

## Álgebra Linear

Ano letivo: 2017/2018

Sem.: 1<sup>ª</sup>

Época: 1<sup>a</sup> Frequência

Data: 06/11/2017

Curso: Licenciatura em Economia

Duração: 2h 00m

A integridade académica é um valor fundamental da FEUC. O Regulamento Pedagógico da UC proíbe e sanciona as várias formas de fraude académica. Durante a realização das provas escritas é exigido que: **Não usem materiais de consulta, máquinas calculadoras gráficas ou quaisquer outros equipamentos eletrónicos, exceto se tal for explicitamente permitido pelo responsável da unidade curricular em causa; não transmitam as questões da prova a outras pessoas; mantenham desligados quaisquer equipamentos de comunicação; usem exclusivamente as folhas de exame fornecidas pelos vigilantes da prova.**

A comprovada fraude académica determina a anulação da prova, a impossibilidade de o/a Estudante concluir a unidade curricular com aproveitamento, a comunicação ao Diretor da FEUC e, eventualmente, a comunicação ao Reitor, para aplicação de sanções disciplinares.

1. Considere, em  $\mathbb{R}^3$ , os vetores  $u=(2, 0, 1)$ ,  $v=(1, 2, -2)$ .
  - a. Verifique se o vetor  $w=(5,2,0)$  é uma combinação linear de  $u$  e  $v$ .
  - b. Calcule o produto interno  $\langle u, v \rangle$  e as respectivas normas,  $\|u\|$  e  $\|v\|$ .
  - c. Encontre um vetor  $z \in \mathbb{R}^3$ , de forma a que  $\{u, v, z\}$  forme um conjunto ortogonal.
  - d. A partir do conjunto da alínea anterior escreva um conjunto ortonormal de vetores.

2. Considere as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$  e  $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ .

- a. Calcule  $2B^T A + C$ .
  - b. Verifique se o vetor  $w=(5,2,0)$  pertence ao espaço coluna de  $C$ .
  - c. Indique a  $\text{Car}(B)$ , e, sem realizar cálculos e justificando convenientemente, o núcleo de  $B^T$ .
  - d. Utilizando o algoritmo de Gauss-Jordan calcule  $B^{-1}$ .
3. Considere o sistema:

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = 1 \\ 2x + 5y + \alpha^2 z = 1 \\ 1x + 5y + \alpha z = \alpha + 1 \end{cases}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

- a. Diga qual a característica da matriz dos coeficientes e discuta o sistema para todo  $\alpha \in \mathbb{R}$ .
- b. No caso em que o sistema é indeterminado apresente o conjunto solução (caso não tenha resolvido a alínea anterior faça  $\alpha = 2$ ).

*Comece a resolver os exercícios na segunda página de prova, deixando a primeira em branco.*

**Cotação: Todas as alíneas valem 2 valores.**

**Respostas sem justificação não serão consideradas.**