

1) Demostrar que la suma de 3 números enteros consecutivos es un múltiplo de 3.
(Un múltiplo de 3 es un número que puede escribirse como 3 por un número entero: si a es múltiplo de 3 entonces $a = 3h$, h entero)

Antes de demostrar una proposición: lo primero que haremos es entenderla.

Si la leemos más de una vez podemos notar que dice: si sumamos 3 números enteros consecutivos entonces el resultado de esa suma es múltiplo de 3.

Entonces hay que considerar 3 números enteros consecutivos cualesquiera y sumarlos. Para demostrar que esa suma es un múltiplo de 3.

Un formato general de 3 números consecutivos es el siguiente:

se considera un número entero k y se sabe que k , su siguiente: $k+1$ y el siguiente de este $(k+1)+1 = k+2$ son 3 números consecutivos. (no es un modelo único pensá que también podés restar 1 para obtener un consecutivo)

Es un modelo correcto ya que, por ejemplo, -5, -4, -3 son consecutivos y los podemos pensar como -5, -5+1 y -5+2. (fíjate que acá $k=-5$)

Ahora demostramos la proposición:

Demostración: (Método directo)

Sean k , $k+1$ y $k+2$ tres números enteros consecutivos. $k \in \mathbb{Z}$ (así expresamos que k es un número entero cualquiera)

Sumando los consecutivos:

$$k + k+1 + k+2 = \underbrace{k + k + k}_{\text{red circles}} + \underbrace{1+2}_{\text{blue circle}} = \underbrace{3k}_{\text{red circle}} + \underbrace{3}_{\text{blue circle}} = 3(k+1) \quad \text{sacando factor común 3}$$

si llamamos $h = k+1$, h es un número entero por ser el siguiente de k , que es un número entero.

Por lo tanto la suma de los tres números consecutivos

$$k + k+1 + k+2 = 3h, \text{ es un múltiplo de 3.}$$

(que era lo que queríamos probar!!)