

Análise de espectros estelares

I. Determinação de parâmetros estelares e velocidade de rotação

M. M. C. D. Carvalho

Departamento de Física e Astronomia (DFA-FCUP), Universidade do Porto, Rua do Campo Alegre, 4169-007 Porto
e-mail: up201604786@fc.up.pt

Received November 15, 2020; Accepted November 20, 2020

ABSTRACT

Context. Determinar os parâmetros estelares e as velocidades de rotação de duas estrelas por comparação do seu espectro com uma grelha de espectros sintéticos, no âmbito de um trabalho para a unidade curricular Astronomia Computacional.

Aims. Pretende-se utilizar a compilação de espectros sintéticos de alta resolução providenciada pelo projeto AMBRE para obter a temperatura T_{eff} , aceleração gravitacional superficial $\log g$, metalicidade $[\text{Fe}/\text{H}]$ e índice químico a de dois espectros reais dados. Posteriormente estuda-se a velocidade de rotação de ambas as estrelas.

Methods. Neste trabalho, os parâmetros estelares adequados para descrever as estrelas em análise são tomados como os que geram o espectro sintético mais semelhante a cada um dos observados. Determina-se o melhor espectro sintético da grelha através da comparação das larguras equivalentes, W_λ , de riscas específicas. As velocidades de rotação são calculadas a partir da convolução do perfil das mesmas riscas com a função de rotação, G_e .

Results. Os parâmetros $\{T_{\text{eff}}, \log g, [\text{Fe}/\text{H}], a\}$ obtidos para as estrelas 1 e 2 foram $\{6000\text{K}, 4.5, 0.00, 0.00\}$ e $\{5750\text{K}, 4.5, 0.25, 0.00\}$, respetivamente. Ambas as estrelas possuem velocidades de rotação $v \sin I < 10\text{km/s}$.

Key words. spectral analysis – FGKM stars

1. Introdução

A comparação de dois espectros pode ser feita de diversas formas. Para o propósito deste trabalho, foi escolhida a minimização da soma dos quadrados das diferenças das larguras equivalentes de certas riscas, dada a existência de ruído no sinal observado.

É dada uma lista de riscas espectrais adequadas (Tsantaki 2016) contendo os respetivos comprimentos de onda centrais (λ_c), energias de excitação (χ), peso estatístico vezes a força de oscilador ($\log gf$) e largura equivalente no caso do Sol (W_λ). Para implementar o método, precisamos de calcular as larguras equivalentes para todas as riscas da lista, tanto para as estrelas observadas, como para os espectros sintéticos com os quais as queremos comparar.

No entanto, devido ao elevado número de espectros sintéticos e ao limite prático de tempo computacional, é necessário reduzir o tamanho da lista de espectros sintéticos que submetemos a esta análise. Isto é feito delimitando um intervalo de temperaturas efetivas, tal que $T_{\text{eff}} \in [T_{\text{exc}} - 400\text{K}, T_{\text{exc}} + 400\text{K}]$, onde T_{eff} é a temperatura efetiva dos espectros sintéticos e T_{exc} é a temperatura de excitação dos espectros observados obtida pelo método dos multipletos nas transições de FeI.

Após encontrar o melhor espectro sintético para aproximar os parâmetros dos espectros observados, fazemos a convolução deste com uma gaussiana que representa o perfil instrumental. Esta operação em conjunto com a reamostragem transforma o perfil sintético num simulado mais parecido com o observado e prepara-o para procurar a velocidade de rotação.

Do espectro simulado, por convolução com o perfil de rotação para várias velocidades, podemos procurar a velocidade que produz o melhor espectro simulado no final.

2. Escolha de multipletos

Para além da lista de riscas temos uma lista de 7 intervalos de valores da energia de excitação correspondentes a multipletos de transições de FeI. Com cada par de multipletos podemos obter a temperatura de excitação pela curva de crescimento, que por sua vez é obtida por ajustes quadráticos aos pontos. Este método não é muito certo e pode dar resultados falsos se, por exemplo, não tivermos riscas suficientes para comparar.

Assim, nesta secção estudamos as curvas de crescimento para o Sol, cuja temperatura é conhecida, e escolhemos o par de multipletos que der a temperatura mais próxima de $T_{\text{eff}}^{(\text{sol})} = 5780\text{K}$.

