

Uitwerking van opgave 3f

bij paragraaf 1.2 van Huth&Ryan

We bewijzen $p \rightarrow q \vdash \neg p \vee q$ volgens natuurlijke deductie zonder de regel LEM:

1	$p \rightarrow q$	premissie
2	$\neg(\neg p \vee q)$	assumptie
3	p	assumptie
4	q	\rightarrow_e 1, 3
5	$\neg p \vee q$	\vee_{i_2} 4
6	\perp	\neg_e 2, 5
7	$\neg p$	\neg_i 3-6
8	$\neg p \vee q$	\vee_{i_1} 7
9	\perp	\neg_e 2, 8
10	$\neg p \vee q$	PBC (r.a.a.) 2-9

Deze afleiding komt in structuur voor een groot deel overeen met de afleiding voor de regel LEM zoals die gegeven is in het boek op pagina 25. Dat is natuurlijk geen toeval!

Met de regel LEM is een afleiding makkelijker:

1	$p \rightarrow q$	premissie
2	$p \vee \neg p$	LEM
3	p	assumptie
4	q	\rightarrow_e 1, 3
5	$\neg p \vee q$	\vee_{i_2} 4
6	$\neg p$	assumptie
7	$\neg p \vee q$	\vee_{i_1} 6
8	$\neg p \vee q$	\vee_e 2, 3-5, 6-7