2ª Frequência de Álgebra Linear

Ano letivo: 2018/2019 Sem.: 1º Época: Normal Data: 10/01/2019

Curso: Licenciatura em Economia Duração: 2h 00m

1. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 & 0 \\ -3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ e os vetores $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ e b = (2,3,0,0)
   a. Calcule o determinante de A, referindo o método/propriedades que utilizar.
   b. Utilizando a regra de Cramer, calcule x_3, solução parcial do sistema Ax = b.
   c. Calcule os elementos da 3ª linha da matriz inversa de A, utilizando determinantes.

2. Considere a matriz $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ e o vetor $v = (0,0,\alpha,1), \alpha \in$ R.
   a. Utilizando a definição de vetor próprio, determine o(s) valor(es) de α para o qual v é vetor próprio de B, e indique o(s) valor(es) próprio(s) associado(s).
   b. Calcule os valores próprios da matriz B e as respetivas multiplicidades algébricas.
   c. Defina o espaço próprio associado ao valor próprio de menor valor absoluto.
   d. Diga, justificando, se a matriz B é diagonalizável e, em caso afirmativo, escreva as matrizes S e Λ, tal que $B=S\Lambda S^{-1}$.

3. Considere a matriz $C=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$
   a. Calcule os valores próprios e os espaços próprios associados.
   b. Diga se a matriz C é ortogonalmente diagonalizável, e, em caso afirmativo, escreva a respetiva decomposição espectral.

4. Demonstre que para quaisquer matrizes D, E, e F $\in R^{n\times n}$, se D é semelhante a E e E é semelhante a F então D e F são semelhantes entre si.

Comece a resolver os exercícios na segunda página de prova, deixando a primeira em branco.
Cotação: Todas as alíneas valem 2 valores.
Respostas sem justificação não serão consideradas.