



## Exame recurso de Álgebra Linear

Ano letivo: 2016/2017

Sem.: 1ª

Época: Normal

Data: 03/02/2017

Curso: Licenciatura em Economia

Duração: 2h 00m

A integridade académica é um valor fundamental da FEUC. O Regulamento Pedagógico da UC proíbe e sanciona as várias formas de fraude académica. Durante a realização das provas escritas é exigido que: **Não usem materiais de consulta, máquinas calculadoras gráficas ou quaisquer outros equipamentos eletrónicos, exceto se tal for explicitamente permitido pelo responsável da unidade curricular em causa; não transmitam as questões da prova a outras pessoas; mantenham desligados quaisquer equipamentos de comunicação; usem exclusivamente as folhas de exame fornecidas pelos vigilantes da prova.**

A comprovada fraude académica determina a anulação da prova, a impossibilidade de o/a Estudante concluir a unidade curricular com aproveitamento, a comunicação ao Diretor da FEUC e, eventualmente, a comunicação ao Reitor, para aplicação de sanções disciplinares.

1. Considere, em  $\mathbb{R}^3$ , os vetores  $u = (1, 1/2, -1/2)$  e  $v = (1, 1, 3)$ .

- ✓ a. Encontre  $\delta \in \mathbb{R}$  de forma a que o vector  $w = (4, 2, \delta)$  seja uma combinação linear de  $u$  e  $v$ .
- ✓ b. Encontre um vector  $z$  de  $\mathbb{R}^3$  tal que  $\{u, v, z\}$  seja um conjunto ortogonal.
- ✓ c. A partir do conjunto encontrado na alínea anterior escreva um conjunto ortonormal com três elementos.

2. Considere o sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 3y + 3z = 1 \\ \beta^2 x + 4y + \beta^2 z = \alpha \end{cases}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

- ✓ a. Diga qual a característica da matriz dos coeficientes e discuta o sistema para todo  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .
- ✓ b. No caso em que o sistema é indeterminado apresente o conjunto solução (caso não tenha resolvido a alínea anterior faça  $\alpha = 4$  e  $\beta = 2$ ).

3. Considere a matriz  $C = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

det =  $2 \times \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \times 2 = 4$

$\begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = -2 \times \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -2 \times 0 = 0$

$\begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = -2 \times \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -2 \times 0 = 0$

m.a.  $\sqrt{4} = 2$

- ✓ a. Encontre a inversa de  $C$  pelo algoritmo de Gauss-Jordan.
  - ✓ b. Calcule os valores próprios e indique as respetivas multiplicidades algébricas.
  - ✓ c. Calcule os espaços próprios associados aos valores próprios da matriz  $C$ .
  - d. Diga se a matriz  $C$  é diagonalizável, e, em caso afirmativo, encontre  $S$  e  $\Lambda$  tal que  $C = SAS^{-1}$ .
4. Mostre que para qualquer matriz quadrada o produto dos valores próprios é igual ao seu determinante.

Comece a resolver os exercícios na segunda página de prova, deixando a primeira em branco.

Cotação: Todas as alíneas valem 2 valores.

Respostas sem justificação não serão consideradas.