

Clases de Lógica Formal (*informalmente!!*)



Organización de las primeras clases virtuales: Ahora, contenido del tercer video:

La introducción de
otros conectivos para
expresar otros aspectos
del lenguaje coloquial.
Expresiones
que dicen lo
mismo.
Reflexiones...

Entonces importa:



¡¡¡Para que sirva!!! A los
estudiantes el contacto virtual.

1- Nos saludamos

Hola, qué tal están hoy? Espero que todo muy bien.

¿Entendiendo lo que estamos haciendo en Matemática 0? Mi intuición es que si. Qué bien, me alegro mucho.

Hoy estamos en la tercera clase virtual de Matemática 0, de la Facultad de Informatica dependiente de la Universidad Nacional de La Plata.



Los invito a tener presente las definiciones de las operaciones lógicas entre las letras proposicionales y sus respectivas **tablas de verdad de los conectivos ya introducidos: conjunción, disyunción, negación y condicional** .

Están en el **Apunte de la Cátedra**, está en sitio *Ideas* de la Facultad.

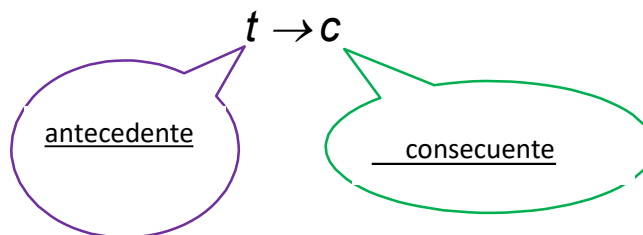
Seguiremos ampliando nuestro lenguaje simbólico para “dominar” el lenguaje coloquial...

2- Condicionales asociados

Dada la proposición condicional: *Si Juan juega al tenis entonces Juan se curó de la muñeca.*

Cuya simbolización es: t : *Juan juega al tenis*

c : *Juan se curó de la muñeca*



Dado ese condicional se pueden “fabricar” otros 3 condicionales, que teniendo $t \rightarrow c$ como fijo o referencia.

Ellos son y reciben los siguientes nombres: $c \rightarrow t$ **recíproco**

$\neg t \rightarrow \neg c$ **contrario**

$\neg c \rightarrow \neg t$ **contrarrecíproco**

Para el ejemplo dado, en el lenguaje coloquial expresan:

$c \rightarrow t$: *Si Juan se curó la muñeca entonces Juan juega al tenis.*

$\neg t \rightarrow \neg c$: *Si Juan no juega al tenis entonces Juan no se curó la muñeca.*

$\neg c \rightarrow \neg t$: *Si Juan no se curó la muñeca entonces Juan no juega al tenis.*

Pronto veremos qué relación hay entre alguno de esos 4 condicionales (el original, su recíproco, su contrario y su contrarrecíproco). Hay que tener un poco de paciencia...

➤ Otro conectivo que es importante considerar es el **bicondicional**.

Este conectivo se puede definir en términos de la conjunción y condicionales.

Un ejemplo clásico de la vida cotidiana es:

El agua está en ebullición si y sólo si la temperatura del agua es de 100° C.

Simbolizamos por

e: El agua está en ebullición

t: La temperatura del agua es de 100° C.

Esta proposición se simboliza por

$$(e \rightarrow t) \wedge (t \rightarrow e) \quad \text{o por} \quad e \leftrightarrow t$$

Sabemos de la experiencia en las ciencias naturales que su valor de verdad es verdadero.

Este conectivo, que simbolizamos por \leftrightarrow se llama **bicondicional**.

Se puede expresar lo anterior como:

*El agua está en ebullición **bicondicional** la temperatura del agua es de 100° C.*

Pero un bicondicional se puede formular siempre que los elementos que están a los lados de la flecha “que va y viene” sean proposiciones.

