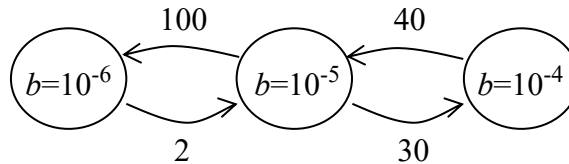


**Universidade de Aveiro**  
**Mestrado em Engenharia de Computadores e Telemática**  
**Exame de Modelação e Desempenho de Redes e Serviços – 12 de janeiro de 2023**

Duração: 2 horas. Sem consulta. **Justifique cuidadosamente todas as respostas.**

1. Considere uma ligação sem fios entre um emissor e um recetor em que a probabilidade de erro de bit  $b$  é modelada pela cadeia de Markov seguinte (taxas em número de transições por segundo):



Esta ligação suporta um fluxo de pacotes cujo comprimento é 600 Bytes com probabilidade de 35% ou 1200 Bytes com probabilidade de 65%. Determine:

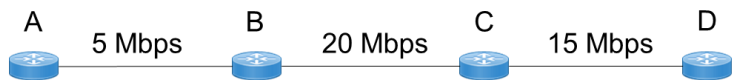
- a probabilidade da ligação estar no estado  $b = 10^{-4}$ , (1.0 valores)
- o tempo médio de permanência (em milissegundos) da ligação no estado  $b = 10^{-5}$ , (1.0 valores)
- a percentagem de pacotes transmitidos que chegam ao recetor sem erros quando a ligação está no estado  $b = 10^{-4}$ , (1.0 valores)
- a probabilidade da ligação estar no estado  $b = 10^{-6}$  quando um pacote de 600 Bytes chega ao recetor com erros. (1.0 valores)

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad P(10^{-4}) &= \frac{\frac{2}{100} \times \frac{30}{40}}{1 + \frac{2}{100} + \frac{2}{100} \times \frac{30}{40}} = 0.0145 = 1.45\% \\
 \text{b)} \quad T(10^{-5}) &= \frac{1}{100 + 30} = 0.00796 = 7.69 \text{ milissegundos} \\
 \text{c)} \quad P_{600} &= (1 - 10^{-4})^{8 \times 600} = 0.6188 & P_{1200} &= (1 - 10^{-4})^{8 \times 1200} = 0.3829 \\
 P &= 0.35 \times P_{600} + 0.65 \times P_{1200} = 0.4654 = 46.54\% \\
 \text{d)} \quad P(10^{-6}) &= \frac{1}{1 + \frac{2}{100} + \frac{2}{100} \times \frac{30}{40}} & P(E|10^{-6}) &= 1 - (1 - 10^{-6})^{8 \times 600} \\
 P(10^{-5}) &= \frac{\frac{2}{100}}{1 + \frac{2}{100} + \frac{2}{100} \times \frac{30}{40}} & P(E|10^{-5}) &= 1 - (1 - 10^{-5})^{8 \times 600} \\
 P(10^{-4}) &= \frac{\frac{2}{100} \times \frac{30}{40}}{1 + \frac{2}{100} + \frac{2}{100} \times \frac{30}{40}} & P(E|10^{-4}) &= 1 - (1 - 10^{-4})^{8 \times 600} \\
 P(10^{-6}|E) &= \frac{P(E|10^{-6})P(10^{-6})}{P(E|10^{-6})P(10^{-6}) + P(E|10^{-5})P(10^{-5}) + P(E|10^{-4})P(10^{-4})} \\
 P(10^{-6}|E) &= 0.4184 = 41.84\%
 \end{aligned}$$

2. Considere uma ligação com uma fila de espera de um determinado tamanho a suportar 3 fluxos de pacotes cujas chegadas são processos de Poisson e com as características seguintes:
- (i) o tamanho médio dos pacotes dos fluxos 2 e 3 é igual entre si e é menor que o tamanho médio dos pacotes do fluxo 1;
  - (ii) o fluxo 1 tem a maior prioridade e os fluxos 2 e 3 têm a segunda maior prioridade;
  - (iii) o débito binário (*throughput*) de cada fluxo é igual e a soma dos 3 débitos binários é menor que a capacidade da ligação.

Em qualquer dos fluxos, os pacotes são descartados se não houver espaço na fila de espera. Indique e justifique se cada uma das afirmações seguintes está correta ou incorreta.

