CAPÍTULO 3: Sistemas de ecuaciones

Sistemas de Ecuaciones Mixtos

Problemas de aplicación

Sistemas de ecuaciones mixtos

- Son del tipo, por ejemplo:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x^2 + bxy + b_2y^2 = c_2 \end{cases}$$

Donde x e y son las incógnitas y $a_1, b_1, c_1, a_2, b, b_2, c_2 \in \mathbb{R}$.

- Es decir, tenemos una ecuación lineal y otra ecuación de grado 2.

- Para resolverlos, tendremos en cuenta los métodos que vimos en el video anterior:
  - Método de sustitución ←
  - Método de sumas y restas

¿Cómo se resuelven?

- *Ejemplo 1:*

$$\begin{cases} y - 1 = 2x & (1) \\ y + x - 5 = -x^2 & (2) \end{cases} \qquad y = 2x+1$$

Reemplazo en (2)

$$2x+1+x-5 = -x^2$$

$$x^2 + \underbrace{3x} - 4 = 0$$

$$\underbrace{x^2 + 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2} - \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4 = 0$$

$$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} - 4 = 0$$

$$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

$$x_1 = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = \boxed{1} \; ; \; y_1 = 2.1+1 = \boxed{3}$$

$$x_2 = -\frac{5}{2} - \frac{3}{2} = \boxed{-4} \; ; \; y_2 = 2(-4)+1 = \boxed{-7}$$

¿Cómo se resuelven?

- *Ejemplo 2:*

$$\begin{cases} x^2 - 2x + y^2 - 4y + 4 = 0 & (1) \\ y = -x + 4 & (2) \end{cases}$$

Reemplazo en (1)

$$x^2 - 2x + (-x+4)^2 - 4(-x+4) + 4 = 0$$

$$x^2 - 2x + x^2 - 8x + \cancel{16} + 4x - \cancel{16} + 4 = 0$$

$$2x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$2(x^2 - 3x + 2) = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\underbrace{x^2 - 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2} - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2 = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 2 = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$x_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \boxed{2}$$

