Curs 1999-2000

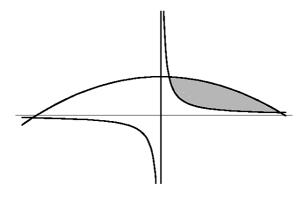
A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu).

QÜESTIONS

1. Calculeu els valors de *a* tals que les tangents a la gràfica de la funció $f(x) = ax^3 + 2x^2 + 3$ en els punts d'abscisses x = 1 i x = -1 siguin perpendiculars entre si.

[2 punts]

2. Calculeu l'àrea que té l'únic recinte tancat limitat per les gràfiques de les funcions $y = -x^2 + 7$ i $y = \frac{6}{x}$ representat en el dibuix següent:



[2 punts]

3. Donat el sistema d'equacions

$$3x - 2y + z = 5$$

 $2x - 3y + z = 4$

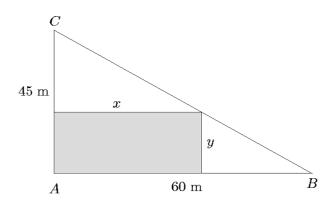
- a) Afegiu-hi una equació lineal de manera que el sistema resultant sigui incompatible.
- b) Afegiu-hi una equació lineal de manera que el sistema resultant sigui compatible indeterminat. Resoleu el sistema que s'obtingui.

[2 punts]

4. El circ és a la ciutat i s'ha d'instal·lar. L'especialista a muntar-lo encara no ha arribat i els altres no saben la quantitat de cable d'acer que necessiten. El més espavilat recorda que, un cop tensat el cable des de l'extrem del pal principal fins a un punt determinat del terra amb el qual forma un angle de 60°, calen dos metres més de cable que si forma amb el terra un angle de 70°. En total han de posar sis cables tensats formant amb el terra un angle de 60°. Quants metres de cable necessiten?

PROBLEMES

1. Un terreny té forma de triangle rectangle, els catets mesuren AB = 60 m i AC = 45 m. En aquest terreny es pot construir una casa de planta rectangular com indica la part ombrejada de la figura següent:



Voleu vendre aquest terreny i us paguen 5.000 pessetes per cada metre quadrat no edificable i 25.000 pessetes per cada metre quadrat edificable.

- a) Determineu la relació que hi ha entre l'amplada x i la profunditat y del rectangle que determina la part edificable.
- b) Determineu l'expressió que dóna el valor del terreny en funció de l'amplada *x* del rectangle edificable.
- c) Quines són les dimensions de la part edificable que ens permeten obtenir un valor màxim per a aquest terreny?
- d) Quin és aquest valor màxim?

[4 punts]

- 2. Donats el pla π d'equació x+2y+3z-1=0, la recta r d'equacions $\begin{cases} x=2z-3\\ y=z+4 \end{cases}$ i el punt P=(2,1,1), calculeu:
 - a) Unes equacions de la recta que passa per P i és perpendicular a π .
 - b) L'equació del pla que passa per *P* i és perpendicular a la recta *r*.
 - c) Unes equacions de la recta que passa per *P* i talla perpendicularment *r*.
 - d) Unes equacions de la recta que passa per P, és paral·lela al pla π i tal que el seu vector director és perpendicular al de r.

[4 punts]

Curs 1999-2000

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu).

QÜESTIONS

- 1. El polinomi $p(x) = x^2 + ax + b$ s'anul·la per a x = 2 i compleix $\int_0^2 p(x) dx = 4$.

 Calculeu raonadament a i b.
- 2. Determineu els punts de la gràfica de $f(x) = x^4 + 5x$ on la recta tangent és paral·lela a la bisectriu del primer quadrant. Calculeu l'equació d'aquestes rectes tangents. [2 punts]
- 3. Se sap que el sistema d'equacions

té més d'una solució.

Calculeu a i digueu quina és la interpretació geomètrica que té el conjunt de totes les solucions d'aquest sistema. [2 punts]

4. Els costats d'un triangle són de longituds 8 cm, 11 cm i 13 cm. Calculeu el valor del sinus de l'angle més petit. [2 punts]

PROBLEMES

- 1. Considereu la funció $f(x) = \frac{x^2}{x + a}$, on a és un paràmetre.
 - a) Calculeu a sabent que la recta y = x + 2 és una asímptota obliqua d'aquesta funció.
 - b) Prenent el valor de a obtingut en l'altre apartat, calculeu el domini, les interseccions de la gràfica amb els eixos, els intervals de creixement i decreixement i els extrems relatius de la funció f. Feu una gràfica aproximada d'aquesta funció a partir de les dades que heu obtingut.

[4 punts]

- 2. Un quadrat de l'espai té tres dels seus vèrtexs consecutius situats en els punts de coordenades enteres P = (3, -2, 4), Q = (a, -1, a + 1) i R = (2, -3, 0).
 - a) Tenint en compte que els vectors \overrightarrow{QP} i \overrightarrow{QR} han de ser perpendiculars, calculeu el valor del nombre enter a.
 - b) Calculeu l'equació del pla que conté aquest quadrat.
 - c) Calculeu el quart vèrtex d'aquest quadrat. d) Calculeu l'àrea d'aquest quadrat.

[4 punts]