

5. Escribir por extensión los siguientes conjuntos:

a) $A = \{x: x \in \mathbb{N} \wedge 1 < x \leq 9\}$

Un conjunto está definido por sus elementos. Su definición puede ser de dos formas:

Por comprensión, como está definido el conjunto de este ejercicio o por extensión.

Por extensión, es más sencillo. Se listan sus elementos.

El conjunto A de este ejercicio está definido por comprensión.

Tiene formato teórico: $A = \{x: P(x)\}$.

Que se puede interpretar como: A es el conjunto cuyos elementos se llaman "x" y cumplen la propiedad P(x). Si querés verlo en términos lógicos: $x \in A \leftrightarrow P(x) \text{ es } V$.

Es un lenguaje nuevo que hay que interpretar.

En el caso del conjunto A del enunciado, P(x) dice dos cosas de x:

que x es un número natural **y** que además cumple la condición: " $1 < x \leq 9$ ".

Esa condición la podés leer así: x es un número natural que es mayor estricto que 1 y a la vez menor o igual a 9.

También puede leerse como: x es un número natural entre 1 y 9, excluyendo al 1 e incluyendo al 9.

Ahora sí, la respuesta al inciso A es: $A = \{2,3,4,5,6,7,8,9\}$

b) $A = \{x: x \in \mathbb{N} \wedge x + 3 = 7\}$

En este ejemplo buscamos también todos "x", que sean números naturales y además cumplan que $x+3 = 7$, claramente el 4 cumple las dos condiciones y no hay otro porque esa ecuación tiene solución única.

Respuesta: $A = \{4\}$

j) $G = \{x: x \in \mathbb{Z} \wedge 3 \leq x - 4 \leq 8\}$

Los elementos del conjunto G son números enteros que cumplen la condición $3 \leq x - 4 \leq 8$.

Se ve que no es x que está entre 3 y 8 como en el inciso anterior, sino que es $x-4$.

No vamos a argumentar mucho el procedimiento que vamos a aplicar. Solo diremos que tiene que ver con el orden y la suma. Tal vez, resulte claro que:

Si $3 \leq x - 4 \leq 8$ entonces vale que $3 + 4 \leq x - 4 + 4 \leq 8 + 4$ (sumando el mismo número las desigualdades se mantienen)

Haciendo las cuentas vemos que $7 \leq x \leq 12$. Respuesta: $G = \{7,8,9,10,11,12\}$.

k) $W = \{x: x = 4k + 2 \wedge k \in \mathbb{Z} \wedge 0 \leq k \leq 5\}$

Tenemos que encontrar los elementos de W.

Vemos que también se llaman “x” pero dependen de otra variable, k.

x tiene una fórmula $x = 4k + 2$. Se describe también que k es un número entero que está entre 0 y 5 incluyendo al 0 y al 5.

Entendemos que k toma exactamente estos valores 0,1,2,3,4 y 5 y que habrá un valor de x, por cada valor de k. Podemos calcular los valores de x, por ejemplo usando una tabla:

| k | $x=4k+2$ |
|---|-------------------------------|
| 0 | $4 \cdot 0 + 2 = \mathbf{2}$ |
| 1 | $4 \cdot 1 + 2 = \mathbf{6}$ |
| 2 | $4 \cdot 2 + 2 = \mathbf{10}$ |
| 3 | $4 \cdot 3 + 2 = \mathbf{14}$ |
| 4 | $4 \cdot 4 + 2 = \mathbf{18}$ |
| 5 | $4 \cdot 5 + 2 = \mathbf{22}$ |

Ya tenemos todos los elementos del conjunto W, podemos escribirlo por extensión:

Respuesta: $W = \{2, 6, 10, 14, 18, 22\}$