

Uitwerking van opgave 12 c

bij paragraaf 2.4 van Huth&Ryan

De formule $\forall x(Px \rightarrow \exists yQy) \rightarrow \forall x\exists y(Px \rightarrow Qy)$ is een tautologie (overtuig jezelf hiervan).
We geven een afleiding:

1		$\forall x(Px \rightarrow \exists yQy)$	assumptie
2	x_0	$Px_0 \vee \neg Px_0$	LEM
3		Px_0	assumptie
4		$Px_0 \rightarrow \exists yQy$	$\forall x_e$ 1
5		$\exists yQy$	MP 4, 3
6	y_0	Qy_0	assumptie
7		Px_0	assumptie
8		Qy_0	copy 6
9		$Px_0 \rightarrow Qy_0$	\rightarrow_i 7-8
10		$\exists y(Px_0 \rightarrow Qy)$	$\exists y_i$ 9
11		$\exists y(Px_0 \rightarrow Qy)$	$\exists y_e$ 5, 6-10
12		$\neg Px_0$	assumptie
13		Px_0	assumptie
14		\perp	\neg_e 13, 12
15		Qy_1	\perp_e 14
16		$Px_0 \rightarrow Qy_1$	\rightarrow_i 13-15
17		$\exists y(Px_0 \rightarrow Qy)$	$\exists y_i$ 16
18		$\exists y(Px_0 \rightarrow Qy)$	\vee_e 2, 3-11, 12-17
19		$\forall x\exists y(Px \rightarrow Qy)$	$\forall x_i$ 2-18
20		$\forall x(Px \rightarrow \exists yQy) \rightarrow \forall x\exists y(Px \rightarrow Qy)$	\rightarrow_i 1-19