

Clases de Lógica Formal (*in*formalmente!!)



¡¡POR AHORA NO será así!!

Organización de las primeras clases virtuales:

Serán videos sobre:

Lenguaje- Un poco de
los antecedentes.

Proposiciones

Conectivos

Entonces importa:



¡¡¡Para que sirva!!! A los
estudiantes el contacto virtual.



1- Nos presentamos

Hola, qué tal están? ¿Todo bien? Bienvenidos!!

Hoy estamos en la primera clase virtual de Matemática 0, de la Facultad de Informatica dependiente de la Universidad Nacional de La Plata.

¿Cuál es el plan de trabajo en la cátedra de Mate 0? Los invito a mirar el Cronograma y el Programa. Y están los Apuntes de la Cátedra colgados todos esos materiales subidos en el sitio *Ideas* de la Facultad .

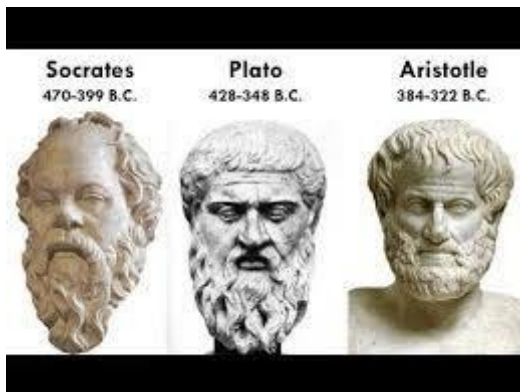


Yo me llamo Adriana.
Y yo soy una de las profesoras de Mate 0.

2- Introducción

Vamos a comenzar con temas de Lógica. La Lógica que estudiaremos es la que se conoce por **Lógica Formal** o **Lógica Matemática**.

Es una Lógica que no es nueva.... Podríamos encontrar sus precursores más conocidos en **Sócrates, Platón y Aristóteles**.



Es importante y muy bueno que busques en YouTube o en Wikipedia, algo sobre sus historias. Hay todo tipo de material.
¡¡Anímate!!
Buscá algo de sus trabajos y opiniones



O por celular...

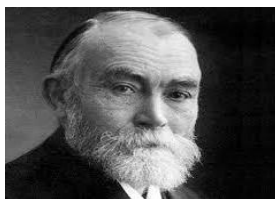
Autores muy importantes y más actuales, cuya orientación de investigación se relaciona con la Informática y la Inteligencia Artificial son De Morgan, Boole, Frege, Russell, Tarski, Gödel, entre otros.



Boole



De Morgan



Frege



Russell



Gödel y Tarski

Busque la biografía de estos científicos. Y que estudiaron. Las encontrará en varios sitios. Un buscador los puede ayudar.

Vamos a comenzar trabajando con algunos elementos del lenguaje cotidiano, para arribar a las definiciones....

Si digo:

Lisandro es un alumno de la Facultad de Informática.

Esta información la tengo pues un alumno que cursó conmigo Matemática 1 se llama Lisandro.

Esa expresión es un conjunto de palabras, es una de las oraciones en idioma castellano. Y tiene la particularidad de que se le puede dar un **valor de verdad** a lo que expresa.

¿Qué es eso de establecer un valor de verdad? ¿qué quiere decir eso?

Si nosotros sabemos quién es Lisandro, que por ejemplo Lisandro es ese muchacho que estaba en la clase de Mate 1 en la Comisión 3 A, nosotros ya admitimos por el hecho de estar anotado en la facultad de Informática que está estudiando Informática, entonces a esto se le puede atribuir un valor de verdad y aceptamos que **Verdadera**. Lo que en el lenguaje coloquial decimos “eso es cierto”.

A una expresión como esa la vamos a llamar o designar como **proposición**

A una proposición la podemos simbolizar con una letra.

En este caso voy a ponerle l porque me estoy refiriendo a Lisandro.

l : Lisandro es un alumno de la Facultad de Informática.

Este tipo de expresiones les diremos proposición porque merece un valor de verdad y en este caso de l ese valor es verdadero.

También yo por ejemplo puedo decir Messi (¿¿y todos sabemos quién es el Messi, o no??)

m : Messi estudia informática en la Facultad de Informática de la Universidad Nacional de La Plata.

Acá todos sabemos quiénes estudian informática en esa Facultad. Sería muy notorio si eso pasara. Yo no tengo conocimiento de que él estudie informática acá.

Entonces esta m es una proposición que podemos amar. Sabiendo quien es Messi y quienes son los alumnos de la Facultad, podemos establecer que esta proposición por lo que todos sabemos resultaría que tiene un valor de verdad y es **Falsa**.

Por otra parte, si nosotros no supiéramos que Lisandro es el muchacho que estaba en la clase conmigo. Y es otro Lisandro esto podría ser falso.

