23. a) Hallar la intersección de la circunferencia del Ejercicio anterior con el eje x.

En el Ejercicio 22 obtuvimos la siguiente circunferencia:

$$(x-1)^2+(y+1)^2=3$$

Queremos saber donde corta esta circunferencia al eje x

Si hicimos el gráfico en el ejercicio anterior, podemos ver que la circunferencia corta al eje x en dos puntos, pero ¿ Cuáles son las coordenadas de estos dos puntos?

Como se encuentran sobre el eje x, sabemos que su coordenada y será 0, o sea, los puntos tendrán la forma $(x, 0)$.

Entonces, si $y = 0$ la ec. de la circunferencia nos queda:

$$(x-1)^2+(0+1)^2=3$$

Pasando el 3 y desarrollando:

$$(x-1)^2+1-3=0 \rightarrow x^2-2x+1+1-3=x^2-2x-1=0$$

Para resolver esta ecuación utilizamos la fórmula de Bahascara: $\boxed{x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4.a.c}}{2.a}}$

Entonces $x=\dfrac{2\pm\sqrt{4-4.1.(-1)}}{2.1}=\dfrac{2\pm\sqrt{8}}{2}=1\pm\dfrac{\sqrt{2^3}}{2}=1\pm\dfrac{2.\sqrt{2}}{2}=1\pm\sqrt{2}$

Por lo tanto los puntos donde la circunferencia corta al eje x son $(1+\sqrt{2}, 0)$ y $(1-\sqrt{2}, 0)$

b) Hallar la intersección de dicha circunferencia con el eje y.

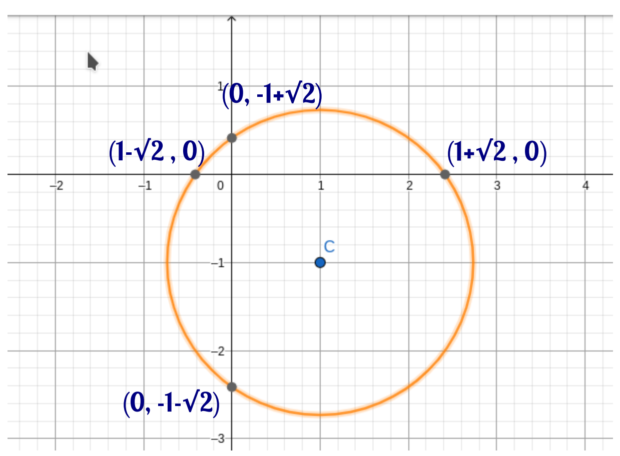
Ahora queremo hallar las intersecciones con el eje y, por lo tanto los puntos que estamos buscando serán de la forma $(0, y)$. Reemplazando en la ec. de la circunferencia:

$$(0-1)^2+(y+1)^2-3=1+y^2+2y+1-3=0 \rightarrow y^2+2y-1=0$$

otra vez usamos Bahascara

Operando obtenemos que la circunferencia corta al eje y en los puntos $(0, -1+\sqrt{2})$ y $(0, -1-\sqrt{2})$

En el gráfico podemos corroborar que los valores hallados corresponden a los puntos de intersección.



c) Hallar la intersección de dicha circunferencia con la recta de ecuación $y = x - 1$

Queremos encontrar los valores (x,y) que pertenecen tanto a la circunferencia como a la recta. Por lo tanto, estos valores deberán cumplir con ambas ecuaciones:

$$\begin{cases}(x-1)^2+(y+1)^2=3\\ y=x-1\end{cases}$$

Reemplazando el valor de y dado por la recta en la ec. de la circunferencia, obtenemos:

$$(x-1)^2+(x-1+1)^2=3$$

Desarrollando: $x^2-2x+1+x^2=3 \rightarrow 2x^2-2x-2=0$

Dividiendo por 2 a ambos lados: $x^2-x-1=0$

Si, otra vez debemos usar Bahascara para resolver la ec. cuadrática

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1-4.1.-1}}{2.1}=\frac{1\pm\sqrt{1+4}}{2}=\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$$

Obtuvimos dos valores de x, esto quiere decir que hay dos puntos de intersección, si reemplazamos estos valores en la ec. de la recta podemos obtener los correspondientes valores de y:

$$y_1=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}-1$$

$$y_2=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}-1$$

Entonces, los puntos de intersección son:

$$p_1=\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}, -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$$

$$p_2=\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}, -\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$$

Graficando ambas ecuaciones podemos corroborar los puntos hallados