

Organización de Computadoras



Clase 2



Temas de Clase

- Representación de datos
 - Números con signo
- Operaciones aritméticas
- Banderas de condición
- Representación de datos alfanuméricos



Representación en BCS

- Con n bits, 1 bit representa al signo y $n-1$ bits a la magnitud



- El bit $n-1$ (extremo izquierdo) representa sólo al signo
- Los bits 0 a $n-2$ la magnitud



Binario con signo

- Un 0 en el bit de signo indica que el número es positivo
- Un 1 en el bit de signo indica que el número es negativo
- Los bits $0 \rightarrow n-2$ representan el valor absoluto en binario
- El rango: $-(2^{n-1} - 1) \rightarrow +(2^{n-1} - 1)$ con 2 ceros

Binario con signo (2)

➤ Ejemplos

$$+32_{10} = \overset{+}{00100000}$$

↓
32

$$-32_{10} = \overset{-}{10100000}$$

↓
32

$$+7_{10} = 00000111$$

$$-7_{10} = 10000111$$

$$+41_{10} = 00101001$$

$$-41_{10} = 10101001$$



Binario con signo (3)

➤ Ejemplo: $n=8$ bits

Números negativos	{	11111111	←	$-(2^{n-1} - 1) = -127$
		...		
		10000000	←	- 0
Números positivos	{	01111111	←	$+(2^{n-1} - 1) = +127$
		...		
		00000000	←	+0



Binario con signo (4)

➤ Ejemplo con $n = 3$ bits

$$111 = -3 = -(2^{n-1} - 1)$$

$$110 = -2$$

$$101 = -1$$

$$100 = -0$$

$$011 = +3 = +(2^{n-1} - 1)$$

$$010 = +2$$

$$001 = +1$$

$$000 = +0$$



Resumen: BCS

- ✓ El intervalo es simétrico
- ✓ El primer bit sólo indica el signo
- ✓ Los positivos empiezan con cero (0)
- ✓ Los negativos empiezan con uno (1)
- ✓ Hay dos ceros
- ✓ Números distintos: 2^n



Técnica de Complementos

- El complemento a un número N de un número A (A menor que N) es igual a la cantidad que le falta a A para ser N

$$\text{Complemento a } N \text{ de } A = N - A$$

- El complemento a un número N del número $(N-A)$ es igual a A .

$$\text{Complemento a } N \text{ de } (N-A) = N - (N-A) = A$$



Técnica de Complementos (2)

En un sistema con n dígitos podemos tener:

- Complemento a la base disminuida

- si $N = \text{base}^n - 1$

En sistema binario es **Complemento a 1** ó **Ca1**

- Complemento a la base

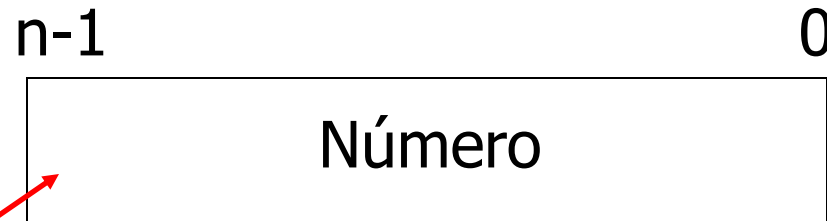
- si $N = \text{base}^n$

En sistema binario es **Complemento a 2** ó **Ca2**



Representación en Ca1

❖ Los n bits representan al número



❖ Información del signo



Ca1

- Si el número es positivo, los n bits tienen la representación binaria del número (como siempre)
- Si el número es negativo, los n bits tienen el Ca1 del valor deseado.
- El Ca1 de un número en base 2 se obtiene invirtiendo todos los bits



Ca1

- Los positivos empiezan con cero (0)
- Los negativos empiezan con uno (1)
- El rango va desde
 $-(2^{n-1} - 1)$ a $+(2^{n-1} - 1)$
con dos ceros



Ca1

➤ Ejemplos

$$+32_{10} = 00100000$$

$$+7_{10} = 00000111$$

$$+41_{10} = 00101001$$

$$-32_{10} = 11011111$$

$$-7_{10} = 11111000$$

$$-41_{10} = 11010110$$



Ca1

➤ Ejemplo: $n=8$ bits

Números negativos	{	11111111	←	-0
		...		
		10000000	←	$-(2^{n-1} - 1) = -127$
Números positivos	{	01111111	←	$+(2^{n-1} - 1) = +127$
		...		
		00000000	←	+0



Ca1

➤ Ejemplo con $n = 3$ bits

$$111 = -0$$

$$110 = -1$$

$$101 = -2$$

$$100 = -3 = -(2^{n-1} - 1)$$

$$011 = +3 = +(2^{n-1} - 1)$$

$$010 = +2$$

$$001 = +1$$

$$000 = +0$$



Ca1

Dada una cadena de bits ¿qué número decimal representa si lo interpretamos en Ca1?

