

**Álgebra Linear**

Ano letivo: 2018/2019

Sem.: 1ª

Época: 1ª Frequência

Data: 10/11/2018

Curso: Licenciatura em Economia

Duração: 2h 00m

A integridade académica é um valor fundamental da FEUC. O Regulamento Pedagógico da UC proíbe e sanciona as várias formas de fraude académica. Durante a realização das provas escritas é exigido que: **Não usem materiais de consulta, máquinas calculadoras gráficas ou quaisquer outros equipamentos eletrónicos, exceto se tal for explicitamente permitido pelo responsável da unidade curricular em causa; não transmitam as questões da prova a outras pessoas; mantenham desligados quaisquer equipamentos de comunicação; usem exclusivamente as folhas de exame fornecidas pelos vigilantes da prova.**

A comprovada fraude académica determina a anulação da prova, a impossibilidade de o/a Estudante concluir a unidade curricular com aproveitamento, a comunicação ao Diretor da FEUC e, eventualmente, a comunicação ao Reitor, para aplicação de sanções disciplinares.

1. Considere as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 4 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  e  $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$ :

- Verifique se o vetor  $w = (5, 2, 0)$  é uma combinação linear das colunas de  $A$ .
- Calcule  $4AA^T + BC$ .
- Considere a matriz  $D \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  definida por blocos  $D = [A \mid z]$ , sendo  $z$  um vetor pertencente a  $\mathbb{R}^3$ . Encontre um vetor  $z$  não nulo de forma a que  $D^T D$  seja uma matriz diagonal.
- A partir da matriz  $D$  escreva um conjunto ortonormal de vetores.
- Indique a característica de  $BC$  e, sem realizar cálculos e justificando convenientemente, o núcleo de  $C^T B^T$ .
- Utilizando o algoritmo de Gauss-Jordan calcule, caso exista,  $B^{-1}$ .

2. Considere o sistema:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ -3x - 5y + (\alpha^2 - 9)z = 0, \\ 2x + 3y - 5\alpha z = \alpha \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

- Escreva o sistema na forma matricial.
- Diga qual a característica da matriz dos coeficientes e discuta o sistema para todo  $\alpha \in \mathbb{R}$ .
- Considere o caso em que o sistema é indeterminado (caso não tenha resolvido a alínea anterior faça  $\alpha = -1$ ) e apresente o seu conjunto solução.

3. Seja  $M \in \mathbb{R}^{4 \times 5}$ ,  $\mathcal{R}(M)$  o espaço coluna da matriz  $M$  e  $b \in \mathcal{R}(M)$ . Classifique o sistema  $Mx = b$  nos casos em que  $\text{Car}(M) = 3$  e  $\text{Car}(M) = 4$ .

Justifique cuidadosamente a sua resposta.

*Comece a resolver os exercícios na segunda página de prova, deixando a primeira em branco.*

**Cotação: Todas as alíneas valem 2 valores.**

**Respostas sem justificação não serão consideradas.**