

Exame recurso de Álgebra Linear

Ano letivo: 2017/2018

Sem.: 1º

Época: Recurso

Data: 16/01/2018

Curso: Licenciatura em Economia

Duração: 2h 00m

A integridade académica é um valor fundamental da FEUC. O Regulamento Pedagógico da UC proíbe e sanciona as várias formas de fraude académica. Durante a realização das provas escritas é exigido que: **Não usem materiais de consulta, máquinas calculadoras gráficas ou quaisquer outros equipamentos eletrónicos, exceto se tal for explicitamente permitido pelo responsável da unidade curricular em causa; não transmitam as questões da prova a outras pessoas; mantenham desligados quaisquer equipamentos de comunicação; usem exclusivamente as folhas de exame fornecidas pelos vigilantes da prova.**

A comprovada fraude académica determina a anulação da prova, a impossibilidade de o/a Estudante concluir a unidade curricular com aproveitamento, a comunicação ao Diretor da FEUC e, eventualmente, a comunicação ao Reitor, para aplicação de sanções disciplinares.

1. Considere, em \mathbb{R}^3 , os vetores $u = (1, 2, -1)$, $v = (1, -1, -1)$ e $z = (1, 1, 3)$.
 - a. Encontre um vetor w de \mathbb{R}^3 que seja combinação linear de v e z e ortogonal a v .
 - b. Verifique que o conjunto $\{u, v, w\}$ é um conjunto ortogonal e a partir deste escreva um conjunto ortonormal com três elementos.
 - c. Considere a matriz $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$. Sabendo que $Au = u$, $Av = 2v$ e $Az = 2z$ justifique se é simétrica sem realizar cálculos.

2. Considere o sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + \beta y + z = 0 \\ \beta x + y + \beta^2 z = \alpha \end{cases}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

- a. Discuta o sistema para todo $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, indicando o valor da característica da matriz dos coeficientes.
- b. No caso em que o sistema é indeterminado apresente o conjunto solução (caso não tenha resolvido a alínea anterior faça $\alpha = 1$ e $\beta = 0$).

$$3. \text{ Considere a matriz } A = \begin{bmatrix} -2 & 6 & 2 & -6 \\ -2 & 5 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

- a. Encontre a inversa de A pelo algoritmo de Gauss–Jordan.
 - b. Calcule os valores próprios da matriz A e indique as respetivas multiplicidades algébricas.
 - c. Calcule os espaços próprios associados aos valores próprios da matriz A .
 - d. Diga se a matriz A é diagonalizável, e, em caso afirmativo, encontre S e Λ tal que $A = SAS^{-1}$.
4. Mostre que para qualquer matriz $D \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ a soma dos valores próprios é igual ao seu traço.

Comece a resolver os exercícios na segunda página de prova, deixando a primeira em branco.

Cotação: Todas as alíneas valem 2 valores.

Respostas sem justificação não serão consideradas.



FEUC FACULDADE DE ECONOMIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA