

Inleiding Theoretische Informatica – Equationele Specificaties

Extra opgaven

Martijn Vermaat (mvermaat@cs.vu.nl)

5 april 2006

Opgave 1

Beschouw de volgende specificatie Spec:

```
module Spec

  sorts object

  functions
    0      :                -> object
    succ : object          -> object
    add  : object # object -> object

  equations
    [E1] : add(x,0)      = x
    [E2] : add(x,succ(y)) = succ(add(x,y))

end
```

- a. Geef een formele afleiding in de specificatie Spec van de vergelijking

$$\text{add}(\text{add}(\text{succ}(z), 0), 0) = \text{add}(z, \text{succ}(0)).$$

- b. De specificatie beschrijft de natuurlijke getallen met succ als de opvolger functie en add als optelling. Om alle gehele getallen te kunnen beschrijven wordt de specificatie uitgebreid met de volgende functiesymbolen:

```
pred : object          -> object
sub  : object # object -> object
```

Hiermee worden respectievelijk de functies voorganger en aftrekken bedoeld. Breid de specificatie uit met geschikte vergelijkingen die het gedrag van de nieuwe verzameling functiesymbolen op de gehele getallen beschrijven.

Opgave 2

Gegeven is de volgende specificatie Spec:

```

module Spec

  sorts object

  functions
    a :          -> object
    h : object -> object
    s : object -> object

  equations
    [E1] : h(h(x)) = x
    [E2] : s(h(x)) = s(x)

end Spec

```

Voor deze specificatie beschouwen we de volgende Σ -algebra's \mathfrak{K} , \mathfrak{L} , \mathfrak{M} en \mathfrak{N} .

$$\begin{array}{llll}
\mathfrak{K}: & K = \mathbb{N}, & a_{\mathfrak{K}} = 0, & h_{\mathfrak{K}}(n) = n + 1, & s_{\mathfrak{K}}(n) = n^2. \\
\mathfrak{L}: & L = \mathbb{Z}, & a_{\mathfrak{L}} = 0, & h_{\mathfrak{L}}(z) = -z, & s_{\mathfrak{L}}(z) = z^2. \\
\mathfrak{M}: & M = \mathbb{Z}, & a_{\mathfrak{M}} = 0, & h_{\mathfrak{M}}(z) = -z, & s_{\mathfrak{M}}(z) = |z| + 1. \\
\mathfrak{N}: & N = \{2, 4, 16, \dots\}, & a_{\mathfrak{N}} = 2, & h_{\mathfrak{N}}(x) = x, & s_{\mathfrak{N}}(x) = x^2.
\end{array}$$

a. Geef een afleiding voor de volgende vergelijking:

$$s(s(h(a))) = s(h(s(a))).$$

- b. Precies één van de algebra's \mathfrak{K} , \mathfrak{L} , \mathfrak{M} , \mathfrak{N} is *geen* model voor de specificatie Spec. Geef aan welke dat is en waarom.
- c. Ga voor elk van de drie algebra's van \mathfrak{K} , \mathfrak{L} , \mathfrak{M} , \mathfrak{N} die een model zijn voor Spec na of het een initieel model is voor Spec. Alleen negatieve antwoorden moeten worden gemotiveerd door het aangeven van junk en/of confusion.