Tarefa #1

Exemplos de Aplicação de Probabilidades, Variáveis Aleatórias e Cadeias de Markov

Martim Neves, 88904
Gabriel Saudade, 89304

16 de Abril 2021

Universidade de Aveiro
UC: Desempenho e Dimensionamento de Redes
Professor: Amaro Fernandes de Sousa

Task 4

Task 4.a - probabilidade de a ligação estar no estado normal e no estado de interferência

Código Matlab

```
p1=1/(1+(8/600)+(8/600)*(5/200)+(8/600)*(5/200)*(2/50)+(8/600)*(5/200)*(2/50)*(1/5));
p2=(8/600)/(1+(8/600)+(8/600)*(5/200)+(8/600)*(5/200)*(2/50)+(8/600)*(5/200)*(2/50)*(1/5));
p3=(8/600)*(5/200)/(1+(8/600)+(8/600)*(5/200)+(8/600)*(5/200)*(2/50)+(8/600)*(5/200)*(2/50)*(1/5));
p4=(8/600)*(5/200)*(2/50)/(1+(8/600)+(8/600)*(5/200)+(8/600)*(5/200)*(2/50)+(8/600)*(5/200)*(2/50)*(1/5));
p5=(8/600)*(5/200)*(2/50)*(1/5)/(1+(8/600)+(8/600)*(5/200)+(8/600)*(5/200)*(2/50)+(8/600)*(5/200)*(2/50)*(1/5));
pi=p4+p5;
pn=p1+p2+p3;
```

Resultados

```
A probabilidade de estar no estado normal é 9.99984e-01
A probabilidade de estar no estado de interferência é 1.57840e-05
```

Task 4.b - ber médio quando a ligação está no estado normal e no estado de interferência

Código Matlab

```
beri=((p4*10^-3)+(p5*10^-2))/(pi);
bern=((p1*10^-6)+(p2*10^-5)+(p3*10^-4))/(pn);
```

Resultados

```
O ber médio no estado normal é 1.15094e-06
O ber médio no estado de interferência é 2.50000e-03
```

Task 4.c - probabilidade de a ligação estar no estado normal sabendo que a trama foi recebida com erros

Código Matlab

```
n1=linspace(64*8, 200*8, 100);
p1c=1-(1*(10^-6)^0*(1-(10^-6)).^n1);
p2c=1-(1*(10^-5)^0*(1-(10^-5)).^n1);
p3c=1-(1*(10^-4)^0*(1-(10^-4)).^n1);
p4c=1-(1*(10^-3)^0*(1-(10^-3)).^n1);
p5c=1-(1*(10^-2)^0*(1-(10^-2)).^n1);

pErr1=(p1c.*p1)./((p1c.*p1)+(p2c.*p2)+(p3c.*p3)+(p4c.*p4)
    +(p5c.*p5));
pErr2=(p2c.*p2)./((p1c.*p1)+(p2c.*p2)+(p3c.*p3)+(p4c.*p4)
    +(p5c.*p5));
pErr3=(p3c.*p3)./((p1c.*p1)+(p2c.*p2)+(p3c.*p3)+(p4c.*p4)
    +(p5c.*p5));
prob1=pErr1+pErr2+pErr3;
```