- a) A taxa de perda de pacotes média dos fluxos 1 e 2 é igual. (1.0 valores)
  - b) O fluxo 2 sofre menor atraso médio na ligação que o fluxo 3. (1.0 valores)
  - c) O débito binário obtido da ligação é menor para o fluxo 1 que para o fluxo 3. (1.0 valores)
3. Considere a rede com comutação de pacotes da figura em que todas as ligações têm uma fila de espera muito grande e cada ligação introduz um atraso de propagação de  $50 \mu s$ . A rede suporta 2 fluxos de pacotes: fluxo 1 de 4 Mbps de A para C com pacotes de tamanho exponencialmente distribuído de 500 Bytes de tamanho médio e fluxo 2 de 12 Mbps de B para D com pacotes de tamanho exponencialmente distribuído de 1500 Bytes de tamanho médio. As chegadas de pacotes são um processo de Poisson nos dois fluxos. A rede suporta o fluxo 1 com maior prioridade que o fluxo 2. Determine o atraso médio por pacote do fluxo 2 (em milissegundos). (2.5 valores)



$$\lambda_1 = \frac{4000000}{8 \times 500} = 1000 \text{ pps}$$

$$\lambda_2 = \frac{12000000}{8 \times 1500} = 1000 \text{ pps}$$

Ligação BC suporta os fluxos 1 e 2 em que o fluxo 2 tem menor prioridade (M/G/1 com prioridades):

$$E[S1] = \frac{8 \times 500}{20000000} \quad E[S1^2] = 2 \times E[S1]^2 = 2 \times \left( \frac{8 \times 500}{20000000} \right)^2 \quad \rho_1 = \lambda_1 \times E[S1]$$

$$E[S2] = \frac{8 \times 1500}{20000000} \quad E[S2^2] = 2 \times E[S2]^2 = 2 \times \left( \frac{8 \times 1500}{20000000} \right)^2 \quad \rho_2 = \lambda_2 \times E[S2]$$

$$W_{2,BC} = \frac{\lambda_1 E[S1^2] + \lambda_2 E[S2^2]}{2(1 - \rho_1)(1 - \rho_1 - \rho_2)} + E[S2] + 50 \times 10^{-6} = 0.00315 \text{ segundos}$$

Ligação CD suporta apenas o fluxo 2 (M/G/1 sem prioridades):

$$E[S2] = \frac{8 \times 1500}{15000000} \quad E[S2^2] = 2 \times \left( \frac{8 \times 1500}{15000000} \right)^2$$

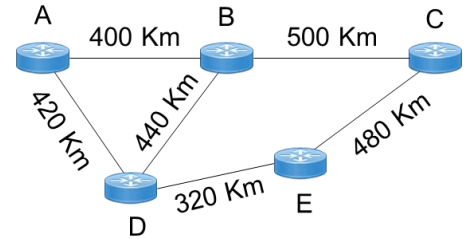
$$W_{2,CD} = \frac{\lambda_2 E[S2^2]}{2(1 - \lambda_2 E[S2])} + E[S2] + 50 \times 10^{-6} = 0.00405 \text{ segundos}$$

NOTA: O valor de  $W_{2,CD}$  também pode ser calculado com base no M/M/1

Atraso médio total do fluxo 2:

$$W_2 = W_{2,BC} + W_{2,CD} = 0.0072 = 7.2 \text{ milissegundos}$$

4. Considere a rede da figura que indica o comprimento das ligações de uma rede de routers a correr o protocolo OSPF com os custos unitários em todas as interfaces. Todas as ligações são de 10 Gbps em cada sentido e têm filas de espera muito grandes. A rede suporta 2 fluxos de tráfego: o fluxo 1 entre o router A e o router C de 6 Gbps em cada sentido e o fluxo 2 entre o router C e o router D de 4 Gbps em cada sentido. Em ambos os fluxos, as chegadas de pacotes são processos de Poisson e o tamanho dos pacotes é exponencialmente distribuído com média de 1000 Bytes. Cada router tem uma capacidade de 50 Gbps e o seu consumo de energia é  $E_n = 10 + 110 \times \sqrt{t}$  (em que  $t$  é a carga do router). Cada ligação tem um consumo de energia  $E_l = 4 + 0.2 \times l$  (em que  $l$  é o comprimento em Km) quando suporta tráfego ou é nulo quando está em modo adormecido. Determine justificadamente:



