

Uitwerking van opgave 2

bij paragraaf 1.5 van Huth&Ryan

Om te bepalen welke van de gegeven formules **(a)**-**(d)** semantisch equivalent zijn aan de formule $p \rightarrow (q \vee r)$ maken we eerst de waarheidstafel voor $p \rightarrow (q \vee r)$:

p	q	r	$q \vee r$	$p \rightarrow (q \vee r)$
T	T	T	T	T
F	T	T	T	T
T	F	T	T	T
F	F	T	T	T
T	T	F	T	T
F	T	F	T	T
T	F	F	F	F
F	F	F	F	T

(a) $q \vee (\neg p \vee r)$

De waarheidstafel voor $q \vee (\neg p \vee r)$ ziet er als volgt uit:

p	q	r	$\neg p \vee r$	$q \vee (\neg p \vee r)$
T	T	T	T	T
F	T	T	T	T
T	F	T	T	T
F	F	T	T	T
T	T	F	F	T
F	T	F	T	T
T	F	F	F	F
F	F	F	T	T

We zien dat dit dezelfde waarheidstafel is, dus concluderen we dat **(a)** inderdaad semantisch equivalent is aan de gegeven formule.

(b) $q \wedge \neg r \rightarrow p$

Bekijk de volgende waardetoekenning: $p := F, q := T, r := F$.

De bijbehorende regel in de waarheidstafel wijkt af van die voor de gegeven formule, dus concluderen we direct dat **(b)** niet semantisch equivalent is.

p	q	r	$\neg r$	$q \wedge \neg r$	$q \wedge \neg r \rightarrow p$
F	T	F	T	T	F

(c) $p \wedge \neg r \rightarrow q$

We maken de waarheidstafel voor $p \wedge \neg r \rightarrow q$:

p	q	r	$\neg r$	$p \wedge \neg r$	$p \wedge \neg r \rightarrow q$
T	T	T	F	F	T
F	T	T	F	F	T
T	F	T	F	F	T
F	F	T	F	F	T
T	T	F	T	T	T
F	T	F	T	F	T
T	F	F	T	T	F
F	F	F	T	F	T

Deze waarheidstafel is gelijk aan die van de gegeven formule, dus is **(c)** semantisch equivalent.

(d) $\neg q \wedge \neg r \rightarrow \neg p$

Formule **(d)** is semantisch equivalent met de gegeven formule. We bekijken hiervoor weer de waarheidstafel:

p	q	r	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	$\neg q \wedge \neg r$	$\neg q \wedge \neg r \rightarrow \neg p$
T	T	T	F	F	F	F	T
F	T	T	T	F	F	F	T
T	F	T	F	T	F	F	T
F	F	T	T	T	F	F	T
T	T	F	F	F	T	F	T
F	T	F	T	F	T	F	T
T	F	F	F	T	T	T	F
F	F	F	T	T	T	T	T