Entonces que tiene que pasar cuando nosotros atribuimos un valor de verdad a algo: tenemos que hacer un montón de “investigaciones” digámosle así

1. saber de quién o de qué hablamos

2. qué significa cada una de las cosas que atribuimos, es decir, por ejemplo

que significa estudiar, eso es algo que uno tiene que ponerse de acuerdo qué significa eso de estudiar y la carrera que pongamos luego va a ser verdad o falsa la expresión.

Definición: una **proposición** es una expresión que se le pueda atribuir un valor de verdad. Podrá ser Verdadera o Falsa.

Por simplicidad muchas veces pondremos solamente V o F .

Otro ejemplo, si pongo

s: María es tenista.

¿Es una proposición?

¿y sabemos quién es María?

María es una chica que yo conozco que juega al tenis entonces obviamente esta es una proposición y además es verdadera.

Luego, podemos tener muchas proposiciones; hay proposiciones que van a ser válidas y proposiciones que van a ser falsas.

Otro ejemplo si yo digo

2 es un número primo.

Para poder establecer si es proposición hay que ver si se le puede atribuir un valor de verdad.

El 2, es el número que conocemos, cuando aprendimos a contar....

Recordatorio, la definición de primo: Un número es primo si se es divisible por el número, el opuesto, el 1 y el -1 y ningún divisor más. (Esta definición tiene sentido dentro de los números enteros o naturales como se verá más adelante)

Entonces efectivamente 2 es un número primo porque los únicos que dividen al 2 son el 2 y -2 y además 1 y -1.

Y no hay ningún otro número entero que divide a 2 entonces tiene exactamente cuatro divisores, eso exige la definición de un número primo.

Un número es primo si tiene exactamente cuatro divisores entonces si esta proposición por ejemplo la simbolizo por p : *2 es un número primo*.

p es verdadera.

Ahora si, por ejemplo, enunciamos q : *4 es un número primo*.

esa proposición es falsa porque hay más de cuatro divisores: 4, -4, 1 y -1. Pues también el 2 y el -2 lo dividen, entonces 4 tiene 6 divisores. Luego 4 no es primo.

Hay expresiones que no son proposiciones por ejemplo si decimos cualquier pregunta no son proposiciones.

Por ejemplo: ¿*Qué ahora es?*

eso es una expresión bien formada pero que no admite valor de verdad.

Tampoco ninguna exclamación, por ejemplo, cuando uno está en la cancha y alienta a su equipo eso no es una proposición diciendo, por ejemplo: ¡*Dale pateo!*

Son formas del lenguaje correctas, pero entonces no toda forma del lenguaje correcta es una proposición.

Actividad: En 1- **Nos presentamos**, identifique las proposiciones. Justifique y diga cuales son.



Recordemos que nosotros vamos a trabajar con lo que se llama la ***lógica proposicional clásica***.

Comentario: Por qué digo lógica proposicional clásica porque hay varias lógicas además de la lógica proposicional clásica que es una de las más antigua de todas y por eso le han puesto o se le conoce con el nombre de **clásica y proposicional** porque en principio vamos a trabajar nada más con la parte de las proposiciones, después vamos a ver que vamos a hacer un trabajo con lógica un poco más general esta lástima que no estamos en una clase presencial sino se podía ilustrar ya, mirando por ejemplo quien fue Aristóteles.

(no Onasis...) sino una persona que solamente con su nombre ya sabemos de quién se habla.

Sócrates, Platón y fundamentalmente Aristóteles originan este tipo de conocimientos.

Lo que vamos a estudiar no es demasiado nuevo, pero es algo que ha perdurado a través de los años y ha ido mejorando obviamente en la manera de trabajarlo, pero no en los fundamentos de la teoría.

Los **razonamientos** se convalidan a partir de todo lo que hay en los trabajos de Aristóteles.

Hay otras lógicas, que admite el mismo Aristóteles (por ejemplo la *modal*), también hay otras que trabajan con más de dos valores de verdad, lógicas que admiten la contradicción (para la informática es bastante aceptable eso, pero es así es decir que en un mismo sistema de por ejemplo bancario si puede una persona puede ser muy eficiente para pagar algunas cosas y no para pagar otras) entonces hay bases de datos que admiten las contradicciones también en la vida.

La Matemática, sobre todo, se basa en la lógica proposicional clásica es decir que algo va a ser verdadero o algo va a ser falso y eso es lo que va a permitir que la fundamentación de la Matemática ande bien.

Hay otra manera de fundamentar la Matemática, usando la *lógica Intuicionista*, es algo que corresponde a la fundamentación de la matemática y no vamos a trabajar con eso nosotros en este curso, pero por si leen algo de eso, se los comentó porque pueden dudar de lo que estamos diciendo...

Hasta ahora hemos trabajado con proposiciones concretas. Pero como por ejemplo en Algebra, para los números, podremos referirnos a proposiciones genéricas. Que simbolizaremos por letras. Estas letras dentro de ese contexto se las llama **letras proposicionales**. Y también como en Algebra nos interesa hacer operaciones con ellas. De allí el nombre de **Cálculo Proposicional Clásico**.

