

Demostració del Principi de Fermat

Treball de Simulació

Martí Juanola i Marta Granero

Física dels Dispositius de Memòria

30 de Maig de 2023

Continguts

- 1 Objectiu del Treball
- 2 Principi de Fermat
- 3 Aplicacions
- 4 Disseny i Implementació
 - Definició de l'Escenari
 - Esquema Algorísmic
 - Comprovació Experimental
- 5 Dificultats
- 6 Limitacions i Extensions
- 7 Conclusions

Objectiu del treball

- Trobar el camí que recorre la llum per anar del punt P a P' mitjançant el Principi que Pierre de Fermat va anunciar al 1658.
- Ho farem dient que la trajectòria real d'un raig de llum d'un punt P a un punt P' és la que correspon al que fa mínim el temps de propagació.

Principi de Fermat

El camí recorregut per la llum en propagar-se des d'un punt a un altre és el que fa que el temps de propagació de la llum sigui mínim.

El temps que trigarà la llum en anar del punt P a P', recorrent una distància s_1 en el medi n_1 ; a continuació una distància s_2 en un medi d'índex n_2 , i així successivament per a k medis.

Cadascun dels medis el pressuposem homogeni i on la velocitat de la llum a cada medi serà constant i amb valor $v_k = \frac{c}{n_k}$.

El temps que trigarà la llum en anar del punt P a P' serà de:

$$\min\{t_p = \sum_k \frac{d_k}{v_k}\}$$

Aplicacions

El principi de Fermat s'aplica en una àmplia gamma de dominis. Com són:

- Òptica i disseny de lents
- Comunicacions òptiques
- Xarxes de telecomunicacions
- Processament imatges
- Camins òptims i rutes de viatges

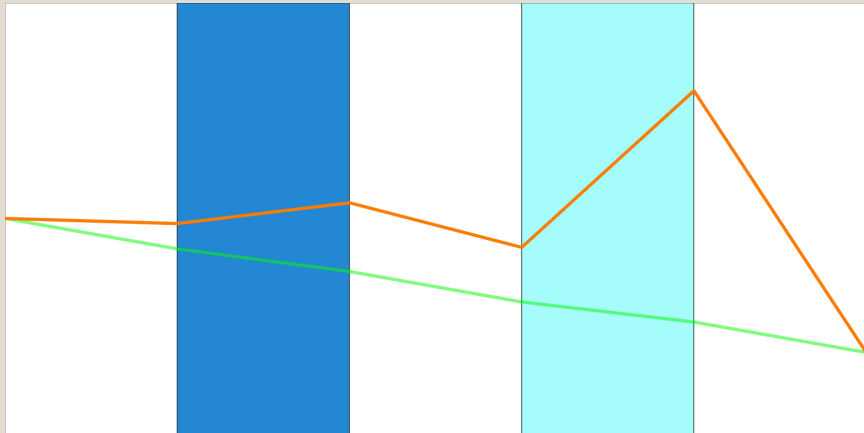
Eina de Simulació

Per dur a terme aquesta demostració hem fet servir els següents llenguatges:



Escenari de simulació

Demostració del principi



n_1 : n_2 : n_3 : n_4 : n_5 :

Variables i Constants

Es defineixen les següents constants:

- Velocitat de la llum $= 1m/s$
- X total $= 800m$
- Y total $= 400m$

Considerem les següents variables generals:

- Nombre de regions (N)
- Màxima diferència per iteració (δ)

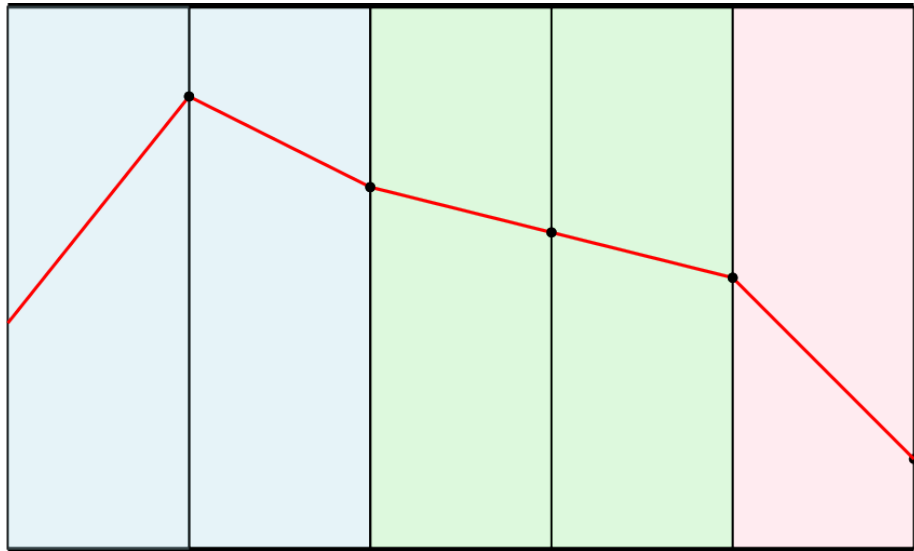
Per cada regió R_i :

- Índex de refracció (n_i)
- Coordenada y (punt de canvi de medi amb la regió $i + 1$) (y_i)
- Angle d'incidència (α_i)
- Angle de refracció (ω_i)