- o débito binário médio (*throughput*), em Gbps, ocupado em cada ligação, (1.5 valores)
- a latência (i.e., atraso médio de ida e volta) sofrida na rede pelo fluxo 2, (1.5 valores)
- o consumo energético da rede. (1.5 valores)

- a) **Percurso de encaminhamento do fluxo 1:** A ↔ B ↔ C (100%)  
**Percursos de encaminhamento do fluxo 2:** C ↔ B ↔ D (50%) e C ↔ E ↔ D (50%)

Débito binário em cada ligação (é igual nos dois sentidos de cada ligação):

AB: 6 Gbps      AD: 0 Gbps      BC: 6 + 2 = 8 Gbps  
 BD: 2 Gbps      CE: 2 Gbps      DE: 2 Gbps

- b)  $\lambda_1 = \frac{6 \times 10^9}{8 \times 1000} = 750 \times 10^3$  pps       $\lambda_2 = \frac{4 \times 10^9}{8 \times 1000} = 500 \times 10^3$  pps

$$\mu_{DB} = \mu_{BC} = \mu_{DE} = \mu_{EC} = \frac{10 \times 10^9}{8 \times 1000} = 1250 \times 10^3 \text{ pps}$$

$$W_2 = 2 \times \left( 0.5 \times \left( \frac{1}{\mu_{DB} - \frac{\lambda_2}{2}} + \frac{1}{\mu_{BC} - (\lambda_1 + \frac{\lambda_2}{2})} \right) + 0.5 \times \left( \frac{1}{\mu_{DE} - \frac{\lambda_2}{2}} + \frac{1}{\mu_{EC} - \frac{\lambda_2}{2}} \right) \right)$$

$$= 2 \times (0.5 \times 5 \times 10^{-6} + 0.5 \times 2 \times 10^{-6}) = 7 \times 10^{-6} = 7 \mu\text{seg.}$$

- c)  $E_n = 10 \times 5 + 110 \times (\sqrt{t_A} + \sqrt{t_B} + \sqrt{t_C} + \sqrt{t_D} + \sqrt{t_E})$

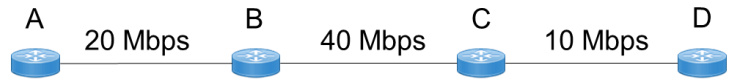
$$= 10 \times 5 + 110 \times \left( \sqrt{\frac{12}{50}} + \sqrt{\frac{12+4}{50}} + \sqrt{\frac{12+8}{50}} + \sqrt{\frac{8}{50}} + \sqrt{\frac{4}{50}} \right) = 310.8$$

$$E_l = 4 \times 5 + 0.2 \times (l_{AB} + l_{BC} + l_{BD} + l_{CE} + l_{DE})$$

$$= 4 \times 5 + 0.2 \times (400 + 500 + 440 + 480 + 320) = 448$$

$$E = E_n + E_l = 758.8$$

5. Considere a rede com comutação de pacotes da figura em que cada ligação introduz um atraso de propagação de 2 milissegundos em cada sentido. Um fluxo da rede do nó A para o nó D gera pacotes de tamanho médio de 1250 Bytes e é controlado por janelas extremo-a-extremo com permissões de tamanho de 100 Bytes. Determine justificando o tamanho da janela adequado (em número de pacotes) para que o fluxo transmita ao débito máximo quando não há mais nenhum fluxo na rede. (2.5 valores)

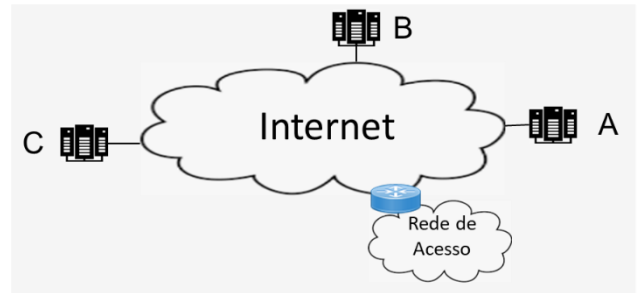


$$d = \frac{8 \times 1250}{20 \times 10^6} + \frac{8 \times 1250}{15 \times 10^6} + \frac{8 \times 1250}{10 \times 10^6} + \frac{8 \times 100}{10 \times 10^6} + \frac{8 \times 100}{15 \times 10^6} + \frac{8 \times 100}{20 \times 10^6} + 6 \times 0.002 = 0.0139$$

$$X = \frac{8 \times 1250}{10 \times 10^6}$$

$$W = \left\lceil \frac{d}{X} \right\rceil = \lceil 13.9 \rceil = 14 \text{ pacotes}$$

