

## Exame de Álgebra Linear

Ano letivo: 2019/2020

Sem.: 1º

Época: Especial

Data: 9 Julho

Curso: Licenciatura em Economia

Duração: 2h 00m

A integridade académica é um valor fundamental da FEUC. O Regulamento Pedagógico da UC proíbe e sanciona as várias formas de fraude académica. Durante a realização das provas escritas é exigido que:

- Não usem materiais de consulta, máquinas calculadoras gráficas ou quaisquer outros equipamentos eletrónicos, exceto se tal for explicitamente permitido pelo responsável da unidade curricular em causa;
- Não transmitam as questões da prova a outras pessoas;
- Mantenham desligados quaisquer equipamentos de comunicação;
- Usem exclusivamente as folhas de exame fornecidas pelos vigilantes da prova.

A comprovada fraude académica determina a anulação da prova, a impossibilidade de o/a Estudante concluir a unidade curricular com aproveitamento, a comunicação ao Diretor da FEUC e, eventualmente, a comunicação ao Reitor, para aplicação de sanções disciplinares.

1. Considere, em  $\mathbb{R}^3$ , os vetores  $u=(4, 2,0)$ ,  $v=(-1, 2, -2)$ .
  - a. Verifique se o vetor  $w=(10,0,4)$  é uma combinação linear de  $u$  e  $v$ .
  - b. Encontre um vetor  $z \in \mathbb{R}^3$ , de forma a que  $\{u, v, z\}$  forme um conjunto ortogonal.
  - c. A partir do conjunto da alínea anterior escreva um conjunto ortonormal de vetores.

2. Considere as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$  e  $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ .

- a. Calcule  $2A^TB+C^T$ .
- b. Utilizando o algoritmo de Gauss-Jordan calcule  $B^{-1}$ .

3. Considere o sistema:

$$\begin{cases} 2x + 2y + 2z = 1 \\ 2x - 2y + 2k^2z = -1 \\ 4x + 2y + 4z = k \end{cases}, \text{ onde } k \in \mathbb{R}.$$

- a. Apresente o sistema anterior na forma matricial ( $Au = b$ ) sendo  $u = (x, y, z)$ .
- b. Discuta, para todos os valores reais de  $k$ , o sistema  $Au = b$

4. Considere a matriz  $D = \begin{bmatrix} a & 3 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

- a. Calcule o determinante da matriz  $D$ .
- b. Verifique se  $(0,2,2)$  é um vetor próprio de  $D$  e indique o valor próprio que lhe está associado.
- c. Calcule os restantes valores próprios de  $D$  e justifique se a matriz  $B$  é diagonalizável.

**Cotação: Todas as alíneas valem 2 valores.**  
**Respostas sem justificação não serão consideradas.**