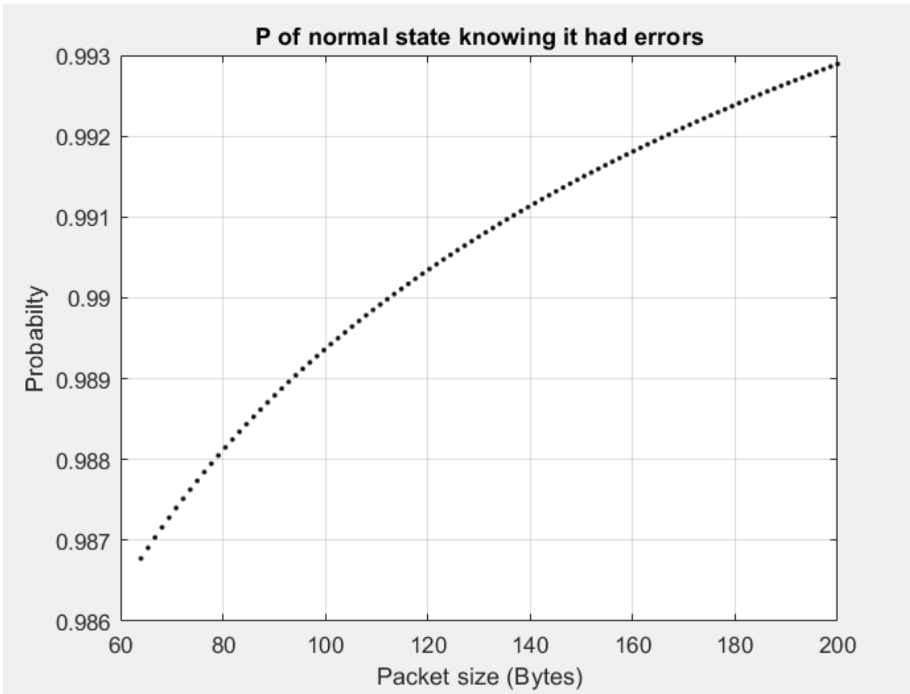
Análise do Código

As variáveis p1 a p5, calculadas na alínea a) do exercício 4, armazenam o valor da probabilidade de a ligação estar em cada um dos 5 estados, sendo que p1 corresponde ao estado com *ber* (bit error rate) igual a 10^{-6} e p5 corresponde ao estado com *ber* igual a 10^{-2} e esses valores são calculados usando a fórmula para probabilidades limite de processos de nascimento e morte.

Para a alínea c), é criado um vetor para gerar vários valores dentro do intervalo dado para o tamanho dos pacotes. Usando variáveis aleatórias de Bernoulli, é calculada a probabilidade de o pacote ser recebido com erros em cada estado.

Por fim é usada a Regra de Bayes para calcular a probabilidade de a ligação estar em cada estado, sabendo que o pacote foi recebido com erros. De acordo com o enunciado, o estado normal corresponde apenas aos estados com *ber* menor ou igual que 10^{-4}, pelo que apenas foi calculada a probabilidade para 3 dos 5 estados. Somando as três probabilidades obtidas anteriormente, resulta o valor final correspondente à probabilidade de a ligação estar no estado normal, sabendo que o pacote foi recebido com erros.

Resultados



Análises e Justificações

Analisando o gráfico resultante, é possível observar que a probabilidade de estar no estado normal, sabendo que o pacote foi recebido com erros, é bastante elevada e cresce logaritmicamente, de acordo com o valor de packet size.

Task 4.d - probabilidade de a ligação estar no estado de interferência sabendo que a trama foi recebida sem erros

