Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 3

Responeu a CINC de les sis questions seguents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que permetin emmagatzemar dades o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Considereu la funció

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{si } x \le -1 \\ ax+b & \text{si } -1 < x < 2. \\ x^2 & \text{si } x \ge 2 \end{cases}$$

Trobeu el valor de *a* i *b* perquè la funció sigui contínua per a tots els nombres reals. [2 punts]

- 2. En acabar un curs de pintura, els alumnes reben com a obsequi un estoig amb retoladors i colors. Es regalen dos tipus d'estoigs: els vermells, que contenen 1 retolador i 2 colors i costen 9€, i els verds, que porten 3 retoladors i 1 color i costen 15€. L'escola disposa de 200 retoladors i 100 colors per a omplir els estoigs. Necessita preparar almenys 40 estoigs i que el nombre d'estoigs vermells no superi el nombre d'estoigs verds. Amb aquestes dades, l'escola vol calcular el preu que haurà de pagar per aquests obsequis.
 - *a*) Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió de les possibles opcions de l'escola.

[1,25 punts]

- **b**) Calculeu quants estoigs de cada tipus cal preparar perquè la despesa sigui mínima i digueu quina és aquesta despesa mínima.

 [0,75 punts]
- 3. Un inversor ha obtingut un benefici de 1.500 € després d'invertir un total de 40.000 € en tres empreses diferents. Aquests beneficis es desglossen de la manera següent: la quantitat invertida en l'empresa A li ha reportat un 2 % de beneficis, la quantitat invertida en l'empresa B, un 5 %, i la quantitat invertida en l'empresa C, un 7 %. Els diners invertits en l'empresa B han estat els mateixos que en les altres dues empreses juntes. Quina va ser la quantitat invertida en cada una de les tres empreses? [2 punts]

- 4. La despesa mensual en tabac d'un fumador ve determinada pel seu salari mitjançant la funció $f(x) = \frac{400x}{x^2 + 4}$, en què x representa el salari en milers d'euros i f(x) la despesa mensual en tabac en euros.
 - a) Determineu el salari per al qual la despesa en tabac és màxima. A quant ascendeix aquesta despesa?
 [1 punt]
 - **b**) Per a quins salaris la despesa mensual és inferior a 60 €? [1 punt]
- 5. Resoleu les preguntes següents:
 - a) Trobeu les matrius \mathbf{A} i \mathbf{B} que compleixen que $\mathbf{A} 2\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 13 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$ i $2\mathbf{A} + 3\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & -9 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$.
 - **b)** Determineu el valor de a, b, c i d perquè es verifiqui que $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & c \\ 2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & -5 \\ d & -7 \end{pmatrix}$.
- 6. Sabem que la funció $f(x) = \frac{ax+b}{cx+1}$ passa pel punt (2, -5) i que les rectes x = 1 i y = 2 en són les asímptotes vertical i horitzontal, respectivament. Calculeu a, b i c. [2 punts]