### Curs 2001-2002

A continuació trobareu l'enunciat de guatre güestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre questions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les questions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

## QÜESTIONS

- 1. Calculeu la primitiva de la funció  $f(x) = x\sqrt{x^2 1}$  que s'anul·la en el punt d'abscissa x = 2. [2 punts]
- 2. Determineu el valor que ha de tenir k perquè la funció  $f(x) = \frac{2x^2 3kx + 5}{x 2}$ tingui límit quan x tendeix a 2 (és a dir, existeixi  $\lim_{x \to a} f(x)$ ) i calculeu el valor que tindrà aquest límit. [2 punts]
- 3. Considereu els plans d'equacions:

$$\pi_1$$
:  $x + 2y - z = 3$  i  $\pi_2$ :  $ax + (a - 2)y + 2z = 4$ .

- a) Hi ha algun valor del paràmetre a per al qual la intersecció dels plans  $\pi_1$  i  $\pi_2$ no és una recta?
- b) Calculeu un vector director de la recta que s'obté quan es fa la intersecció de  $\pi_1$  i  $\pi_2$  per al valor del paràmetre a=0.

[2 punts]

4. Considereu la recta r d'equacions:  $x - 1 = \frac{y - 5}{-3} = \frac{z - 7}{-4}$ . Calculeu els punts d'aquesta recta situats a una distància 3 del punt A = (1, 0, 1).

[2 punts]



#### **PROBLEMES**

- 1. S'ha de construir un gran dipòsit cilíndric de  $81\pi$  m<sup>3</sup> de volum. La superfície lateral ha de ser construïda amb un material que costa  $30 \in el m^2$  i les dues bases amb un material que costa  $45 \in el m^2$ .
  - a) Determineu la relació que hi haurà entre el radi r de les bases circulars i l'altura h del cilindre, i doneu el cost C(r) del material necessari per construir aquest dipòsit en funció de r.
  - b) Quines dimensions (radi i altura) ha de tenir el dipòsit perquè el cost del material necessari per construir-lo sigui el mínim possible?
  - c) Quin serà, en aquest cas, el cost del material?

[2 punts l'apartat a) i 1 els altres dos]

2. D'un paral·lelogram sabem que el costat més llarg mesura 20 cm, que la seva àrea és de 120 cm² i que l'angle més petit val 30°.

#### Determineu:

- a) El valor de l'altre angle del paral·lelogram (el més gran).
- b) La longitud del costat petit.
- c) El que mesura la diagonal més llarga.

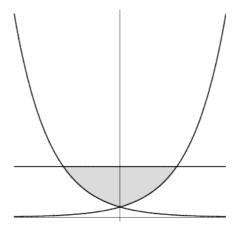
[2 punts l'apartat b) i 1 els altres dos]

### Curs 2001-2002

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

# QÜESTIONS

1. Calculeu l'àrea compresa entre les gràfiques de les corbes  $y = e^{2x}$  i  $y = e^{-2x}$  i la recta y = 5 representada en l'esquema següent:



[2 punts]

- 2. Sabent que la funció  $y = (x + a)(x^2 4)$ , on a és un nombre real, té un màxim i un mínim relatius, i que el màxim relatiu s'assoleix en el punt  $x = -\frac{1}{3}$ , trobeu l'abscissa del mínim relatiu. [2 punts]
- 3. Sigui  $f(x) = \frac{mx 2}{x 1}$ , on m és un paràmetre.
  - a) Determineu per a cada valor del paràmetre m el valor del límit  $\lim_{x \to 1} f(x)$  (si existeix).
  - b) Per a quins valors de m la derivada f'(x) de la funció f(x) és positiva per a tot x?

[2 punts]

4. Calculeu l'angle que forma el pla x-2y+z=1 amb la recta determinada per les equacions  $\begin{cases} x = t \\ y = 1+t \\ z = 2 \end{cases}$ 

## **PROBLEMES**

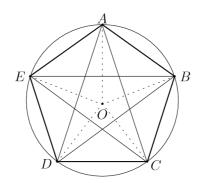
1. Considereu les rectes *r* i *s* amb les equacions següents:

$$r: \begin{cases} x & - & y & + & 3 & = & 0 \\ 2x & - & z & + & 2 & = & 0 \end{cases} \qquad s: \begin{cases} y & + & \frac{1}{3} & = & 0 \\ x & - & 2z & - & 3 & = & 0 \end{cases}$$

- a) Calculeu, de cada una de les rectes, un punt i un vector director.
- b) Determineu si existeix cada un dels objectes següents i en cas afirmatiu calculeu la seva equació:
  - i) El pla paral·lel a la recta s que conté la recta r.
  - ii) El pla perpendicular a la recta s que conté la recta r.
  - iii) La recta perpendicular a les rectes *r* i *s* que passa per (0, 0, 0).

[4 punts]

2. Sobre una circumferència de radi 1 m i centre en el punt *O* considerem els cinc vèrtexs *A*, *B*, *C*, *D*, *E* d'un pentàgon regular (és a dir, amb els cinc costats de la mateixa longitud) com el del dibuix següent:



(on hem dibuixat també els *costats AB*, *BC*, *CD* i *DE*; les *diagonals AC*, *BD*, *CE*, *DA* i *EB*; i els radis que acaben en cada un dels vèrtexs *OA*, *OB*, *OC*, *OD* i *OE*).

#### Calculeu:

- a) L'angle que formen el radi que acaba en el vèrtex A amb el costat AB i l'angle que formen en el vèrtex A els dos costats que el tenen com a extrem (és a dir, l'angle A entre els costats EA i AB).
- b) La longitud de cada un dels costats del pentàgon.
- c) La longitud de qualsevol de les diagonals (per exemple la EB).
- b) L'àrea del triangle *EAB*.

[4 punts]