6. Considere um serviço *anycast* disponibilizado na Internet nos 3 DCs (Data Centers) da figura (A, B e C) e considere os utilizadores do serviço que ligados à Rede de Acesso da figura. A disponibilidade de cada DC é 0.99, da Rede de Acesso é 0.9995 e do Router é 0.9999 (considere que a Internet nunca falha). A latência média (i.e., o atraso de ida-e-volta) de cada utilizador para cada DC é 5 milissegundos (DC A), 20 milissegundos (DC B) e 50 milissegundos (DC C). O serviço é encaminhado para o DC disponível para o qual a rede providencia menor latência. Determine:
- a disponibilidade do serviço para os utilizadores ligados à Rede de Acesso, (2.0 valores)
  - a latência média da rede quando o serviço está disponível. (1.5 valores)



$$\begin{aligned} a) \quad A_{\text{service}} &= a_{\text{RedeAcesso}} \times a_{\text{Router}} \times [1 - (1 - a_A) \times (1 - a_B) \times (1 - a_C)] \\ &= 0.9995 \times 0.9999 \times [1 - (1 - 0.99) \times (1 - 0.99) \times (1 - 0.99)] = 0.9994 \end{aligned}$$

$$b) \quad P_A = a_{\text{RedeAcesso}} \times a_{\text{Router}} \times a_A = 9.89406 \times 10^{-1}$$

$$P_B = a_{\text{RedeAcesso}} \times a_{\text{Router}} \times (1 - a_A) \times a_B = 9.89406 \times 10^{-3}$$

$$P_C = a_{\text{RedeAcesso}} \times a_{\text{Router}} \times (1 - a_A) \times (1 - a_B) \times a_C = 9.89406 \times 10^{-5}$$

$$L = \frac{5 \times P_A + 20 \times P_B + 50 \times P_C}{P_A + P_B + P_C} = 5.153 \text{ milissegundos}$$

$$\text{NOTA: } P_A + P_B + P_C = A_{\text{service}}$$

## FORMULÁRIO

Teorema de Little:  $L = \lambda W$

Atraso médio no sistema  $M/M/1$ :  $W = \frac{1}{\mu - \lambda}$

Atraso médio na fila de espera do sistema  $M/G/1$ :

$$W_Q = \frac{\lambda E[S^2]}{2(1 - \lambda E[S])}$$

Atraso médio na fila de espera do sistema  $M/G/1$  com prioridades do tipo não-preemptivo:

$$W_{Qk} = \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^n (\lambda_i E[S_i^2])}{2(1 - \rho_1)} & , k = 1 \\ \frac{\sum_{i=1}^n (\lambda_i E[S_i^2])}{2(1 - \rho_1 - \dots - \rho_{k-1})(1 - \rho_1 - \dots - \rho_k)} & , k > 1 \end{cases} \quad \rho_k = \lambda_k E[S_k]$$

Fórmula de ErlangB: 
$$P_m = \frac{(\lambda/\mu)^m / m!}{\sum_{n=0}^m (\lambda/\mu)^n / n!}$$

Probabilidades limite dos estados (processo de nascimento e morte):

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n}}, P_n = \frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n} \right)}, n \geq 1$$

WFQ: 
$$RN(\tau_i + t) = RN(\tau_i) + \frac{1}{\sum_{j \text{ ativas}} \phi_j} t \quad FN_{i,k} = \max(FN_{i,k-1}, RN) + \frac{L_k/C}{\phi_i}$$

SCFQ: 
$$FN_{i,k} = \max(FN_{i,k-1}, FN_s) + \frac{L_k}{\phi_i}$$

WFQ com *Leaky Bucket*: 
$$D_i = \frac{\sigma_i + (n-1)L_i}{r_i} + \sum_{j=1}^n \frac{L_{\max}}{C_j} + \Gamma$$

Disponibilidade (elementos em série): 
$$A = a_1 \times a_2 \times \dots \times a_n$$

Disponibilidade (elementos em paralelo): 
$$A = 1 - [(1 - a_1) \times (1 - a_2) \times \dots \times (1 - a_n)]$$

Disponibilidade de uma ligação:

$$\frac{MTBF}{MTBF + MTTR} \quad MTBF = \frac{CC \times 365 \times 24}{\text{comprimento da ligação [Km]}}$$