

Frequência. de Álgebra Linear

Ano letivo: 2016/2017

Sem.: 1º

Época: Normal

Data: 11/01/2017

Curso: Licenciatura em Economia

Duração: 2h 00m

A integridade académica é um valor fundamental da FEUC. O Regulamento Pedagógico da UC proíbe e sanciona as várias formas de fraude académica. Durante a realização das provas escritas é exigido que: **Não usem materiais de consulta, máquinas calculadoras gráficas ou quaisquer outros equipamentos eletrónicos, exceto se tal for explicitamente permitido pelo responsável da unidade curricular em causa; não transmitam as questões da prova a outras pessoas; mantenham desligados quaisquer equipamentos de comunicação; usem exclusivamente as folhas de exame fornecidas pelos vigilantes da prova.**

A comprovada fraude académica determina a anulação da prova, a impossibilidade de o/a Estudante concluir a unidade curricular com aproveitamento, a comunicação ao Diretor da FEUC e, eventualmente, a comunicação ao Reitor, para aplicação de sanções disciplinares.

1. Considere o sistema:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + 4y + \alpha z = \beta, \\ 2x + 4y + 5z = 1 \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

- Diga qual a característica da matriz dos coeficientes e discuta o sistema para todo $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.
- No caso em que o sistema é indeterminado apresente o conjunto solução (caso não tenha resolvido a alínea anterior faça $\alpha = 6$ e $\beta = 2$).

2. Considere a matriz $B = \begin{bmatrix} -4 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \\ \delta & -4 & 2 \end{bmatrix}$, $\delta \in \mathbb{R}$ e os vetores $c = \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ e $u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$.

- Calculando o determinante de B indique para que valores de $\delta \in \mathbb{R}$ a matriz B é singular.
- Considere $\delta = 0$:
 - Calcule os elementos da primeira linha da matriz inversa de B.
 - No sistema $Bu=c$, utilizando a regra de Cramer, determine o valor de u_1 .

3. Considere a matriz $C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ e o vetor $v = (-1, 0, 1)$

- Verifique se v é vetor próprio de C e em caso afirmativo indique o valor próprio associado.
 - Calcule os valores próprios e indique as respetivas multiplicidades algébricas.
 - Indique o espaço próprio associado ao valor próprio de menor valor absoluto.
 - Diga se a matriz C é ortogonalmente diagonalizável, e, em caso afirmativo, escreva a respetiva decomposição espectral.
4. Mostre que para qualquer matriz simétrica dois vetores próprios (x_1 e x_2) associados a valores próprios distintos (λ_1 e λ_2) são ortogonais entre si.

Comece a resolver os exercícios na segunda página de prova, deixando a primeira em branco.

Cotação: Todas as alíneas valem 2 valores.

Respostas sem justificação não serão consideradas.