

# Uitwerking van opgave 12 c

bij paragraaf 2.4 van Huth&Ryan

De formule  $\forall x(Px \rightarrow \exists yQy) \rightarrow \forall x\exists y(Px \rightarrow Qy)$  is een tautologie (overtuig jezelf hiervan).  
We geven een afleiding:

1		$\forall x(Px \rightarrow \exists yQy)$	assumptie
2	$x_0$	$Px_0 \vee \neg Px_0$	LEM
3		$Px_0$	assumptie
4		$Px_0 \rightarrow \exists yQy$	$\forall x_e$ 1
5		$\exists yQy$	MP 4, 3
6	$y_0$	$Qy_0$	assumptie
7		$Px_0$	assumptie
8		$Qy_0$	copy 6
9		$Px_0 \rightarrow Qy_0$	$\rightarrow_i$ 7-8
10		$\exists y(Px_0 \rightarrow Qy)$	$\exists y_i$ 9
11		$\exists y(Px_0 \rightarrow Qy)$	$\exists y_e$ 5, 6-10
12		$\neg Px_0$	assumptie
13		$Px_0$	assumptie
14		$\perp$	$\neg_e$ 13, 12
15		$Qy_1$	$\perp_e$ 14
16		$Px_0 \rightarrow Qy_1$	$\rightarrow_i$ 13-15
17		$\exists y(Px_0 \rightarrow Qy)$	$\exists y_i$ 16
18		$\exists y(Px_0 \rightarrow Qy)$	$\vee_e$ 2, 3-11, 12-17
19		$\forall x\exists y(Px \rightarrow Qy)$	$\forall x_i$ 2-18
20		$\forall x(Px \rightarrow \exists yQy) \rightarrow \forall x\exists y(Px \rightarrow Qy)$	$\rightarrow_i$ 1-19