



FEUC FACULDADE DE ECONOMIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Frequência de Álgebra Linear

Ano letivo: 2017/2018

Sem.: 1ª

Época: Normal

Data: 18/12/2017

Curso: Licenciatura em Economia

Duração: 2h 00m

A integridade académica é um valor fundamental da FEUC. O Regulamento Pedagógico da UC proíbe e sanciona as várias formas de fraude académica. Durante a realização das provas escritas é exigido que: **Não usem materiais de consulta, máquinas calculadoras gráficas ou quaisquer outros equipamentos eletrónicos, exceto se tal for explicitamente permitido pelo responsável da unidade curricular em causa; não transmitam as questões da prova a outras pessoas; mantenham desligados quaisquer equipamentos de comunicação; usem exclusivamente as folhas de exame fornecidas pelos vigilantes da prova.**

A comprovada fraude académica determina a anulação da prova, a impossibilidade de o/a Estudante concluir a unidade curricular com aproveitamento, a comunicação ao Diretor da FEUC e, eventualmente, a comunicação ao Reitor, para aplicação de sanções disciplinares.

1. Considere a matriz $D = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ e os vetores $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ e $b = (0, 1, 3, -2)$.

- Calcule o determinante de D , referindo o método/propriedades que utilizar.
- Calcule o elemento (2,3) da matriz dos cofatores de D e o elemento (4,2) da matriz adjunta de D .
- Sabendo que os elementos (1,2) e (2,2) da adjunta de D são, respetivamente, -4 e 2 , apresente toda a segunda coluna da matriz inversa de D .
- Utilizando a regra de Cramer, calcule x_3 , solução parcial do sistema $Dx = b$.

2. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ e o vetor $v = (0, \alpha, 1)$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

- Utilizando a definição de vetor próprio, determine o valor de α para o qual v é vetor próprio de A , e indique o valor próprio associado.
- Calcule os valores próprios da matriz A e as respetivas multiplicidades algébricas.
- Defina o espaço próprio associado ao valor próprio de menor valor absoluto.
- Diga, justificando, se a matriz A é diagonalizável e, em caso afirmativo, escreva as matrizes S e Λ , tal que $A = SAS^{-1}$.

3. Encontre a matriz $B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ tal que $B = B^T$, $Bu = 2u$ com $u = (-1, 1)$ e $Bv = 6v$ com $v = (1, 1)$.

4. Sabendo que 1, 2 e 3 são os valores próprios da matriz $C \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ calcule os valores próprios da matriz adjunta de C .

Comece a resolver os exercícios na segunda página de prova, deixando a primeira em branco.

Cotação: Todas as alíneas valem 2 valores.

Respostas sem justificação não serão consideradas.