



2ª Frequência de Álgebra Linear

Ano letivo: 2018/2019

Sem.: 1ª

Época: Normal

Data: 10/01/2019

Curso: Licenciatura em Economia

Duração: 2h 00m

A integridade académica é um valor fundamental da FEUC. O Regulamento Pedagógico da UC proíbe e sanciona as várias formas de fraude académica. Durante a realização das provas escritas é exigido que: **Não usem materiais de consulta, máquinas calculadoras gráficas ou quaisquer outros equipamentos eletrónicos, exceto se tal for explicitamente permitido pelo responsável da unidade curricular em causa; não transmitam as questões da prova a outras pessoas; mantenham desligados quaisquer equipamentos de comunicação; usem exclusivamente as folhas de exame fornecidas pelos vigilantes da prova.**

A comprovada fraude académica determina a anulação da prova, a impossibilidade de o/a Estudante concluir a unidade curricular com aproveitamento, a comunicação ao Diretor da FEUC e, eventualmente, a comunicação ao Reitor, para aplicação de sanções disciplinares.

1. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 & 0 \\ -3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ e os vetores $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ e $b = (2, 3, 0, 0)$

- Calcule o determinante de A, referindo o método/propriedades que utilizar.
- Utilizando a regra de Cramer, calcule x_3 , solução parcial do sistema $Ax = b$.
- Calcule os elementos da 3ª linha da matriz inversa de A, utilizando determinantes.

2. Considere a matriz $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ e o vetor $v = (0, 0, \alpha, 1)$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

- Utilizando a definição de vetor próprio, determine o(s) valor(es) de α para o qual v é vetor próprio de B, e indique o(s) valor(es) próprio(s) associado(s).
- Calcule os valores próprios da matriz B e as respetivas multiplicidades algébricas.
- Defina o espaço próprio associado ao valor próprio de menor valor absoluto.
- Diga, justificando, se a matriz B é diagonalizável e, em caso afirmativo, escreva as matrizes S e Λ , tal que $B = SAS^{-1}$.

3. Considere a matriz $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

- Calcule os valores próprios e os espaços próprios associados.
- Diga se a matriz C é ortogonalmente diagonalizável, e, em caso afirmativo, escreva a respetiva decomposição espectral.

4. Demonstre que para quaisquer matrizes D, E, e $F \in \mathbb{R}^{n \times n}$, se D é semelhante a E e E é semelhante a F então D e F são semelhantes entre si.

Comece a resolver os exercícios na segunda página de prova, deixando a primeira em branco.

Cotação: Todas as alíneas valem 2 valores.

Respostas sem justificação não serão consideradas.