$$y_1 = -2 + 4 = \boxed{2}$$

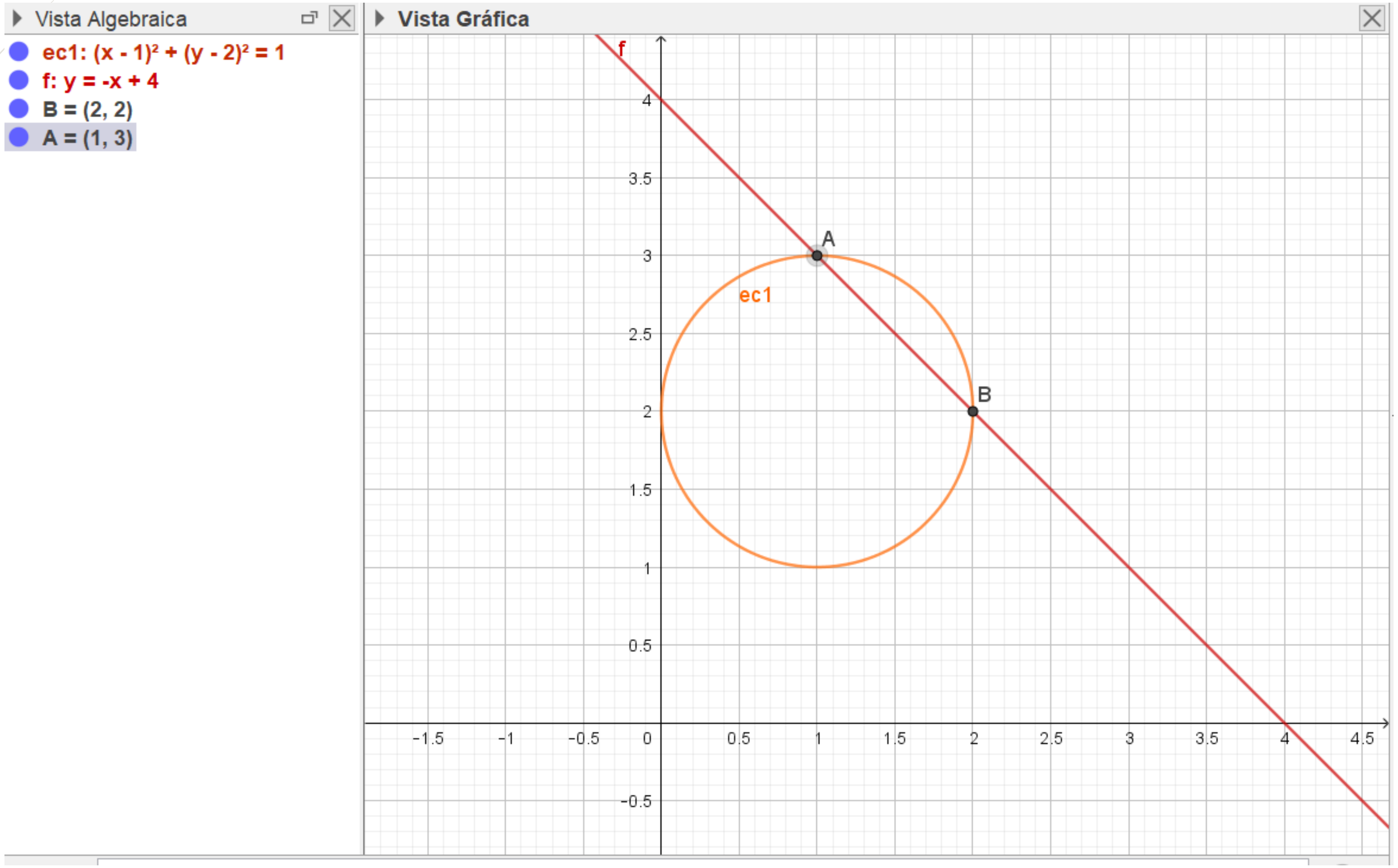
$$P_1 = (2, 2)$$

$$x_2 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \boxed{1}$$

$$y_2 = -1 + 4 = \boxed{3}$$

$$P_2(1, 3)$$

Visualización geométrica



Problemas de aplicación

- *Ejemplo 1:* Lanzamos un proyectil. La altura alcanzada y (en km.) y los kilómetros recorridos x están relacionados por la ecuación $y = -2x^2 + 4x$. En el lugar del lanzamiento se encuentra la base de una montaña cuya ladera oeste sigue la recta de ecuación $y = 6x - 2$. Hallar el punto de la montaña donde se producirá el impacto.

y es la altura alcanzada
x " " distancia recorrida

$$-2x^2 + 4x = 6x - 2$$
$$-2x^2 + 4x - 6x + 2 = 0$$
$$-2x^2 - 2x + 2 = 0$$
$$-2(x^2 + x - 1) = 0$$
$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$\underbrace{x^2+x+\left(\frac{1}{2}\right)^2}-\left(\frac{1}{2}\right)^2-1=0$$

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}-1=0$$

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$$

$$x_1=\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}\;;\;y_1=6\cdot\left(\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}\right)-2$$

$$\cancel{x_2=-\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}}\qquad =\overset{3}{\cancel{6}}\cdot\left(\frac{\sqrt{5}-1}{\cancel{2}}\right)-2$$

$$=3\sqrt{5}-3-2=3\sqrt{5}-5$$

Rta. El punto del impacto es $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2},\,3\sqrt{5}-5\right)$

Problemas de aplicación

- *Ejemplo 2:* Un niño lanza una pelota hacia arriba y simultáneamente un ave levanta vuelo. La trayectoria de la pelota se describe mediante la función $y = -x^2 + 2x + 1$ y la del vuelo del ave, mediante $y = 1/2x + 1$. Siendo (x, y) las coordenadas de la trayectoria, obtener el o los puntos de encuentro entre el ave y la pelota.

$$-x^2 + 2x + 1 = \frac{1}{2}x + 1$$

$$-x^2 + 2x + \cancel{1} - \frac{1}{2}x - \cancel{1} = 0$$

$$-x^2 + \frac{3}{2}x = 0$$

$$x \cdot \left(-x + \frac{3}{2}\right) = 0$$

$$\boxed{x_1 = 0} \to \boxed{y_1 = 1}$$

$$-x_2 + \frac{3}{2} = 0 \to \boxed{x_2 = \frac{3}{2}} \to \boxed{y_2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right) + 1 = \frac{3}{4} + 1 = \boxed{\frac{7}{4}}$$

$\longrightarrow P_1 = \left(0, 1\right)$

$P_2 = \left(\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right)$

Rta: El punto de encuentro e/ el ave y la pelota es $\left(\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right)$