

PRÀCTICA 4_FERMAT: PROPAGACIÓ DE LA LLUM. PRINCIPI DE FERMAT.

El principi de Fermat pot enunciar-se així:

El camí recorregut per la llum en propagar-se des d'un punt a un altre és el que fa que el temps de propagació de la llum sigui mínim.

El principi de Fermat permet, per exemple, deduir la propagació rectilínia de la llum en un medi homogeni, així com les lleis de la reflexió i la refracció.

La velocitat de la llum en un medi v és funció de la velocitat de la llum en el buit c i de l'índex de refracció del medi n

$$v = \frac{c}{n}$$

Suposem que volem trobar el camí que segueix la llum per anar des d'un punt A situat en un medi d'índex de refracció n_1 a un punt B situat en un medi d'índex n_2 . Si els dos medis estan separats per una superfície plana, la solució del problema ve donada per la llei de refracció de Snell. Aquest resultat es pot trobar analíticament a partir del principi de Fermat variant aleatòriament el punt de contacte amb la superfície, tot buscant la solució que minimitza el temps (veure demostració al volum II de Tipler).

El programa que heu de fer ha de començar considerant una trajectòria aleatòria entre dos punts, que ha d'anar variant també aleatòriament, però que només acceptarà aquells canvis que redueixin el temps de propagació, d'acord amb el principi de Fermat. Més concretament, els passos a seguir haurien de ser:

1. La llum es propaga d'esquerra a dreta a través de N regions. L'amplada de cada regió i val 1, l'índex de refracció és uniforme en cadascuna d'elles $n(i)$ i la velocitat de propagació de la llum a cada regió és $v(i)$. Considereu un sistema d'unitats en què la velocitat de propagació de la llum en el buit c val 1.
2. Com que la llum es propaga en línia recta en cada regió, la trajectòria vindrà donada per les coordenades $y(i)$ en la separació entre cada dues zones.
3. Les coordenades de la font i del detector són respectivament $(0, y(0))$ i $(N, y(N))$.
4. La trajectòria inicial ve donada per una elecció aleatòria dels valors de $y(i)$.
5. Es considera una i a l'atzar ($0 < i < N$) i es fa un canvi aleatori en el valor de $y(i)$ entre $-\delta$ i $+\delta$. Calculeu si aquest canvi fa disminuir el temps que triga la llum. En cas afirmatiu, accepteu el canvi i continueu el procés.
6. Cada canvi ha de visualitzar-se a la pantalla.

Amb aquest senzill algorisme se us demana:

- a) Com a comprovació del bon funcionament del programa, verifiqueu la llei de Snell. Considereu $N = 10$ i separeu les regions en dos medis: el primer, aire ($n_1 = 1$) i el segon, vidre ($n_2 = 1.5$). Trobeu la trajectòria de la llum. Afegiu al programa els càlculs dels angles d'incidència i de refracció corresponents al resultat obtingut. Compareu els valors finals amb els proporcionats per la llei de Snell o de la refracció.
- b) Repetiu a) amb $n_1 = 1.5$ (vidre) i $n_2 = 1.33$ (aigua).