

31) Calcular las siguientes sumas

$$a) \sum_{i=1}^{30} (1/2)^{i-1}$$

$$b) \sum_{j=1}^{30} (1/2)^j$$

$$c) \sum_{k=1}^{45} (1/2)^{k+1}$$

### **Respuesta**

a) En este caso se trata de sumar la sucesión de términos

$$a_i = (1/2)^{i-1} = 1 \cdot (1/2)^{i-1}$$

que no es más que la forma explícita de la sucesión geométrica de primer elemento  $a_1=1$  y razón  $r=1/2$ . Recordando que la suma parcial de progresiones geométricas está dada por

$$\sum_{i=1}^m a_1 \cdot r^{i-1} = a_1(1-r^m)/(1-r)$$

resulta

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{30} (1/2)^{i-1} &= [1-(1/2)^{30}] / (1-1/2) \\ &= 2 [1-(1/2)^{30}] \\ &= 1,999999998137... \end{aligned}$$

b) En este caso también se trata de una sucesión geométrica, solo que no está precisamente en su forma explícita. Se tiene

$$a_j = (1/2)^j = 1/2 \cdot (1/2)^{j-1},$$

identificamos ahora el primer elemento  $a_1=1/2$  y la razón  $r=1/2$ . La suma parcial resulta entonces

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{30} (1/2)^j &= 1/2 [1-(1/2)^{30}] / (1-1/2) \\ &= 1-(1/2)^{30} \\ &= 0.9999999990686... \end{aligned}$$

c) Nuevamente se trata de una sucesión geométrica:  $a_k = (1/2)^{k+1} = (1/2)^2 (1/2)^{k-1}$ , con primer elemento  $a_1 = (1/2)^2 = 1/4$  y razón  $r=1/2$ . Luego,

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{45} (1/2)^{k+1} &= 1/4 [1-(1/2)^{45}] / (1-1/2) \\ &= 1/2 [1-(1/2)^{45}] \\ &= 0.4999999999999858... \end{aligned}$$