❖ Cuando es positivo:

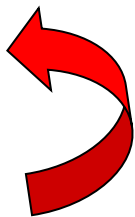
$$01100000 = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 = 64 + 32 = 96$$

Como siempre



Ca1

- ❖ Cuando es negativo, puedo hacer dos cosas:
- ✓ Ca1 del número y obtengo el positivo
Ej.

$$\begin{array}{lcl} 11100000 & = - & 31 \\ 11100000 & \xrightarrow{\text{red arrow}} & 00011111 = +31 \end{array}$$




Ca1

- ✓ Otro método: el peso que tiene el primer dígito ahora es $-(2^{n-1} - 1)$ y el resto de los dígitos con pesos positivos *como siempre*

$$\begin{aligned} 11100000 &= -1 \times (2^7 - 1) + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 = \\ &= -127 + 64 + 32 = -31 \end{aligned}$$

- *O por definición de Complemento a la base disminuida*

$$\text{Ca1} = (b^n - 1) - N^o$$





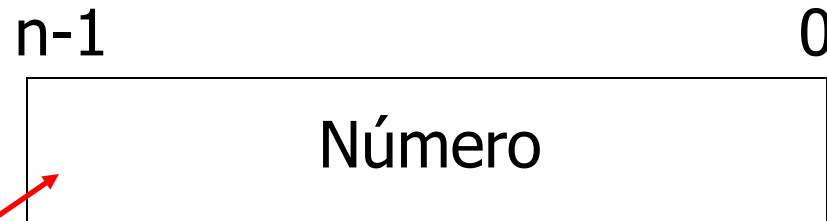
Resumen Ca1

- ❖ El intervalo es simétrico
- ❖ Los n bits representan al número
- ❖ Los positivos empiezan con cero (0)
- ❖ Los negativos empiezan con uno (1)
- ❖ Hay dos ceros
- ❖ Números distintos 2^n



Representación en Ca2

❖ Los n bits representan al número



❖ Información del signo



Representación en Ca2

- Si el número es positivo, los n bits tienen la representación binaria del número (como siempre)
- Si el número es negativo, los n bits tienen el Ca2 del valor deseado.
- El Ca2 de un número (en base 2) se obtiene invirtiendo todos los bits (Ca1) y luego sumándole 1.



Ca2

- Otra forma: “mirando” desde la derecha se escribe el número (base 2) igual hasta el primer “1” uno inclusive y luego se invierten los demás dígitos
- Otra forma: *por definición de Complemento a la base*
 - $Ca2 = b^n - N^0$ ←



Ca2

- Los positivos empiezan con cero (0)
- Los negativos empiezan con uno (1)
- El rango es asimétrico y va desde
 $-(2^{n-1})$ a $+(2^{n-1} - 1)$
- Hay un solo cero



Ca2

➤ Ejemplos

$$+32_{10} = 00100000 \leftarrow \text{"mirando" desde la derecha}$$

$$-32_{10} = 11100000$$

- ✓ Los dígitos en rojo se copiaron igual
- ✓ Los dígitos en azul se invirtieron



Ca2 (otra forma)

$$+32_{10} = 00100000$$

1111

11011111 invierto todos los bits

+ 1 le sumo 1

$$-32_{10} = 11100000 \quad \leftarrow \text{ en Ca2}$$



Ca2 (otra forma)

- $\text{Ca2} = b^n - N^o = 2^8 - 32 = 256 - 32 = 224$
- Hagamos la cuenta en base 2

$$\begin{array}{r} 011 \\ \text{---} \\ \text{1101000000} \\ \text{---} \\ 001000000 \\ \text{---} \\ -32 = 111000000 \end{array} \quad \leftarrow \text{ en Ca2}$$



Ca2

➤ Ejemplo : $n=8$ bits

Números negativos	{	11111111	← -1
		...	
		10000000	← $-(2^{n-1}) = -128$
Números positivos	{	01111111	← $+(2^{n-1} - 1) = +127$
		...	
		00000000	← +0



Ca2

➤ Ejemplo con $n = 3$ bits

$$111 = -1$$

$$110 = -2$$

$$101 = -3$$

$$100 = -4 = -(2^{n-1})$$

$$011 = +3 = +(2^{n-1} - 1)$$

$$010 = +2$$

$$001 = +1$$

$$000 = +0$$



Ca2

Dada una cadena de bits ¿qué número decimal representa si lo interpretamos en Ca2?

