

## Clases de Lógica Formal (*informalmente!!*)



### Organización de las primeras clases virtuales: Ahora, contenido del segundo video:

Será la introducción de  
otros conectivos para  
expresar otros aspectos  
del lenguaje coloquial.  
Además, su importancia  
en la ciencia.

Reflexiones...

Entonces importa:



¡¡¡Para que sirva!!! A los  
estudiantes el contacto virtual.

## 1- Nos saludamos

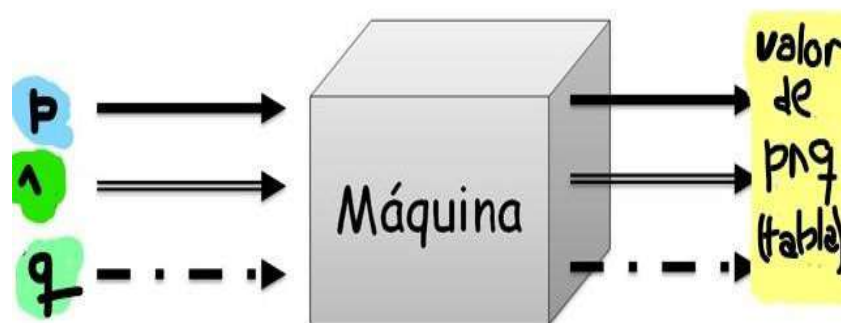
Hola, qué tal están? ¿Todo bien? ¿Entendiendo? Qué bien, me alegro mucho.

Hoy estamos en la segunda clase virtual de Matemática 0, de la Facultad de Informatica dependiente de la Universidad Nacional de La Plata.



Los invito a mirar en los Apuntes de la Cátedra subidos en el sitio *Ideas* de la Facultad , las **tablas de verdad de los conectivos ya introducidos: conjunción, disyunción y negación**.

Una tabla de verdad es *como una maquina procesadora*, donde *colocamos los ingredientes* (las letras proposicionales con sus valores de verdad) y *apretamos el conector correspondiente* y sale el valor de verdad de la proposición compuesta...



¡¡¡Y así también para la disyunción y para la negación!!!!

Hay estudios de psicología cognitiva que avalan las definiciones de las tablas. La mayoría de las personas concuerdan con los valores atribuidos.

## 2-Introducción

Es importante que estudiemos el comportamiento de expresiones en Lógica proposicional porque la mayoría de las teorías de Matemática están ligadas y fundamentadas en la Lógica, lo mismo pasa con todas las materias de Programación.

Sigamos avanzando en la “fabricación” de proposiciones compuestas

Sea la proposición  $v$ : *Villa practicó mucho patear penales.*

Y sea la proposición  $g$ : *Villa hizo un gol de la definición de la copa.*

Enunciamos:

*Si Villa practicó mucho patear penales entonces Villa hizo un gol de la definición de la copa.*

Es una proposición compuesta. Ambas proposiciones están separadas por dos palabras

*Si .....entonces .....*

Para saber si es una proposición hay que ver si se le puede atribuir un valor de verdad.

Todos entendemos que significa “*practicar mucho patear penales*”

También que es hacer “un gol para la definición de la copa”

La experiencia dice que, si un jugador practica mucho patear penales, luego puede hacer un gol en una final. Eso es lo que puede pasar habitualmente.

Se puede atribuir un valor de verdad. La experiencia diría que es Verdadera.

Y la manera de simbolizarla es:  $v \rightarrow g$

Esta nueva proposición se llama **condicional**

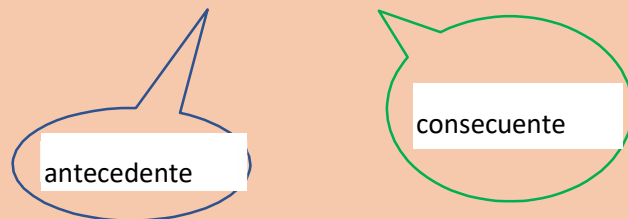
La manera de leer esta simbolización es: *Si  $v$  entonces  $g$ .*

En este caso la proposición  $v$ , se llama **antecedente** del condicional y la proposición  $g$  se llama **consecuente** del condicional.

El ejemplo dado justifica bastante bien los nombres que se da a la proposición y a sus componentes. Pues en la vida cotidiana la condición que determina que se haga el gol es practicar mucho. Es consecuencia de practicar mucho hacer el gol.

En general, para todo par de proposiciones  $p$  y  $q$ , un **condicional** es una expresión

$$p \rightarrow q : \text{Si } p \text{ entonces } q$$



**Observaciones:** \*en algunos libros o videos van a encontrar que se habla de *la condicional* o *el condicional*.

Las dos cosas son correctas porque se habla de la proposición condicional o del conectivo.

\*\* La flechita que lo simboliza es simple.