Código Matlab

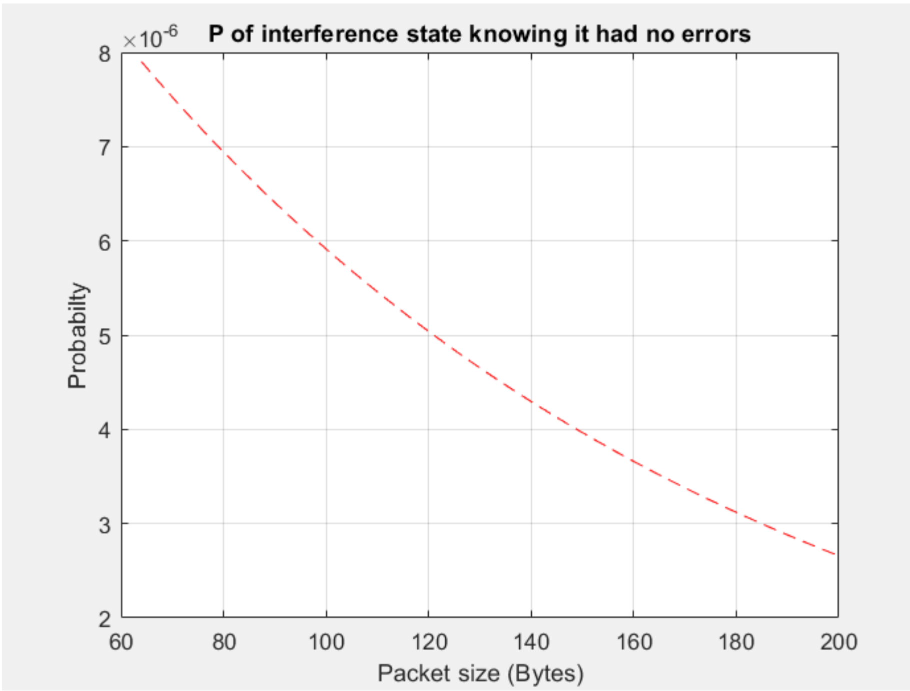
```
p1d=(1*(10^-6)^0*(1-(10^-6)).^n1);
p2d=(1*(10^-5)^0*(1-(10^-5)).^n1);
p3d=(1*(10^-4)^0*(1-(10^-4)).^n1);
p4d=(1*(10^-3)^0*(1-(10^-3)).^n1);
p5d=(1*(10^-2)^0*(1-(10^-2)).^n1);

pErr4=(p4d.*p4)./((p1d.*p1)+(p2d.*p2)+(p3d.*p3)+(p4d.*p4)
    +(p5d.*p5));
pErr5=(p5d.*p5)./((p1d.*p1)+(p2d.*p2)+(p3d.*p3)+(p4d.*p4)
    +(p5d.*p5));
prob2=pErr4+pErr5;
```

Análise do Código

Usando o vetor criado na alínea anterior, e que representa a variação no tamanho dos pacotes, é calculada, para cada estado, a probabilidade de o pacote não ter erros.

De forma semelhante ao feito na alínea anterior, e usando as variáveis p1 a p5, foi calculada a probabilidade de estar em cada estado, sabendo que nenhum pacote tem erros. Como neste caso apenas interessam os estados que constituem o estado de interferência, apenas é feito este cálculo para os estados que não foram calculados anteriormente. Somando estas duas probabilidades, é obtido o valor final da probabilidade de estar no estado de interferência, sabendo que o pacote não tinha erros.

Resultados



Análises e Justificações

Através da análise do gráfico é possível concluir que quanto maior for o packet size, maior será a probabilidade de o pacote ter erros. No estado de interferência, como o *ber* é mais elevado, e tendo em conta o que foi dito anteriormente, a probabilidade de estar no estado de interferência sem que tenha ocorrido nenhum erro é muito baixa.

1 Task5

Task 5.a - probabilidade de falsos positivos para n = 2, 3, 4 e 5

A resolução deste problema é o caso geral da alínea c) do exercício 4 anteriormente resolvido, pois a análise do problema centra-se em n frames de controlo enviadas consecutivamente entre as estações, sendo que na alínea 4.c) o valor de n é 1, daí esse ser um caso particular deste problema.

```
p = [1 (8/600) (8/600)*(5/200) (8/600)*(5/200)*(2/50)
    (8/600)*(5/200)*(2/50)*(1/5)];

state6 = 1 / sum(p);
state5 = (8/600) / sum(p);
state4 = (8/600)*(5/200) / sum(p);
state3 = (8/600)*(5/200)*(2/50) / sum(p);
state2 = (8/600)*(5/200)*(2/50)*(1/5) / sum(p);
```

