· U C · FEUC FACULDADE DE ECONOMIA UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Álgebra Linear

Ano letivo: 2019/2020 **Sem.: 1º** **Época: 1ª Frequência** Data: 06/11/2019

Curso: Licenciatura em Economia Duração: 2h 00m

A integridade académica é um valor fundamental da FEUC. O Regulamento Pedagógico da UC proíbe e sanciona as várias formas de fraude académica. Durante a realização das provas escritas é exigido que: **Não usem materiais de consulta, máquinas calculadoras gráficas ou quaisquer outros equipamentos eletrónicos, exceto se tal for explicitamente permitido pelo responsável da unidade curricular em causa; não transmitam as questões da prova a outras pessoas; mantenham desligados quaisquer equipamentos de comunicação; usem exclusivamente as folhas de exame fornecidas pelos vigilantes da prova.**
A comprovada fraude académica determina a anulação da prova, a impossibilidade de o/a Estudante concluir a unidade curricular com aproveitamento, a comunicação ao Diretor da FEUC e, eventualmente, a comunicação ao Reitor, para aplicação de sanções disciplinares.

1. Considere, em $\mathfrak{R}^3$, os vetores u=(3, 0, -1), v=(1, 2, 3) e w=(7,2, α), $\alpha \in \mathfrak{R}$
   a. Verifique para que valores de $\alpha \in \mathfrak{R}$, o vetor w é uma combinação linear de u e v.
   b. Calcule o produto interno $\langle u, v\rangle$ e as respectivas normas, $\|u\|$ *e* $\|v\|$.
   c. Encontre um vetor $z \in \mathfrak{R}^3$, de forma a que $\{u, v, z\}$ forme um conjunto ortogonal e a partir deste escreva um conjunto ortonormal de vetores.

2. Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 4 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ 6 & 6 & 3 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ e $D = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$:
   a. Calcule AC +D^T B.
   b. Utilizando o algoritmo de Gauss-Jordan calcule, caso exista, B^{-1}.
   c. Verifique se existe a matriz $E \in \mathbb{R}^{3\times 3}$, tal que $(BE^{-1})^T=D^{-1}$ e, em caso afirmativo, calcule-a

3. Considere o sistema:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 4 \\ -x + 2y + \alpha^2 z = \alpha, \quad \alpha \in \mathfrak{R}. \\ 2x - 4y - 2z = 2 \end{cases}$$

   a. Escreva o sistema na forma matricial.
   b. Discuta qual a característica da matriz dos coeficientes e classifique o sistema para todo $\alpha \in \mathfrak{R}$
   c. Considere o caso em que o sistema é indeterminado (caso não tenha resolvido a alínea anterior faça $\alpha = -1$) e apresente o seu conjunto solução.

4. Verifique que dois vetores não nulos ortogonais entre si são linearmente independentes.

Comece a resolver os exercícios na segunda página de prova, deixando a primeira em branco.
Cotação: Todas as alíneas valem 2 valores.
Respostas sem justificação não serão consideradas.