3- Construcción de proposiciones compuestas: conectivos.

Vamos a ver cómo a partir de proposiciones podemos fabricar otras proposiciones.

Una proposición cualquiera de las que hemos escrito (l , s , p , q) es una proposición de las que llamamos **simple**.

La **proposición simple** es una proposición que no se puede descomponer en otras proposiciones

Si al sacar de las proposiciones que están, alguna de las palabras deja de ser proposición; esto es, supongamos que a

s : *María es tenista.*

Le sacamos “María es”, se obtiene t : *tenista*
lo cual no permite establecer valor de verdad.

Si le sacamos “tenista” se obtiene

r : *María es*

¿ r qué sería?, bueno podríamos interpretar:

María es, un ser

María es artista

María es pintor

Se pierde el sentido lo que estamos diciendo en s : *María es tenista*

Lo mismo que si en p : *2 es un número primo*

si sacamos “primo “ queda

n : *2 es un número*

ya no está diciendo lo mismo que p .

Las proposiciones que una sola parte de ellas pierde el sentido de lo que estamos diciendo entonces se llaman proposiciones simples. En contra de ello hay proposiciones que son **compuestas**.

Sean las proposiciones j : José es pintor
 s : María es tenista.

con una “y”, con esta palabrita se puede tener:

María es tenista y José es pintor

Hemos unido dos proposiciones con la palabra **y** lo que hicimos fue fabricar a partir de dos proposiciones una **conjunción**, ahora lo que nos va a importar que es saber cuál es el valor de verdad de esta nueva proposición.

Esta proposición decimos que es compuesta por qué porque está formada por dos proposiciones una de ellas es

s : María es tenista; la otra es j : José es pintor

Bueno, supongamos que José es la persona que viene a mi casa y de vez en cuando pinta entonces esta proposición es verdadera, me tienen que creer.

María es tenista y José es pintor

se puede simbolizar $s \wedge j$ también por $s . j$

Esta nueva proposición que fabricamos es una proposición compuesta que se llama **conjunción** y es verdadera, pues cada una de las proposiciones que la componen (cada una de ellas en esta situación, se llaman conyuntos) es verdadera.

Si José es mi primo, que no es pintor, entonces el valor de verdad de j es F.

Por lo tanto, $s \wedge j$ es falsa.

Para que una **conjunción resulte verdadera** ambas proposiciones que la componen deben ser verdaderas.

¿ Qué opinamos sobre el valor de verdad de $m \wedge p$? Y de $m \wedge q$?

Se puede definir lo que se llama la **disyunción**, por ejemplo, para el caso de estas proposiciones

j : José es pintor , vuelvo a escribir s : María es tenista

las podría unir con el otro conectivo habitual y escribir:

María es tenista \vee José es pintor

esta es una nueva proposición a partir de dos, luego es compuesta.

Y en este caso se simboliza por, $s \vee j$

Respecto del valor de verdad de la disyunción, es falsa en el único caso que ambas componentes de la disyunción, que en este caso se llaman **disyuntos**, tengan valor de verdad F.

Es decir que es suficiente que el valor de verdad de una de los disyuntos sea V para que la proposición disyunción sea V.

¿Qué opinamos sobre el valor de verdad de $m \vee q$? Y del de $m \vee p$?

Otra situación, por ejemplo, decir: *María no es tenista*

A *María es tenista*, le agregamos la palabra **no**.

Lo que hicimos fue sobre la proposición *s* agregar el **no**, en castellano no se pone delante del verbo y así generamos lo que se llama la **negación** de la anterior.

En este caso de compuesta, hay veces que uno al comenzar a estudiar estos temas le dificulta ver que es una proposición compuesta, porque el **no** está dentro de la misma frase.

Si a esa proposición si yo saco la palabra **no** obtengo una proposición, pues de la cual tiene sentido decir si es verdadero o falsa por lo cual la negación es compuesta.

La negación es un conector de un lugar porque se aplica a una sola proposición.

Se escribe como $\neg s$, también $\sim s$. Porque *s*: *María es tenista*.

En la negación \neg ó \sim se pone adelante de la letra que simboliza a *María es tenista*

En cuanto a simbología, pero en escritura el no se pone adelante del verbo entonces esta proposición es compuesta.

Respecto al **valor de verdad de la negación** de una proposición resulta que es V si la proposición es F, y recíprocamente, si la proposición es V su negación es F.

Observación: nosotros que vimos antes tanto conjunción como la disyunción se aplican a dos proposiciones entonces a veces se llaman **conectores de dos lugares** porque se aplica a dos letras, en cambio en la negación primariamente se aplica a una sola, por eso se le dice de **un lugar**.

¿Qué opinamos sobre el valor de verdad de $\neg m$? Y del de $\neg p$?