Código Matlab

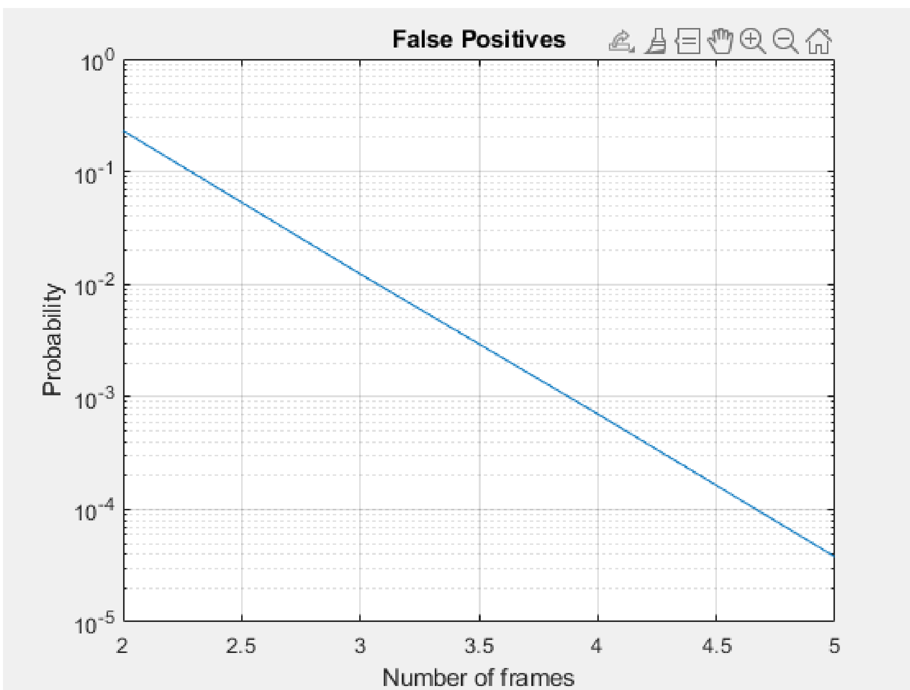
```
n = [2 3 4, 5];
size = 64 * 8;

p = 10^-6;
f6 = (1 - (1 * p^0 * (1-p)^size)).^n;

p = 10^-5;
f5 = (1 - (1 * p^0 * (1-p)^size)).^n;

p=10^-4;
f4 = (1 - (1 * p^0 * (1-p)^size)).^n;

p = 10^-3;
f3 = (1 - (1 * p^0 * (1-p)^size)).^n;

p = 10^-2;
f2 = ( 1 - (1 * p^0 * (1-p)^size)).^n;

p_cond = ((f6 .* state6) + (f5 .* state5) + (f4 .* state4
    )) ./ ( (f6.*state6) + (f5 .* state5) + (f4 .* state4)
    + (f3 .* state3) + (f2.*state2) );
```

Análise do Código

No seguimento do exercício anterior, dado o sistema (cadeia de Markov) designada por processo de nascimento e morte e caracterizada por ter uma taxa de chegada e uma taxa de saída em cada estado, calculou-se a probabilidade individual de estar em cada um desses estados.

Seguidamente, o número de erros de cada pacote é uma variável aleatória binomial em que a probabilidade de sucesso é o BER (*bit error rate*), que neste caso é a variável p, e o numero de experiências de Bernoulli é o numero de bits do pacote dado por *size*. Como queremos calcular a probabilidade de n frames com erros, calcula-se *1* - a probabilidade de não ter erros e elevamos ao numero de frames que queremos analisar. De seguida, calcula-se a probabilidade condicionada de um pacote estar no estado normal sabendo que vem com erros.

Resultados




```
false_positives =

    0.2316    0.0123    0.0007    0.0000
```

Análises e Justificações

Visto que um falso positivo se define quando todas as n control frames sofrem pelo menos um erro e a ligação está no estado normal, é fácil de concluir que a probabilidade de um falso positivo ocorrer reduz quando o numero de control frames aumenta. Torna-se mais improvável a ocorrência de erros em todas as frames, especialmente no estado normal de ligação.