❖ Cuando es positivo:

$$01100000 = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 = 64 + 32 = 96$$

Como siempre



Ca2

❖ Cuando es negativo, puedo hacer dos cosas:

✓ Ca2 el número y obtengo el positivo

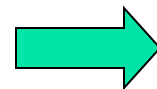
Ej.

11100000

= - 32



11100000



00100000 = +32



Ca2

- ✓ Otro método: el peso que tiene el primer dígito ahora es $-(2^{n-1})$ y el resto de los dígitos con pesos positivos *como siempre*

$$\begin{aligned} 11100000 &= -1 \times (2^7) + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 \\ &= -128 + 64 + 32 = -32 \end{aligned}$$



Resumen Ca2

- ❖ El intervalo es asimétrico, hay un - más
- ❖ Los n bits representan al número
- ❖ Los positivos empiezan con cero (0)
- ❖ Los negativos empiezan con uno (1)
- ❖ Hay un solo cero
- ❖ Números distintos 2^n



Técnica del Exceso

- La representación de un número A es la que corresponde a la SUMA del mismo y un valor constante E (o exceso).

$$\text{Exceso } E \text{ de } A = A + E$$

- Dado un valor, el número representado se obtiene RESTANDO el valor del exceso.

$$A = (\text{Exceso } E \text{ de } A) - E$$

- El signo del número A resulta de una resta
 - En binario, NO sigue la regla del bit mas significativo



Exceso 2^{n-1}

■ Rango

$$-2^{(n-1)} \leq x \leq 2^{(n-1)}-1$$

si $n=6$ **Exceso 32**

$$\begin{aligned} -2^{(6-1)} &= 000000_2 \\ &= \mathbf{0 - 32} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^{(6-1)}-1 &= 111111_2 \\ &= \mathbf{63 - 32 = 31} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0_{10} &= 100000_2 \\ &= \mathbf{32 - 32 = 0} \end{aligned}$$



Nuevas Banderas aritméticas

- ❖ N (negativo): igual al bit más significativo del resultado.
 - ❖ Es 1 si el resultado es negativo
- ❖ V (overflow): en 1 indica una condición de fuera de rango (desborde) en Ca2.
 - ❖ El resultado no se puede expresar con el número de bits utilizado.



Suma en Ca2

- Para sumar dos números en Ca2 se suman los n bits directamente.
- Si sumamos dos números $+$ y el resultado es $-$ ó si sumamos dos $-$ y el resultado es $+$ **hay overflow**, en otro caso no lo hay.
- Si los N^os son de distinto signo nunca puede haber overflow.



Resta en Ca2

- Para restar dos números en Ca2, se restan los n bits directamente. También se puede Ca2 el sustraendo y transformar la resta en suma.
- Si a un $N^0 +$ le restamos un $N^0 -$ y el resultado es $-$ ó si a un $N^0 -$ le restamos un $+$ y el resultado es $+$ hay overflow en la resta.
- Si son del mismo signo nunca hay overflow



Bits de condición para la suma

Operación	NZVC	Ca2	Sin signo
-----------	------	-----	-----------

$$\begin{array}{r} + \quad 0100 \\ \quad 0010 \\ \hline 0110 \end{array}$$

0000

$$\begin{array}{r} + \quad +4 \\ \quad +2 \\ \hline +6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + \quad +4 \\ \quad +2 \\ \hline +6 \end{array}$$

✓ Los dos resultados son correctos.



Bits de condición para la suma

Operación	NZVC	Ca2	Sin signo
-----------	------	-----	-----------

$$\begin{array}{r} + 0101 \\ + 0111 \\ \hline 1100 \end{array}$$

1010

$\begin{array}{r} + 5 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} + 5 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$
-4 overf.	+12

✓ Ca2 incorrecto, sin signo correcto.



