FEUC FACULDADE DE ECONOMIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Exame recurso de Álgebra Linear

Ano letivo: 2018/2019 Sem.: 1º Época: Recurso Data: 25/01/2019

Curso: Licenciatura em Economia Duração: 2h 00m

A integridade académica é um valor fundamental da FEUC. O Regulamento Pedagógico da UC proíbe e sanciona as várias formas de fraude académica. Durante a realização das provas escritas é exigido que: **Não usem materiais de consulta, máquinas calculadoras gráficas ou quaisquer outros equipamentos eletrónicos, exceto se tal for explicitamente permitido pelo responsável da unidade curricular em causa; não transmitam as questões da prova a outras pessoas; mantenham desligados quaisquer equipamentos de comunicação; usem exclusivamente as folhas de exame fornecidas pelos vigilantes da prova.** A comprovada fraude académica determina a anulação da prova, a impossibilidade de o/a Estudante concluir a unidade curricular com aproveitamento, a comunicação ao Diretor da FEUC e, eventualmente, a comunicação ao Reitor, para aplicação de sanções disciplinares.

1. Considere a matriz A=$\begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ e, em $\Re^3$, os vetores u = (-1,1,1), v = (-1, 0,1) e z=(1,0,1).
   a. Verifique que os vetores u, v e z são vetores próprios de A e encontre os valores próprios associados.
   b. Escreva os espaços próprios associados aos valores próprios encontrados na alínea anterior.
   c. Encontre um vetor w de $\Re^3$ que seja combinação linear de u e v e ortogonal a v.
   d. A partir das alíneas anteriores escreva a decomposição espetral da matriz A. Justifique.

2. Considere o sistema:

$$\begin{cases} x + 3y + 3z = 1 \\ x + \beta y + 3z = \propto \\ 3x + 3\beta y + \beta^2 z = \beta \end{cases}, \quad \propto, \beta \in \Re$$

   a. Discuta o sistema para todo $\propto, \beta \in \Re$, indicando o valor da característica da matriz dos coeficientes.
   b. No caso em que o sistema é duplamente indeterminado apresente o conjunto solução (caso não tenha resolvido a alínea anterior faça $\propto = 1 \; e \; \beta = 3$).

3. Considere a matriz $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.
   a. Encontre a inversa de B pelo algoritmo de Gauss–Jordan.
   b. Calcule o determinante da matriz B pela definição.
   c. Sendo x um qualquer vetor de $\Re^4$, diga se pertence ao espaço coluna de B. Justifique convenientemente.

4. Mostre que dois vetores próprios (u e v) associados a valores próprios diferentes são linearmente independentes.

***Cotação:* *Todas as alíneas valem 2 valores*.**
Respostas sem justificação não serão consideradas.