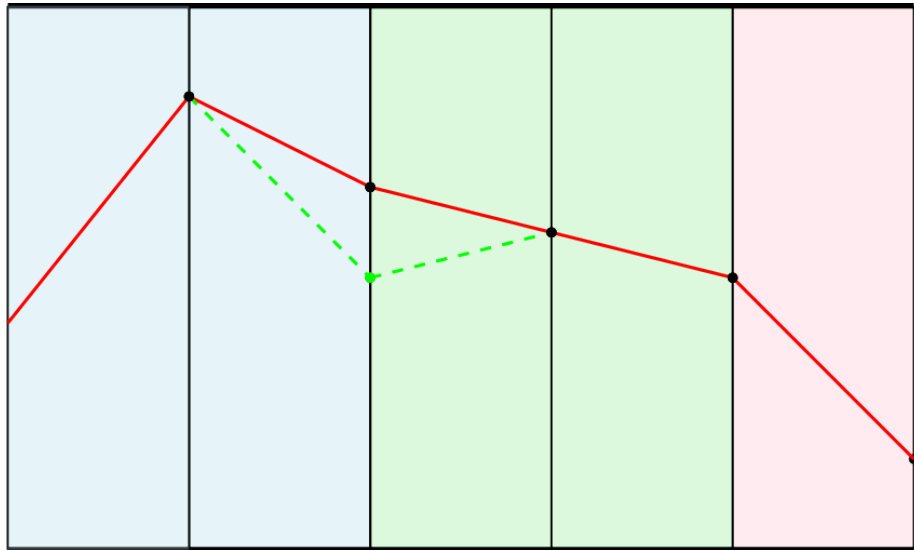
Pseudocodi de l'Algorisme

```
N ← setup_N()  
n ← setup_n_values()  
Y ← generate_random_ys()  
while TRUE do  
    i = random_value(1, N)  
    newY ← Y  
    newY[i] ← newY[i] + random_value(− $\delta$ , + $\delta$ )  
    if propagation_time(newY, n) < propagation_time(Y, n) then  
        Y ← newY  
    end if  
end while
```

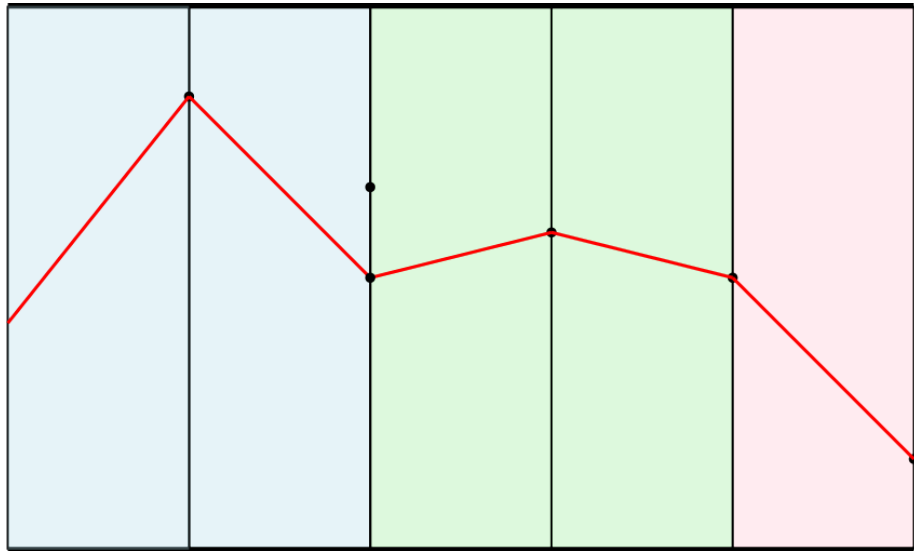
Exemple d'iteració



Exemple d'iteració



Exemple d'iteració



Comprovació experimental del principi

Endavant amb la demostració!

Dificultats

A l'hora d'elaborar el treball no hem atravesat problemes majors ni grans impediments. Tots ells els hem superat a mesura que avançàvem. En destaquem:

- Problemes menors amb el *front-end* a l'hora de visualitzar la taula de valors.
- Problemes amb el *key-binding* per carregar els escenaris

Limitacions i Extensions

Podem destacar algunes limitacions que conté l'eina de simulació elaborada:

- No visualitzem les reflexions de la llum en cadascuna de les regions
- Per a un nombre molt gran de regions, el temps de convergència del programa és major ja que el temps en trobar el màxim desajust entre les coordenades y esperades i les y calculades és major que si considerem un nombre més menor de regions.

També creiem que aquesta eina pot ser de gran utilitat entre:

- Estudiants
- Professors
- Divulgadors

I finalment, en proposem millores com:

- Afegir la trajectòria de les reflexions que ocorren a cada medi
- Representar les components transversals magnètiques i elèctriques de la llum
- Simular el comportament de materials birefringents

Conclusions

- S'ha comprovat el principi de Fermat amb la simulació
- S'han pogut observar diferents casuístiques d'interacció de la llum amb diferents medis
- S'han pogut comparar els resultats obtinguts amb les prediccions reals utilitzant la llei d'Snell o de refracció.

Moltes gràcies!