En el ejemplo que se dio,

*Si Villa practicó mucho patear penales entonces Villa hizo un gol de la definición de la copa.*

Se entiende que hay una relación entre el antecedente y el consecuente.

**2-1:** Pero como nuestro abordaje es la Lógica es formal, podríamos formar un condicional como los que siguen:

*Si el Sol brilla entonces 3 es un número primo.*

*Si 2 es un número racional entonces 4 es un número primo.*

*Si 20 es divisible por 4 entonces Juan es violinista.*

*Si Ana es linda entonces Pedro es Gardel.*

La verdad o falsedad de las proposiciones compuestas están definidas en las **tablas de verdad** (Apunte de la Cátedra)

En algunas ocasiones estaremos de acuerdo, en otros no tanto. Particularmente con los valores atribuidos al condicional.

### 3 Porqué importa mucho el condicional: su valor de verdad y sus aplicaciones.

Un **condicional es falso** únicamente en el caso que el antecedente sea verdadero y su consecuente sea falso. En todo otro caso es verdadero.

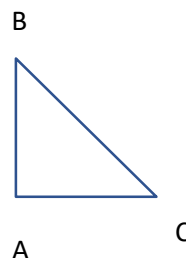
➤ Vamos a hacer algunos **comentarios al respecto** de su uso.

La mayoría de los teoremas en Matemática son enunciados de estructura condicional.

Pensar en uno que seguramente todos conocen, el teorema de Pitágoras:

Dibujo un triángulo para orientar.

**Recordar** que los lados opuestos a los vértices se nombran con las letras minúsculas correspondientes a las letras mayúsculas de los vértices



Enunciado:

*Si el triángulo ABC es rectángulo en A, entonces el cuadrado de la medida de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos.*

O simbólicamente:

*Si ABC es un triángulo rectángulo en A, entonces  $a^2 = b^2 + c^2$ , para  $a$  la medida de la hipotenusa y  $b$  y  $c$  las medidas de los catetos.*

Podríamos enunciar muchos más.

También en Programación es frecuente el uso de *If....then....* que es un condicional!!!

Pongo la tabla de verdad del condicional para hacer algunos comentarios al respecto.

$p$	$q$	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

➤ Consideremos otro condicional particular para hacer algunos comentarios sobre la tabla de verdad del condicional:

**Si** Juan estudió mucho **entonces** Juan aprobó el examen.

El antecedente,  $p$ : Juan estudió mucho

el consecuente,  $q$ : Juan aprobó el examen

¿Cuáles combinaciones de la tabla de verdad son consistentes con su opinión y la tabla dada?

Supongamos que: Juan estudió mucho ( $p$ ) y que Juan aprobó el examen ( $q$ ).

Entonces  $p$  y  $q$  son ambas verdaderas al igual que lo dado en la primera línea de la tabla del condicional.



También resultará aceptable que, si Juan **no** estudió mucho y Juan **no** aprobó el examen, sea verdadera y concordante con lo que afirma el condicional. Es la línea 4 de su tabla.

Supongamos que Juan **no** estudió mucho y que Juan (igual) aprobó el examen.

¿Esto hace que el condicional sea falso? No. La proposición “Si  $p$  entonces  $q$ ” no dice que la única manera de aprobar el examen sea estudiando mucho, el examen puede ser muy fácil (nadie sospecha que haya copia...). Esto es la 3° línea de la tabla del condicional.

En el caso que Juan estudió mucho y Juan **no** aprobó el examen, allí diremos que lo que dice el condicional “Si  $p$  entonces  $q$ ” es falso. Es la 2° línea de su tabla de verdad.

Se pueden considerar condicionales abstractamente con  $p$  y  $q$  sin ninguna relación, y por lo tanto no tiene porqué resultar tan explicable ni aceptable su tabla de verdad, pero es una definición que así resulta muy útil para sus aplicaciones. Piense un análisis sobre el siguiente condicional: *Si 2 es un número irracional entonces el Papa saldrá al balcón.*

¡¡¡Es muy posible que la tabla dada no lo convenza!!!

**Actividad:** Analizar y opinar si concuerda con la tabla y su opinión en los condicionales de 2-1.



## 4- Reflexiones

Se comentó que en Matemática varios teoremas tienen esta estructura formal de condicional, luego si uno piensa eso, ¿que no le permitiría uno a un teorema? Salir de hipótesis verdaderas y llegar a una conclusión falsa, eso no sería un teorema.

Lo que quiere un matemático es de hipótesis verdaderas llegar a una conclusión verdadera.

El otro aspecto es porque cuando el antecedente es falso se quiere que el valor de verdad del condicional dé verdadero, uno podría pensar esto es porque del punto de *vista lógico pretendemos que sea así porque sirve.*

En Matemática muchas veces decimos que las cosas se definen de alguna manera para que sirvan. Y es cierto.

