Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 2

Responeu a CINC de les sis questions seguents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

- 1. Un estudi de laboratori sobre la propagació d'una espècie de mosques mostra que, passades t setmanes, el nombre d'individus és N(t) centenars de mosques, en què $N(t) = -(t-2)^2 + 9$.
 - a) Quantes mosques formen la població al cap d'una setmana? Quantes setmanes han de transcórrer fins a la desaparició total de les mosques?
 [1 punt]
 - b) Quina és la població màxima d'individus? Quantes setmanes han hagut de passar per a obtenir aquesta població màxima?
 [1 punt]
- 2. Una empresa fabrica dos tipus de begudes, que anomenarem B₁ i B₂, i en el procés de fabricació fa servir dos tipus d'ingredients, que designarem C i D. Disposa de 90 L de C i de 150 L de D. Per cada bidó de beguda B₁ calen 1 L d'ingredient C i 2 L d'ingredient D, i per cada bidó de beguda B₂ calen 2 L de C i 1 L de D. Sabem que cada bidó de B₁ dóna 10€ de benefici, i que cada bidó de B₂ en proporciona 15€.
 - *a*) Plantegeu les inequacions corresponents a les restriccions indicades, calculeu els vèrtexs de la regió factible, i dibuixeu-la.

[1 punt]

b) Escriviu la funció objectiu. Quants bidons de cada tipus cal fabricar per a obtenir el benefici màxim? Quin és aquest benefici?
 [1 punt]

- 3. Considereu el triangle de vèrtexs A = (2, -1), B = (5, 0) i C = (2, 4).
 - *a*) Determineu les equacions de les rectes del pla que contenen els costats del triangle *ABC*.

[1 punt]

- **b**) Considereu el sistema d'equacions format per les tres equacions de l'apartat anterior. Determineu el rang de la matriu associada i el rang de la matriu ampliada d'aquest sistema. Justifiqueu la resposta.

 [1 punt]
- **4.** Determineu dos nombres enters positius que sumin 25, de manera que el doble del quadrat del primer sumat amb el triple del quadrat del segon doni el mínim valor possible.

[2 punts]

- 5. Considereu la matriu $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.
 - a) Una matriu B, la primera fila de la qual és (2, 1), té dues columnes i compleix que $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Completeu-la.

[1 punt]

- **b**) Calculeu $(A \cdot B)^{-1}$. [1 punt]
- 6. Sabem que la funció $f(x) = ax^3 + 3x^2 bx \frac{1}{3}$ passa pel punt (1, 0), i que la recta

tangent a la gràfica de la funció en aquest punt és paral·lela a la recta 12x-2y=3.

- *a*) Determineu els valors dels paràmetres *a* i *b*. [1 punt]
- b) Per a a=1 i b=9, determineu, si n'hi ha, les abscisses dels extrems possibles (màxims o mínims) de la funció, i classifiqueu-los.
 [1 punt]

