Módulo 4

Ejercicio 5)

Algunas calculadoras utilizan un algoritmo similar al siguiente para calcular $\sqrt{n}$, para un número *n* real positivo:

Sea $x_1 = \frac{n}{2}$, encuentra aproximaciones sucesivas $x_2, x_3, \ldots$ mediante la siguiente fórmula: $x_k = \frac{1}{2}(x_{k-1} + \frac{n}{x_{k-1}})$, $k \geq 2$, hasta obtener la precisión deseada.

Utiliza este método para calcular $\sqrt{5}$ y $\sqrt{18}$ con una precisión de 6 cifras decimales.

Vamos a hacer el cálculo para aproximar $\sqrt{5}$, en la calculadora $\sqrt{5} \cong 2{,}236067$, lo escribimos con 6 cifras decimales para llegar a esa aproximación

En este caso $n = 5$

Entonces $x_1 = \frac{5}{2} = 2{,}5$

$$x_2 = \frac{1}{2}\left(x_1 + \frac{5}{x_1}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{2} + \frac{5}{\frac{5}{2}}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{2} + 2\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{9}{2}\right) = \frac{9}{4} = 2{,}25$$

$$x_3 = \frac{1}{2}\left(x_2 + \frac{5}{x_2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{9}{4} + \frac{5}{\frac{9}{4}}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{9}{4} + \frac{20}{9}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{161}{36}\right) = \frac{161}{72} \cong 2{,}236111$$

$$x_4 = \frac{1}{2}\left(x_3 + \frac{5}{x_3}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{161}{72} + \frac{5}{\frac{161}{72}}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{161}{72} + \frac{360}{161}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{51841}{11592}\right) = \frac{51841}{23184}$$
$$\cong 2{,}236067$$

Acá encontramos la aproximación con 6 cifras decimales al número $\sqrt{5}$, que se obtuvo al generar una sucesión definida recursivamente.

Del mismo modo , pero usando $n = 18$ se obtiene la aproximación para $\sqrt{18}$