Matemàtiques

sèrie 4

PAU. Curs 2005-2006

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i de dos problemes. Trieu només tres de les quatre qüestions per respondre i un dels dos problemes per resoldre. En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què us proposeu de fer i per què. Podeu fer servir qualsevol mena de calculadora, llevat de les que treballin amb un sistema operatiu d'ordinador tipus WINDOWS/LINUX.

Puntuació de cada qüestió: 2 punts.

Total de qüestions i puntuació: $3 \times 2 = 6$ punts.

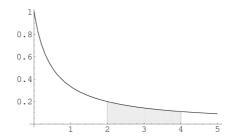
Puntuació del problema: 4 punts.

Qüestions

- 1. Sigui $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funció definida per $f(x) = e^x (ax + b)$, on $a \in b$ són nombres reals.
 - a) Calculeu els valors de a i b per tal que la funció tingui un extrem relatiu en el punt $(3,e^3)$.
 - b) Per als valors de *a* i *b* obtinguts, digueu quin tipus d'extrem té la funció en el punt esmentat.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

2. El gràfic de la funció $f(x) = \frac{1}{2x+1}$, quan x > 0, és com segueix:



- a) Trobeu una primitiva de la funció f.
- b) Calculeu l'àrea de la regió ombrejada.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

3. Calculeu l'equació de la recta paral·lela a la recta
$$r: \begin{cases} x+y-z=0\\ 2x-y+z=1 \end{cases}$$
 que passa pel punt (0,1,0).

[Puntuació: 2 punts]

4. Determineu els extrems d'un segment AB sabent que el punt A pertany al pla 2x + y + z = 0, el punt B pertany a la recta $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$ i el punt mitjà del segment és (0,0,0).

[Puntuació: 2 punts]

Problemes

- 5. Considereu la paràbola d'equació $y = x^2 + 2x 3$.
 - a) Calculeu les equacions de les rectes tangents a la paràbola en els punts d'abscissa x = -1 i x = 1.
 - b) Calculant el mínim de la funció $y = x^2 + 2x 3$, trobeu el vèrtex de la paràbola.
 - c) Trobeu les interseccions de la paràbola amb els eixos i feu una representació gràfica de la paràbola i de les tangents obtingudes al primer apartat.
 - d) Calculeu l'àrea compresa entre la paràbola i les rectes tangents.

[Puntuació: cada apartat val 1 punt. Total: 4 punts]

- 6. Considereu el sistema d'equacions $\begin{cases} px + 7y + 8z = 1370 \\ x + y + z = 200 \\ 7x + py + 8z = 1395 \end{cases}$
 - a) Discutiu-lo en funció del paràmetre p.
 - b) Doneu la interpretació geomètrica en els casos en què el sistema és incompatible.
 - c) Resoleu el sistema per a p = 6.

[Puntuació: apartat a) 1,5 punts; apartat b) 1,5 punts; apartat c) 1 punt. Total: 4 punts]