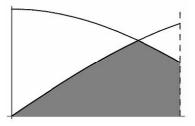
Curs 2000-2001

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

QÜESTIONS

- 1. a) Quin és l'angle x en radians $(0 < x < \frac{\pi}{2})$ tal que $\sin(x) = \cos(x)$?
 - b) Considereu les funcions $f(x) = \sin(x)$ i $g(x) = \cos(x)$. Calculeu la superfície del recinte delimitat superiorment per les gràfiques d'aquestes funcions, inferiorment per l'eix d'abscisses i lateralment per les rectes verticals x = 0 i $x = \frac{\pi}{3}$ representat en l'esquema següent:



[2 punts]

- 2. La circumferència C passa pel punt A = (4, 0) i és tangent a la recta y = x en el punt B = (4, 4).
 - a) Determineu l'equació de la recta que passa per *B* i pel centre de la circumferència *C*.
 - b) Trobeu el centre de C i calculeu el seu radi.

[2 punts]

- 3. Donats els punts de l'espai A = (2, 0, 0), B = (0, 1, 0) i C = (0, 0, 3).
 - a) Determineu l'equació del pla π que els conté.
 - b) Calculeu l'equació de la recta r perpendicular al pla π i que passa per l'origen.

[2 punts]

4. Els tres costats d'un triangle mesuren 3 cm, 4 cm i 5 cm. Calculeu els seus angles i la seva àrea. [2 punts]

PROBLEMES

- 1. Hem de fer un mapa d'una certa zona geogràfica. A, B i C són els cims de tres muntanyes de la mateixa alçària, de manera que les posicions de A i B són ben conegudes i ja estan representades en el mapa, mentre que la posició de C s'ha de determinar. Pugem a dalt del cim A i mesurem l'angle entre la línia A B i la línia A C, que és de 68°. Pugem a dalt del cim B i aquí mesurem l'angle entre les línies B C i B A, que resulta ser de 35°. En el mapa que tenim, la distància sobre el paper entre A i B és de 3 cm.
 - a) Feu un diagrama de la situació i determineu quin angle formen en C les línies C A i C B.
 - b) Quines seran, sobre el mapa, les distàncies entre A i C i entre B i C?
 - c) Si el mapa és a escala 1:50000, calculeu la distància real entre els punts *A*, *B* i *C*.

[4 punts]

- 2. Considereu la funció $f(x) = \frac{x^2 2x}{2x^2 + 1}$
 - a) Determineu les seves asímptotes.
 - b) Calculeu els intervals on creix i on decreix, i els extrems relatius.
 - c) D'acord amb els resultats que heu obtingut, dibuixeu aproximadament la seva gràfica.
 - d) Fixant-vos en la gràfica anterior, expliqueu quina seria la gràfica de la funció g(x) = -f(x) + 3 (feu-ne un esquema). En quins punts té màxims la funció g(x)?

[4 punts]

Curs 2000-2001

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

QÜESTIONS

1. Per a cada valor del paràmetre $a \in \mathbf{R}$, considereu la funció

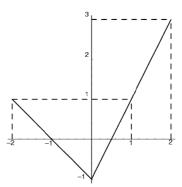
$$f(x) = x + \frac{3-a}{x}$$

(definida per a tots els valors de x diferents de 0).

- a) Determineu per a cada valor del paràmetre a, els extrems relatius que té la funció f(x).
- b) Per a quins valors del paràmetre a la funció f(x) és sempre creixent?

[2 punts]

2. Teniu una funció f(x) definida per a $x \in (-2, 2)$, sabeu que el gràfic de f'(x) és de la forma



(on f'(-1) = 0, f'(0) = -1, f'(1) = 1) i que f(0) = 2.

Dibuixeu un gràfic aproximat de f(x) indicant en quins punts hi ha extrems relatius. [2 punts]

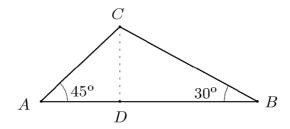
- 3. Considereu en el pla els punts P = (1, -1) i Q = (3, 5) i la recta r d'equació x + y + 2 = 0. Calculeu l'equació de la circumferència que passa per P i Q i que té el centre a r.
- 4. Calculeu l'àrea de la regió limitada per la gràfica de la funció $f(x) = xe^x$ per a $x \ge 0$, l'eix d'abscisses i la recta vertical x = 1. [2 punts]

PROBLEMES

- 1. Considereu a l'espai la recta r d'equacions $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+1}{-1}$ i la recta s d'equacions $\frac{x+4}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+4}{1}$
 - a) Determineu el punt de tall de la recta r amb el pla z = 0.
 - b) Comproveu que les rectes *r* i *s* són paral·leles i calculeu la distància entre elles.
 - c) Quina és l'equació del pla que conté les dues rectes?
 - d) Calculeu la distància del pla anterior a l'origen de coordenades.

[4 punts]

2. L'àrea del triangle de vèrtexs A, B i C és de 50 m². L'angle en A d'aquest triangle és de 45° i l'angle en B és de 30°. Sigui D el peu de l'altura des del vèrtex C, és a dir, el punt del segment AB tal que CD és perpendicular a AB.



Calculeu la longitud dels segments CD, AD, BD, AB, BC i AC.

[4 punts]