Bits de condición para la suma

Operación	NZVC	Ca2	Sin signo
-----------	------	-----	-----------

$$\begin{array}{r} + 1101 \\ + 0011 \\ \hline 1 \leftarrow 0000 \end{array}$$

0101

$$\begin{array}{r} + -3 \\ + +3 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 13 \\ + 3 \\ \hline \text{carry } 0 \end{array}$$

✓ Ca2 correcto, sin signo incorrecto.



Bits de condición para la suma

Operación	NZVC	Ca2	Sin signo
-----------	------	-----	-----------

$$\begin{array}{r} + \\ 1001 \\ 1100 \\ \hline 1 \leftarrow 0101 \end{array}$$

0011

$$\begin{array}{r} + \\ -7 \\ -4 \\ \hline V +5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + \\ 9 \\ 12 \\ \hline C 5 \end{array}$$

✓ Los dos resultados son incorrectos.



Bits de condición para la resta

Operación	NZVC	Ca2	Sin signo
$\begin{array}{r} 1 \rightarrow 0101 \\ \underline{0111} \\ 1110 \end{array}$	1001	$\begin{array}{r} +5 \\ \underline{+7} \\ -2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ \underline{7} \\ \text{B } 14 \end{array}$

✓ Ca2 correcto, sin signo incorrecto.



Bits de condición para la resta

Operación	NZVC	Ca2	Sin signo
$\begin{array}{r} 1001 \\ - 0100 \\ \hline 0101 \end{array}$	0010	$\begin{array}{r} -7 \\ +4 \\ \hline \text{V} +5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 9 \\ - 4 \\ \hline 5 \end{array}$

✓ Ca2 incorrecto, sin signo correcto.



Suma en BCS

$$\begin{array}{r} 1\ 001 \\ +\ 1\ 001 \\ \hline 1\ 010 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -1 \\ +\ -1 \\ \hline -2 \end{array}$$



Para pensar.



Representación alfanumérica

- Letras (mayúsculas y minúsculas)
- Dígitos decimales (0, ..., 9)
- Signos de puntuación
- Caracteres especiales
- “Caracteres” u órdenes de control



Ejemplo

A cada símbolo un código en binario

Ejemplo: x, y, α , β , #, @, [,]

■ Ocho símbolos ¿Cuántos bits? ¿Por qué?

000	x	@	...
001	y	[
010	α	α	
011	β	#	
100	#	β	
101	@	y	
110	[x	
111]]	



Algunos códigos

- **FIELDATA**

- 26 letras mayúsculas + 10 dígitos + 28 caracteres especiales
- Total 64 combinaciones \Rightarrow Código de 6 bits

- **ASCII**

American Standard Code for Information Interchange

- FIELDATA + minúsculas + ctrl
- Total 128 combinaciones \Rightarrow Código de 7 bits



Algunos códigos (2)

- ASCII extendido
 - ASCII + multinacional + semigráficos + matemática
 - Código de 8 bits
- EBCDIC - Extended BCD Interchange Code
 - similar al ASCII pero de IBM
 - Código de 8 bits

