

Uitwerkingen van opgaven 5 a en d bij paragraaf 1.2 van Huth&Ryan

- (a) We zoeken een afleiding voor $\vdash ((p \rightarrow q) \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow p) \rightarrow p)$, dus een afleiding met de gegeven formule als conclusie, zonder premissen.

1		$(p \rightarrow q) \rightarrow q$	assumptie
2			
2			$q \rightarrow p$
3			
3			
3			$\neg p$
4			
4			
4			$\neg q$
5			
5			
5			$\neg(p \rightarrow q)$
6			
6			
6			p
7			
7			
7			\perp
8			
8			
8			q
9			
9			
9			$p \rightarrow q$
10			
10			
10			\perp
11			
11			
11			p
12			
12			
12			$(q \rightarrow p) \rightarrow p$
13			
13			$((p \rightarrow q) \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow p) \rightarrow p)$
13			\rightarrow_i 1-12

- (d) Ook $(p \rightarrow q) \rightarrow ((\neg p \rightarrow q) \rightarrow q)$ heeft een afleiding zonder premissen.

1		$p \rightarrow q$	assumptie			
2						
2			$\neg p \rightarrow q$	assumptie		
3						
3				$p \vee \neg p$	LEM	
4						
4					p	assumptie
5					q	\rightarrow_e 1, 4
6					$\neg p$	assumptie
7					q	\rightarrow_e 2, 6
8					q	\vee_e 3, 4-5, 6-7
9					$(\neg p \rightarrow q) \rightarrow q$	\rightarrow_i 2-8
10					$(p \rightarrow q) \rightarrow ((\neg p \rightarrow q) \rightarrow q)$	\rightarrow_i 1-9