Task 5.b - probabilidade de falsos negativos para n = 2, 3, 4 e 5

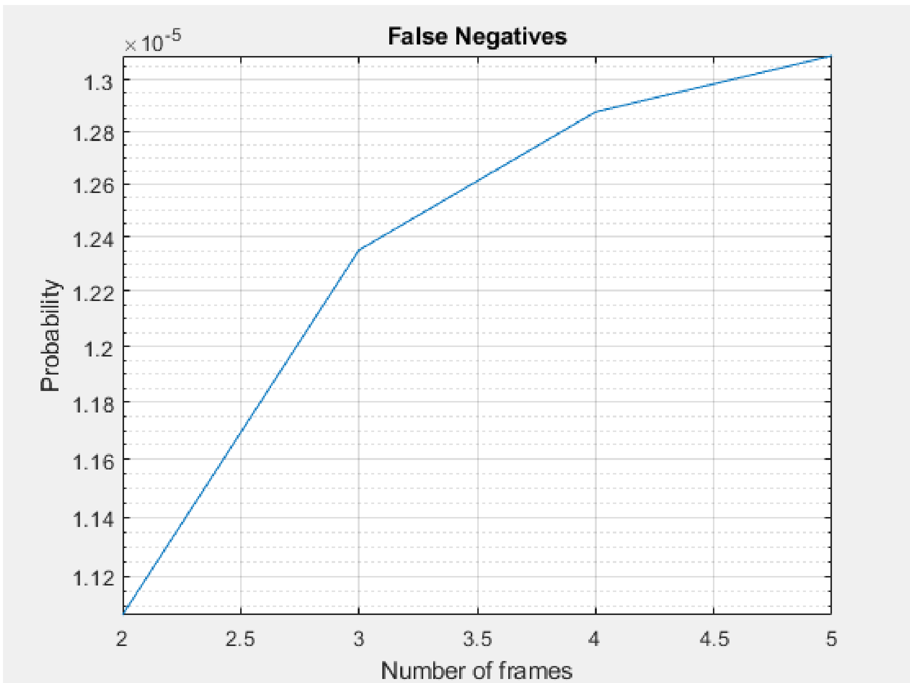
Código Matlab

```
fn6 = 1 - f6;
fn5 = 1 - f5;
fn4 = 1 - f4;
fn3 = 1 - f3;
fn2 = 1 - f2;

p_cond = ((fn3 .* state3) + (fn2 .* state2)) ./ ( (fn6.*
    state6) + (fn5 .* state5) + (fn4 .* state4) + (fn3 .*
    state3) + (fn2.*state2) );
```

Análise do Código

Para calcular a probabilidade dos falsos negativos, faz-se o complementar dos falsos positivos e calcula-se a probabilidade condicionada de estar no estado de interferência sabendo que não tem erros.

Resultados




```
false_negatives =

   1.0e-04 *

    0.1107    0.1235    0.1287    0.1309
```

Análises e Justificações

Visto que um falso negativo se define por pelo menos uma das n control frames não ter erros e a ligação se encontrar no estado de interferência, é natural concluir que a probabilidade de um falso negativo ocorrer aumenta com o aumento do número de control frames. Assim, torna-se mais improvável a ocorrência de erros em todas as frames e a probabilidade de ocorrer um falso negativo dado a probabilidade de um control frame não sofrer erros, é geralmente muito reduzida.

Task 5.c - assumir que as probabilidades de falsos positivos e falsos negativos são igualmente importantes e, através dos resultados obtidos anteriormente, determinar o melhor valor de n a usar pelo sistema

Assumindo que a probabilidade da ocorrência de falsos positivos e de falsos negativos é igualmente importante na precisão de detecção do estado de interferência, através dos gráficos e resultados obtidos podemos concluir que o numero de frames de controlo que melhor obtém a precisão de detecção é quando número de frames consecutivas enviadas é $n = 5$, pois a probabilidade de ocorrer falsos negativos é substancialmente mais pequena do que ocorrer falsos positivos e, portanto, podendo ter uma probabilidade de ocorrência de falsos positivos que se aproxime de zero e uma probabilidade de falsos negativos substancialmente mais pequena e que diverge dos restantes valores obtidos por uma diferença de ± 0.1 na ordem de grandeza de 10^{-4} não é significante para a obtenção de precisão da detecção do estado de interferência.