Tabla ASCII

Dec	Hx	Oct	Char	Dec	Hx	Oct	Html	Chr	Dec	Hx	Oct	Html	Chr	Dec	Hx	Oct	Html	Chr
0	0	000	NUL (null)	32	20	040	 	Space	64	40	100	@	@	96	60	140	`	`
1	1	001	SOH (start of heading)	33	21	041	!	!	65	41	101	A	A	97	61	141	a	a
2	2	002	STX (start of text)	34	22	042	"	"	66	42	102	B	B	98	62	142	b	b
3	3	003	ETX (end of text)	35	23	043	#	#	67	43	103	C	C	99	63	143	c	c
4	4	004	EOT (end of transmission)	36	24	044	$	\$	68	44	104	D	D	100	64	144	d	d
5	5	005	ENQ (enquiry)	37	25	045	%	%	69	45	105	E	E	101	65	145	e	e
6	6	006	ACK (acknowledge)	38	26	046	&	&	70	46	106	F	F	102	66	146	f	f
7	7	007	BEL (bell)	39	27	047	'	'	71	47	107	G	G	103	67	147	g	g
8	8	010	BS (backspace)	40	28	050	((72	48	110	H	H	104	68	150	h	h
9	9	011	TAB (horizontal tab)	41	29	051))	73	49	111	I	I	105	69	151	i	i
10	A	012	LF (NL line feed, new line)	42	2A	052	*	*	74	4A	112	J	J	106	6A	152	j	j
11	B	013	VT (vertical tab)	43	2B	053	+	+	75	4B	113	K	K	107	6B	153	k	k
12	C	014	FF (NP form feed, new page)	44	2C	054	,	,	76	4C	114	L	L	108	6C	154	l	l
13	D	015	CR (carriage return)	45	2D	055	-	-	77	4D	115	M	M	109	6D	155	m	m
14	E	016	SO (shift out)	46	2E	056	.	.	78	4E	116	N	N	110	6E	156	n	n
15	F	017	SI (shift in)	47	2F	057	/	/	79	4F	117	O	O	111	6F	157	o	o
16	10	020	DLE (data link escape)	48	30	060	0	0	80	50	120	P	P	112	70	160	p	p
17	11	021	DC1 (device control 1)	49	31	061	1	1	81	51	121	Q	Q	113	71	161	q	q
18	12	022	DC2 (device control 2)	50	32	062	2	2	82	52	122	R	R	114	72	162	r	r
19	13	023	DC3 (device control 3)	51	33	063	3	3	83	53	123	S	S	115	73	163	s	s
20	14	024	DC4 (device control 4)	52	34	064	4	4	84	54	124	T	T	116	74	164	t	t
21	15	025	NAK (negative acknowledge)	53	35	065	5	5	85	55	125	U	U	117	75	165	u	u
22	16	026	SYN (synchronous idle)	54	36	066	6	6	86	56	126	V	V	118	76	166	v	v
23	17	027	ETB (end of trans. block)	55	37	067	7	7	87	57	127	W	W	119	77	167	w	w
24	18	030	CAN (cancel)	56	38	070	8	8	88	58	130	X	X	120	78	170	x	x
25	19	031	EM (end of medium)	57	39	071	9	9	89	59	131	Y	Y	121	79	171	y	y
26	1A	032	SUB (substitute)	58	3A	072	:	:	90	5A	132	Z	Z	122	7A	172	z	z
27	1B	033	ESC (escape)	59	3B	073	;	;	91	5B	133	[[123	7B	173	{	{
28	1C	034	FS (file separator)	60	3C	074	<	<	92	5C	134	\	\	124	7C	174	|	
29	1D	035	GS (group separator)	61	3D	075	=	=	93	5D	135]]	125	7D	175	}	}
30	1E	036	RS (record separator)	62	3E	076	>	>	94	5E	136	^	^	126	7E	176	~	~
31	1F	037	US (unit separator)	63	3F	077	?	?	95	5F	137	_	_	127	7F	177		DEL

Una extensión al ASCII

128	Ç	144	É	160	á	176	░	193	┐	209	〒	225	β	241	±
129	ù	145	æ	161	í	177	▒	194	└	210	▯	226	Γ	242	≥
130	é	146	Æ	162	ó	178	▓	195	┌	211	▬	227	π	243	≤
131	â	147	ô	163	ú	179		196	─	212	┐	228	Σ	244	∫
132	ä	148	ö	164	ñ	180	└	197	├	213	┐	229	σ	245	∫
133	à	149	ò	165	Ñ	181	├	198	┐	214	▯	230	μ	246	÷
134	â	150	û	166	²	182	▯	199	┌	215	▯	231	τ	247	≈
135	ç	151	ù	167	°	183	▯	200	▬	216	├	232	Φ	248	°
136	ê	152	—	168	ó	184	┐	201	▯	217	└	233	⊙	249	·
137	ë	153	Ö	169	—	185	▯	202	▬	218	┐	234	Ω	250	·
138	è	154	Û	170	¬	186	▯	203	▯	219	▯	235	δ	251	√
139	ï	156	£	171	½	187	┐	204	┐	220	▯	236	∞	252	—
140	î	157	¥	172	¼	188	▯	205	=	221	▯	237	φ	253	²
141	ì	158	—	173	¡	189	▯	206	▯	222	▯	238	ε	254	■
142	Ä	159	f	174	«	190	└	207	▬	223	▯	239	∧	255	
143	Å	192	L	175	»	191	└	208	▬	224	α	240	≡		



mayor información ...

- Capítulo 8: Aritmética del computador (8.1., 8.2., 8.3.)
 - Stallings, 5º Ed.
- Sistemas enteros y Punto fijo
 - Apunte 1 de Cátedra
- Capítulo 3: Lógica digital y representación numérica
 - Apuntes COC - Ingreso