

Ejercicio 8 del módulo 3 "Álgebras de Boole"

Veremos el ejercicio 8 que está en la página 16 del módulo 3.

Sean A , B y C elementos de un Álgebra de Boole $\mathbf{G} = (\mathbf{F}, +, \cdot, ', \mathbf{0}, \mathbf{1})$ indique si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas, señalando los axiomas usados:

- a) $A + (AC) = (A + A)(A + C)$
- b) $AB + 0 = AB$
- c) $CB1 = CB$
- d) $(AB)' + AB = 0$
- e) $CA(CA)' + B = B$

$$a) A + (AC) = (A + A)(A + C)$$

Usaremos el axioma (B4) de la página 10:

$$(B4) \ x + (yz) = (x + y)(x + z) \text{ "distributividad de } + \text{ con respecto a } \cdot \text{"}$$

Si tomamos x como A y tomamos a (yz) como (AC) en (B4) obtenemos que:

$$A + (AC) = (A + A)(A + C)$$

por lo que a) es **VERDADERO**.

$$b) AB + 0 = AB$$

Usaremos el axioma (B5) de la página 10:

$$(B5) \ x + 0 = x \text{ "0 elemento neutro de la operación "+"}$$

Si tomamos x como AB en (B5) obtenemos que:

$$AB + 0 = AB$$

por lo que $b)$ es **VERDADERO**.

c) $CB1 = CB$

Tendremos en cuenta:

(*) Propiedad asociativa

y el axioma (B6) de la página 10:

(B6) $x1 = x$ "1 elemento neutro de la operación \cdot "

tomando a x como CB en (B6) obtenemos: $CB1 \stackrel{(*)}{=} (CB)1 \stackrel{(B6)}{=} CB$

por lo que c) es **VERDADERO**.

$$d) (AB)' + AB = 0$$

Tendremos en cuenta el axioma (B1) de la página 10,

$$(B1) \ x + y = y + x \text{ "conmutatividad de "+"}$$

y el axioma (B7) de la página 10,

$$(B7) \ x + x' = 1$$

tomando a x como AB obtenemos:

$$(AB)' + AB = 1$$

por lo que d) es **FALSO**.

$$e) CA(CA)' + B = B$$

Tendremos en cuenta los siguientes axiomas de la página 10:

$$(B1) \ x + y = y + x \text{ "conmutatividad de "+"}$$

$$(B5) \ x + 0 = x \text{ "0 elemento neutro de la operación "+"}$$

$$(B8) \ xx' = 0$$

tomando a x como CA y luego a x como B obtenemos:

$$CA(CA)' + B \stackrel{(B8)}{=} 0 + B \stackrel{(B1)}{=} B + 0 \stackrel{(B5)}{=} B$$

por lo que e) es **VERDADERO**.