Exame recurso
de Álgebra Linear

Ano letivo: 2017/2018 Sem.: 1º Época: Recurso Data: 16/01/2018

Curso: Licenciatura em Economia Duração: 2h 00m

1. Considere, em $\Re^3$, os vetores u = (1,2,−1), v = (1, -1,-1) e z=(1,1,3).
   a. Encontre um vetor w de $\Re^3$ que seja combinação linear de v e z e ortogonal a v.
   b. Verifique que o conjunto {u,v,w} é um conjunto ortogonal e a partir deste escreva um conjunto ortonormal com três elementos.
   c. Considere a matriz Aϵ $\Re^{3\times 3}$. Sabendo que Au=u, Av=2v e Az=2z justifique se é simétrica sem realizar cálculos.

2. Considere o sistema:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+\beta y+z=0 \\ \beta x+y+\beta^2 z=\propto \end{cases}, \qquad \propto,\beta \in \Re$$

   a. Discuta o sistema para todo $\propto,\beta \in \Re$, indicando o valor da característica da matriz dos coeficientes.
   b. No caso em que o sistema é indeterminado apresente o conjunto solução (caso não tenha resolvido a alínea anterior faça $\propto= 1 \ e \ \beta = 0$).

3. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} -2 & 6 & 2 & -6 \\ -2 & 5 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.
   a. Encontre a inversa de A pelo algoritmo de Gauss–Jordan.
   b. Calcule os valores próprios da matriz A e indique as respetivas multiplicidades algébricas.
   c. Calcule os espaços próprios associados aos valores próprios da matriz A.
   d. Diga se a matriz A é diagonalizável, e, em caso afirmativo, encontre S e Λ tal que $A=S\Lambda S^{-1}$.

4. Mostre que para qualquer matriz D ϵ $\Re^{3\times 3}$ a soma dos valores próprios é igual ao seu traço.

Comece a resolver os exercícios na segunda página de prova, deixando a primeira em branco.
Cotação: Todas as alíneas valem 2 valores.
Respostas sem justificação não serão consideradas.