EJERCICIOS ADICIONALES, CAPÍTULO 5.

2) 15 australianos, 5 búlgaros y 10 chilenos se sientan en 30 butacas consecutivas de una misma fila en un teatro.
(a) ¿De cuántas maneras se sientan si los de igual nacionalidad quedan juntos entre sí?
(b) ¿De cuántas maneras si sólo los australianos se sientan juntos ente sí?

En este ejercicio tenemos que ordenar o permutar a las distintas personas en las 30 butacas.
En el inciso (a) queremos que los de la misma nacionalidad queden sentados juntos. Entonces pensamos en permutar tres bloques (cada bloque representa una nacionalidad) y luego permutar las personas dentro de cada bloque.
Es decir, la cantidad de formas de sentar a las 30 personas si los de igual nacionalidad quedan juntos entre sí será

$$3!15!5!10!$$

Contamos las permutaciones de los 3 objetos del bloque — permutamos a los australianos — permutamos a los búlgaros — permutamos a los chilenos

Para resolver el inciso (b) tenemos que permutar 16 objetos (5 búlgaros, 10 chilenos y 1 bloque que representa a los australianos) y simultáneamente ordenar a los australianos dentro del bloque. El resultado será

$$16!15!$$

6) De un total de 35 chicos (entre los que están Juan y María) se forma un 1er grupo de 10 chicos y luego un 2do grupo de otros 10 chicos.
(a) ¿De cuántas maneras pueden elegirse?
(b) ¿De cuántas si Juan y María deben estar en el 1er grupo?

En este caso tenemos que contar las distintas formas de elegir las personas que integran los dos grupos, pero no nos importa el orden. Usaremos para esto los números combinatorios.
(a)

$$C(35,10).C(25,10)$$

Elegimos 10 personas entre 35 para el primer grupo — Elegimos 10 personas entre las 25 que nos quedaron para el segundo grupo

(b) Ahora para formar el primer grupo sólo tenemos que elegir 8 personas entre 33 (todas menos Juan y María), pues Juan y María forman parte del mismo. Luego formamos el segundo grupo razonando como en la parte anterior. El resultado será

$$C(33,8).C(25,10)$$

7) Una familia está integrada por padre, madre y 3 hijos, otra por padre, madre y 5 hijos.
(a) ¿De cuántas formas pueden sentarse en 12 butacas consecutivas de una misma fila de un cine si los a adultos se sientan juntos entre ellos y los chicos se sientan juntos entre ellos?
Tenemos que contar cuántas formas hay de sentar a 12 personas, pero queremos que los adultos estén juntos (los pensamos como un bloque de 4 personas) y los chicos forman otro bloque de 8 personas. Permutamos los dos bloques y luego ordenamos dentro de cada bloque. El total de ordenamientos será

$$2!4!8!$$

(b) ¿De cuántas formas si sólo lo chicos se sientan juntos?
Ahora sólo tenemos un bloque (el de los chicos) y permutamos 5 objetos (los 4 adultos más el bloque). Para cada disposición encontrada ordenamos el bloque de chicos.
El resultado será

$$5!8!$$

(c) ¿De cuántas maneras pueden ubicarse si los integrantes de una misma familia se sientan juntos entre sí?
En este caso cada familia es un bloque. Ordenamos los dos bloques y simultáneamente permutamos dentro de cada bloque que representa a cada familia.

$$2!5!7!$$

17) Un alumno tiene que elegir 7 de las 10 preguntas de un examen. ¿De cuántas maneras puede elegirlas?¿ Y si las 4 primeras son obligatorias?

Hay C(10,7) formas de elegir 7 preguntas entre las 10 de un examen, pues no nos importa el orden en que elegimos las preguntas si no cuáles son las elegidas (por ejemplo para contestarlas).
Si las 4 primeras son obligatorias, entonces sólo resta elegir 3 preguntas entre las 6 restantes (el total menos las 4 primeras). Esto dará C(6,3)

18) En un hospital se utilizan 5 símbolos para clasificar las historias clínicas de sus pacientes, de manera que los 2 primeros son letras y los 3 últimos son dígitos. Suponiendo que hay 25 letras, cuántas historias clínicas podrían hacerse si:

(a) No hay restricciones sobre letras y números.

(b) Las 2 letras no pueden ser iguales.

(a) La cantidad de historias clínicas está dada por la cantidad de anagramas de dos letras y para cada uno de estos anagramas la cantidad de números que podemos formar con 3 dígitos donde para cada dígitos hay 10 posibles números (0,1,…,9).
Por ejemplo, NB001, es un número posibles de historia clínica (el 0 puede estar en cualquiera de los tres dígitos). Usando el principio de la multiplicación esto dará como resultado

$$25.25.10.10.10$$

(b) Si las dos letras no pueden ser iguales, tendremos 25 posibilidades para la primer letra y 24 para la segunda y para cada elección de este par de letras 10.10.10 posibles números de 3 dígitos. El resultado total será

$$25.24.10.10.10$$