

12) Hallar el término especificado de la sucesión aritmética a partir de los términos dados

a) a_{11} , siendo $a_1 = 2 + \sqrt{2}$ y $a_2 = 3$

b) a_1 , siendo $a_8 = 47$ y $a_9 = 53$

Resolución

a) Tratándose de una sucesión aritmética podemos usar su forma explícita,

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d, \quad \forall n \geq 1.$$

O sea que la sucesión se encuentra completamente definida por dos números: el primer elemento de la sucesión, a_1 y la diferencia, d .

Las sucesiones aritméticas tienen la propiedad que la diferencia entre dos números consecutivos es siempre la misma, y está dada por la diferencia, d .

Nosotros de hecho conocemos 2 números consecutivos, a_1 y a_2 y podemos utilizarlos para determinar d .

$$d = a_2 - a_1 = 3 - (2 + \sqrt{2}) = 1 - \sqrt{2}$$

luego

$$a_{11} = a_1 + (11-1) \cdot d$$

$$a_{11} = 2 + \sqrt{2} + 10 \cdot (1 - \sqrt{2})$$

$$a_{11} = 12 - 9\sqrt{2}$$

b) En esta oportunidad, nuevamente podemos obtener d pues conocemos dos números consecutivos

$$d = a_9 - a_8 = 53 - 47 = 6.$$

Para hallar a_1 podemos utilizar la forma explícita de la sucesión para alguno de los valores conocidos, por ejemplo para $n=8$. Tenemos

$$47 = a_8 = a_1 + (8-1) \cdot 6 = a_1 + 42,$$

luego

$$a_1 = 47 - 42$$

$$a_1 = 5$$

Con esto terminamos el ejercicio. Sin embargo, sería bueno verificar lo obtenido, por ejemplo viendo si reproduce $a_9 = 53$

$$a_9 = a_1 + (9-1) \cdot d = 5 + 8 \cdot 6 = 53$$