieren schneller, sind aber rauschanfälliger; größere Fenster sind stabiler, aber träger (insbesondere im Szenario B).

7 Grenzen und Erweiterungen

Hilbert: Die FFT-Hilbert-Variante ist randempfindlich; für Echtzeit sollte eine kausale FIR-Hilbert-Implementierung verwendet werden. **Signifikanz:** Optionaler Rayleigh-Test zur Phasenbündelung \Rightarrow Gate für P . **T₇:** Eine Persistenzachse (Run-Length/Stabilität) kann P und $\Re\Xi$ gewichten, um Flip-Empfindlichkeit zu steuern.

8 Reproduzierbarkeit

```
# Basislauf:  
python two_joints.py --plot  
  
# Streaming + MP4-Export:  
python seven_joints_live.py
```

Konsolenausgabe. Anzahl Fenster, mittleres $|\Xi|$, Aktionshistogramm. Plots zeigen $|\Xi|$, PLV, PLV(u , q), $|u, q|$, LagIdx, Policy-Kurven und Aktionsverlauf.

Fazit

Die Demo zeigt, dass (i) Phasenkohärenz und Reaktivität einen stabilen Realteil von liefern, (ii) gerichtete Kopplungsmaße (P , IAI) die Orientierungsachse definieren und (iii) eine einfache Softmax-Projektion vier sinnvolle Robotik-Zustände abbildet. Latenz verschiebt in Richtung guard/stop, während Orientierungsflips den Imaginärteil rotieren und Redirects auslösen.

Copyright (c) 2025 Martha Elias

Licensed under the Apache License, Version 2.0 (the "License"); you may not use this file except in compliance with the License. You may obtain a copy of the License at

<https://www.apache.org/licenses/LICENSE-2.0>

Unless required by applicable law or agreed to in writing, software distributed under the License is distributed on an "AS IS" BASIS, WITHOUT WARRANTIES OR CONDITIONS OF ANY KIND, either express or implied. See the License for the specific language governing permissions and limitations under the License.

ADDITIONAL RESEARCH DISTRIBUTION CLAUSE

This software is distributed as part of an independent research project.

The author (Martha Elias) retains full authorship and reserves the unrestricted right to: • publish, archive, or make public updated or extended versions of this work in the future, • integrate parts of this work into future academic or open-source releases, even if earlier versions were distributed commercially.

Purchasers and licensees may freely use this work — including for commercial or applied purposes — provided that proper attribution to the original author is maintained and the license terms are respected.

No exclusivity is granted to any buyer or institution. All versions remain part of the same continuous research line and may be openly released by the author at any time.

Author: Elias, Martha
Version: v1.0 (October 2025)
marthaelias [at] protonmail [dot] com