Módulo 3

3) Sea H un conjunto y (P(H), ∩) el conjunto de Partes de H con la operación intersección.
Analizar si (P(H), ∩) es un grupo conmutativo

Para que sea grupo conmutativo para H no vacío, la operación binaria intersección (∩)debe cumplir las siguientes propiedades:

1) Cerrada:
sea A ∈ P(H) y B ∈ P(H),
A∩B ∈ P(H) (verdadero)
Porque A y B son subconjuntos de H entonces la intersección entre ellos también es un subconjunto de H, por lo tanto, es un elemento de P(H)

2) Asociativa:
sea A ∈ P(H), B ∈ P(H) y C ∈ P(H)
A∩(B∩C) = (A∩B)∩C (verdadero)
Por la propiedad asociativa de la intersección de conjuntos vista en el módulo 2

3) Neutro: H es un elemento de P(H) y para todo A de P(H), se cumple que:
A∩H=A y H∩A=A.
Como A es subconjunto de H, la intersección de A con H da siempre A
Por lo tanto existe el elemento neutro de la intersección y es H .

4) conmutativa:
sea A ∈ P(H) y B ∈ P(H)
A∩B=B∩A (verdadero)
Por la propiedad conmutativa de la intersección de conjuntos vista en el módulo 2

5) opuesto:
Pero ($\boldsymbol{P}(\boldsymbol{H})$, ∩) **No es un grupo** ya que no existe el opuesto para cada subconjunto de H.
Si A es un elemento cualquiera de $P(H)$, distinto de H, no hay ningún elemento en P(H) que al intersecarlo con A de como resultado el conjunto H (neutro de la ∩).
Es decir si A es un elemento cualquiera de P(H) distinto de H, entonces no hay ningún elemento B en P(H) tal que A∩B = H