Voy a poner un ejemplo numérico puedo aclarar esta idea.

Todos saben que cualquier número real que no sea el nulo, por ejemplo 2 elevado a 0 vale 1.

Eso nos dijeron por definición ¿y por qué?

En el colegio inicial aprendimos que 2 por 2, es 2 al cuadrado; que 2 al cubo es 2.2.2, entonces inicialmente nos dijeron bueno elevar un número a una determinada potencia natural  $n$  no nulo, es multiplicar el número 2 tantas veces como indique el exponente  $n$ .

Luego ¿que sería 2 a la 0? Multiplicar a 2 tantas veces .....

Luego  $2^0$  entonces hubo que definirlo de alguna manera. Alguien podría haber dicho bueno, es 88 . Ustedes piensan que la definición se hace porque sí. Pero no, las definiciones de Matemática normalmente tienen un sentido importante.

Ustedes saben la propiedad de potencias de igual base:

Dado un número real  $a$  cualquiera, sabemos que para  $n$  y  $m$  naturales no nulos  $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ .

Luego se generaliza definición de potencia para exponente entero NO nulo cualquiera. Y también esa igualdad vale para

potencia entera.

Y qué pasa con la potencia entera,  $2^{-m} = 1/2^m$

Luego  $2^m \cdot 2^{-m} = 2^m \cdot 1/2^m = 1$ , que por otra parte será  $2^m \cdot 2^{-m} = 2^{m-m} = 2^0 = 1$

- Vamos a analizar porque para la definición del valor de verdad de la proposicional está “prohibido” en el sentido que es falso, un condicional de antecedente verdadero y consecuente falso.

Un condicional en el sentido que se usa en la vida cotidiana digamos es que haya alguna relación entre lo que se tiene como antecedente  $p$  y lo que es consecuente  $q$ , se aplica también en las teorías experimentales en ciencias experimentales, ¿qué quiero decir? si un químico o un biólogo está haciendo una determinada teoría entonces él lo que hace es plantear una determinada cantidad de cosas que son sus hipótesis de trabajo y con esas hipótesis que toma va a tratar de llegar a un resultado válido, es decir a una conclusión verdadera.

En estos días estamos todos escuchando que se tienen un montón de hipótesis sobre la enfermedad que estamos atravesando y están intentando sacar conclusiones, obviamente que en ningún laboratorio se van a usar hipótesis falsas porque no importa la conclusión que se pueda sacar a partir de hipótesis falsas, que es lo que le importa al científico que no pueda pasar que de hipótesis verdaderas saque una conclusión falsa. Eso explica lo que está pasando que sea falso el condicional cuando el antecedente es verdadero y el consecuente, que sería la conclusión sea falso por eso no se va a permitir.

Pero da lo mismo lo que pase si salgo de hipótesis falsas entonces esas líneas de verdad (acuérdense que acá son instancias de verdad) se les da el valor verdadero porque es irrelevante lo que pase de hipótesis falsa. Pero para que sirva es importante que sea verdadero.

## 5- Otras maneras de decir lo mismo

*Si Juan es alumno de segundo año de la facultad entonces Juan cumplió las condiciones del Ingreso.*

La forma es: Si  $p$  entonces  $q$ , simbolizando también el conectivo se tiene:  $p \rightarrow q$ .

De la misma manera se simboliza:

*Juan cumplió las condiciones del ingreso si Juan es alumno de segundo año de la Facultad.*



*Siempre que Juan sea alumno de segundo año de la Facultad, Juan cumplió las condiciones del ingreso.*

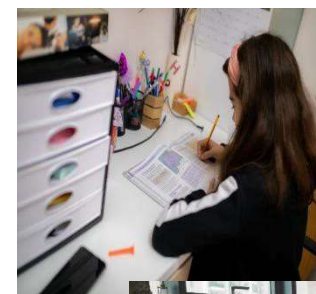
También:

*Juan es alumno de segundo año de la Facultad, sólo si Juan cumplió las condiciones del ingreso.*

*Juan cumplió las condiciones del ingreso es condición necesaria para Juan sea alumno de segundo año de la Facultad.*

## Resumen

lenguaje natural	simbolización	operación lógica
<b>Si <math>p</math> entonces <math>q</math></b> <b><math>p</math>, sólo si <math>q</math></b> <b><math>q</math>, si <math>p</math></b> $p$ es <b>condición suficiente</b> para $q$ $q$ es <b>condición necesaria</b> para $p$	$p \rightarrow q$	<b>condicional</b>



**Actividad:** Simbolizar:

- Si Guillermo ganó la final entonces Guillermo ganó la semifinal.
- Guillermo ganó la semifinal si Guillermo ganó la final.
- Guillermo ganó la semifinal es condición necesaria para que Guillermo haya ganado la final.
- Guillermo ganó la final es suficiente para que Guillermo haya ganado la semifinal.