

21) Sabemos que $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$, $r \leq n$, así

a) para $n=7$ y $r=4$

$$\begin{aligned} \binom{7}{4} &= \frac{7!}{4! \cdot (7-4)!} = \\ \frac{7!}{4! \cdot 3!} &= && (7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4! \text{ por definición de factorial}) \\ \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4! \cdot 3!} &= && (\text{cancelamos } 4! \text{ del numerador y denominador}) \\ \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} &= && (3! = 6 \text{ por definición de factorial}) \\ \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} &= && (\text{cancelamos } 6 \text{ del numerador y denominador}) \\ 7 \cdot 5 &= 35 \end{aligned}$$

Entonces $\binom{7}{4} = 35$.

c) tomando $r=1$

$$\begin{aligned} \binom{n}{1} &= \frac{n!}{1! \cdot (n-1)!} = && (n! = n \cdot (n-1)! \text{ por definición de factorial}) \\ \frac{n \cdot (n-1)!}{1 \cdot (n-1)!} &= && (\text{cancelamos } (n-1)! \text{ del numerador y denominador}) \\ \frac{n}{1} &= n \end{aligned}$$

Entonces $\binom{n}{1} = n$.