CAPÍTULO 3: Sistemas de ecuaciones

Sistemas de ecuaciones lineales

Problemas de aplicación

Sistemas de Ecuaciones

- Utilizaremos sistemas de ecuaciones cuando queremos resolver algún problema aplicado.
- En los mismos, vamos a tener varias cantidades desconocidas y varias condiciones que las verifican.
- Ya no tenemos una sola ecuación como las vistas en los videos anteriores, sino que tendremos un **sistema de ecuaciones**.
- Veremos:
  - Sistemas de ecuaciones lineales
  - Sistemas de ecuaciones mixtos

Sistemas de ecuaciones lineales

- Son del tipo:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Donde x e y son las incógnitas y $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 \in \mathbb{R}$.

- Existen varios métodos para resolverlos, en este curso repasaremos los métodos de:
  - Sustitución
  - Suma y resta

Método de Sustitución

- Para resolver por este método debemos:

- Despejar una incógnita (x o y).
- Sustituirla en la otra ecuación.
- Resolver la ecuación que nos queda.
- Con el resultado del punto anterior, reemplazarlo en una de las ecuaciones originales y hallar la otra incógnita.

Método de sustitución

- *Ejemplo:* $\begin{cases} 2x + 3y = 5 & (1) \\ 5x - 3y = 2 & (2) \end{cases}$

De (1) despejo x

$2x = 5 - 3y$

$x = \frac{5}{2} - \frac{3}{2}y$

$x = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} \cdot 1$

$\boxed{x = 1}$

Voy a ec. (2)

$5 \cdot \left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2}y \right) - 3y = 2$

$\frac{25}{2} - \frac{15}{2}y - 3y = 2$

$\frac{25}{2} - 2 = \frac{15}{2}y + 3y$

$\frac{21}{2} = \frac{21}{2}y \rightarrow \boxed{y = 1}$

Método de Suma y Resta

- Este método también es llamado “de reducción”.

- Para resolver por este método debemos:

- Multiplicar una ecuación, las dos, o de no ser necesario ninguna, por un número, para poder sumarlas o restarlas.
- Restar o sumar las ecuaciones.
- Resolver la ecuación que nos queda.
- Calcular la otra incógnita.

Método de Suma y Resta

- *Ejemplo:* $\begin{cases} 2x + 3y = 5 & (1) \\ 5x - 3y = 2 & (2) \end{cases}$

(1) + (2)

$$
\begin{array}{rl}
 & 2x + 3y = 5 \\
+ & 5x - 3y = 2 \\
\hline
 & 7x + 0y = 7
\end{array}
$$

$7x = 7$

$\boxed{x = 1}$

Voy a la (2)

$5 . 1 - 3y = 2$

$5 - 3y = 2$

$5 - 2 = 3y$

$3 = 3y$

$\boxed{1 = y}$

Problemas de aplicación

Consejos para resolver un problema:

- Leerlo con mucha atención.
- Hacer un dibujo.
- Representar las cantidades a determinar con una letra.
- Plantear la/las ecuaciones.
- Resolver la/las ecuaciones.
- Verificar.
- Responder de acuerdo a lo preguntado.

Problema: Hallar dos números tal que la suma de ambos sea 15 y que uno de ellos más el doble del consecutivo del otro sea 25.

Sea x uno de los números y sea y el otro número.

$$\begin{cases} x+y=15 \longrightarrow y=15-x \\ x+2(y+1)=25 \end{cases}$$

$$x+2.(15-x+1)=25$$

$$x+2.(16-x)=25$$

$$x+32-2x=25$$

$$32-25=-x+2x$$

$$\boxed{7=x}$$

$$y=15-7$$

$$\boxed{y=8}$$

Rta: Uno de los nros es 7 y el otro es 8.

Problema: Ariel y María tienen entre los dos $2000. La mitad de lo que tiene Ariel más las 2/5 partes de lo que tiene María es igual a lo que tendría Ariel si hubiera perdido $280. ¿Cuánto dinero tiene cada uno por separado?

x = cant. de dinero que tiene Ariel

y = " " " " " María.

$$\begin{cases} x + y = 2000 \longrightarrow y = 2000 - x \\ \frac{1}{2}x + \frac{2}{5}y = x - 280 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{2}{5}\cdot(2000 - x) = x - 280$$

$$\frac{1}{2}x + 800 - \frac{2}{5}x = x - 280$$

$$800 + 280 = x - \frac{1}{2}x + \frac{2}{5}x$$

$$1080 = \frac{9}{10}x \longrightarrow \boxed{x = 1200}$$

$$y = 2000 - 1200$$

$$\boxed{y = 800}$$

Rta: Ariel tiene 1200 pesos y María tiene 800 pesos.