Por ejemplo: *El número 4 es primo si y sólo si Aristóteles escribió sobre Lógica.*

Aproximándonos a la manera simbólica: *El número 4 es primo \leftrightarrow Aristóteles escribió sobre Lógica*

Y con mayor precisión para la simbolización, designando por

n: El número 4 es primo.

a: Aristóteles escribió sobre Lógica

La simbolización es $n \leftrightarrow a$: *El número 4 es primo si y sólo si Aristóteles escribió sobre Lógica.*

Vamos a recordar la tabla de verdad del **bicondicional**, dadas dos letras proposicionales p y q , para su construcción se usan las tablas del condicional y la conjunción, para hacer algunas observaciones interesantes.

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Observar que el **bicondicional** $p \leftrightarrow q$ es verdadero para los casos p y q tienen el mismo valor de verdad y es falso si los valores de verdad son diferentes.

Actividad: Cuál es el valor de verdad de:

- a) *Los pájaros vuelan si y sólo si la ciudad de La Plata es la Capital de la Pcia. de Bs. As..*
- b) *Sarmiento escribió Martín Fierro si y sólo si $3+2=7$.*
- c) *El número 4 es primo si y sólo si Aristóteles escribió sobre Lógica.*
- d) *La suma de los números naturales es conmutativa si y sólo si $2 + 3 = 3 + 2$.*



➤ Otras maneras de expresar un bicondicional

Dado que $p \leftrightarrow q$ es la conjunción de $p \rightarrow q$ y de $q \rightarrow p$ nos lleva a decir:

Si p entonces q y recíprocamente.

p es necesario y suficiente para q .

Actividad: Escribir los bicondicionales de la Actividad anterior de dos maneras diferentes.

❖ Explicaremos los pasos a seguir para construir una tabla de verdad para la forma proposicional:

$$p \rightarrow (q \wedge r).$$

Para eso se debe analizar cuáles son las letras proposicionales intervinientes, una columna para cada letra y dar la posibilidad de la combinación de todas las alternativas de verdad para cada letra. Se hará una columna por cada componente de la forma proposicional:

p	q	r	$q \wedge r$	$p \rightarrow (q \wedge r)$
V	V	V	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	F	V
V	V	F	F	F
V	F	F	F	F
F	V	F	F	V
F	F	F	F	V

Además se quiere construir una tabla de verdad para la forma proposicional:

$$p \rightarrow q \wedge r$$

Observar si es lo mismo $(p \rightarrow q) \wedge r$ que $p \rightarrow (q \wedge r)$

Para eso se debe analizar cuáles son las letras proposicionales intervinientes, una columna para cada letra y dar la posibilidad de la combinación de todas las alternativas de verdad para cada letra. Se hará una columna por cada componente de la forma proposicional:

p	q	r	$p \oplus q$	$(p \rightarrow q) \wedge r$
V	V	V	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	F	F	F
F	V	F	V	F
F	F	F	V	F

Comparemos las dos tablas de verdad. Y se ve que las dos últimas líneas, es decir hay instancias de verdad iguales tal que el valor de verdad de las formas proposicionales compuestas es diferente. Por lo tanto, **esas formas proposicionales no expresan lo mismo**.

Más adelante veremos este tipo de comentario con más herramientas y precisión.

Vamos a pensar como trabajamos en aritmética haciendo operaciones numéricas, que nos podrían inducir a como es el trabajo del Cálculo Proposicional.

Si se tiene que hacer operaciones con tres más números hay una convención en el cálculo algebraico, los términos se separan por signos de sumas o resta. Si no estuviera esa convención alguien podría dudar como escribir para calcular

$3 + 2$ todo por 7 o si solamente el 7 multiplica al 2, ¿ $(3+2).7$ y $3 + 2.7$, son iguales?

En el caso de la Lógica si escribimos más de dos letras proposicionales y no doy ninguna convención sobre la prioridad de los conectivos, y quiero analizar si es igual lo que dicen en la simbolización.

Es imprescindible usar paréntesis para escribir por precisión. Para que no haya ambigüedad en el lenguaje entonces, así como en el lenguaje cotidiano ponemos punto, ponemos coma, ponemos punto y aparte, o punto y seguido son símbolos que no son letras sino son auxiliares para que todos nos entiendan lo que estamos hablando entonces y acá también son importantes las parientes hagan esto para practicar y van a ver que en algunas líneas no son iguales los valores de verdad de esto que los valores de verdad.