A temperatura calculada a partir de dois multipletos é:

$$T_{\text{exc}} = \frac{|5040(\chi_1 - \chi_2)|}{\Delta} \quad (1)$$

$$\Delta = \frac{1}{y_f - y_i} \int_{y_i}^{y_f} (x^{(2)} - x^{(1)}) dy \quad (2)$$

onde $[y_i, y_f]$ é o intervalo dos yy a usar no cálculo. Numericamente, tendo os dados discretos das curvas de crescimento dos dois multipletos a usar, a equação 2 fica:

$$\Delta = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N (x_i^{(2)} - x_i^{(1)}) = \frac{1}{N_2} \sum_{i=0}^{N_2} x_i^{(2)} - \frac{1}{N_1} \sum_{i=0}^{N_1} x_i^{(1)} \quad (3)$$

onde N_1 e N_2 podem ser diferentes. Esta independência do número de pontos usados para calcular cada $\langle x^{(\text{mult})} \rangle$ facilita bastante a implementação de um método automático para calcular

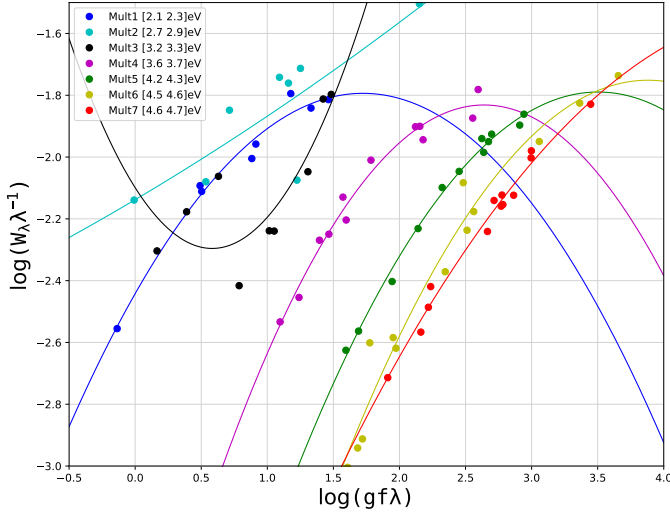


Fig. 1. Curvas de crescimento de FeI do Sol.

Multipletos	2	3	4	5	6	7
1	8773	100928	5694	5575	5737	5530
2	-	2569	2559	3280	3493	3509
3	-	-	1800	3005	3326	3283
4	-	-	-	4726	5575	5273
5	-	-	-	-	5678	4909
6	-	-	-	-	-	3836

Table 1. Temperaturas de excitação (K) para todas as combinações de multipletos.

a temperatura, pois não temos de garantir um número igual de pontos, apenas precisamos de bons critérios para definir o y_i e y_f .

Para cada multipletto queremos apenas pontos da parte à esquerda do máximo do ajuste quadrático, por isso, para efeitos de cálculo guardamos apenas os pontos do ajuste na gama de xx onde existem pontos do multipletto. Depois, quando desejamos fazer as médias das abscissas de dois ajustes para obter o Δ , apenas fazemos no mínimo intervalo comum de yy dos dois ajustes. Assim, garantimos que calculamos o Δ num intervalo $[y_i, y_f]$ onde ambos os multipletos têm pontos e nenhuma das médias conta com pontos da metade à direita do máximo da parábola.

Na Figura 1, vemos os pontos da curva de crescimento e os respetivos ajustes para cada multipletto. Como podemos prever graficamente e concluir com os dados da Tabela 1, os multipletos 2 e 3 são maus para fazer este cálculo. O melhor resultado foi obtido com os multipletos 1 e 6, pelo que os usamos na análise da temperatura das outras estrelas.

3. Estrela 1

3.1. Parâmetros da estrela 1

Na análise das estrelas, obtemos as larguras equivalentes das riscas por ajuste de uma gaussiana aos pontos do espectro. Para o ajuste ser bem feito temos de limitar o intervalo de pontos a usar, uma vez que a risca pode estar sobreposta com outra na sua vizinhança próxima. Optei por usar a 1ª derivada numérica em conjunto com alguns critérios que fui aperfeiçoando por tentativas.

Estes critérios incluem:

- espaçamento de 4 pontos no cálculo das derivadas para ignorar ruído até certo ponto,
- iteração de 3 em 3 pontos, para diminuir o número de operações.

Assim, a rotina começa por calcular as derivadas numéricas no centro da risca e, enquanto elas forem maiores/menores que zero à direita/esquerda do centro, a iteração continua. Caso esta limitação não seja acionada (e.g. porque a risca é muito suave e monótona em ambos os lados), a rotina leva um argumento que nos permite dar o limite em \AA até onde deixamos iterar. O valor ‘default’ deste argumento é 1\AA , pois a maior parte das riscas não ultrapassa essa largura. Vemos como o programa funciona bem na Figura 2, onde estão representadas 3 riscas da estrela 1 com potencial para maus ajustes por diferentes razões:

1. riscas de profundidade significativa na vizinhança;
2. riscas pouco acentuadas, que poderiam escapar como ruído de sinal ao ajuste ou ser ajustadas por gaussianas com contínuos muito elevados por insuficiência de pontos;
3. riscas ruidosas que podem obviamente gerar erros nos ajustes.

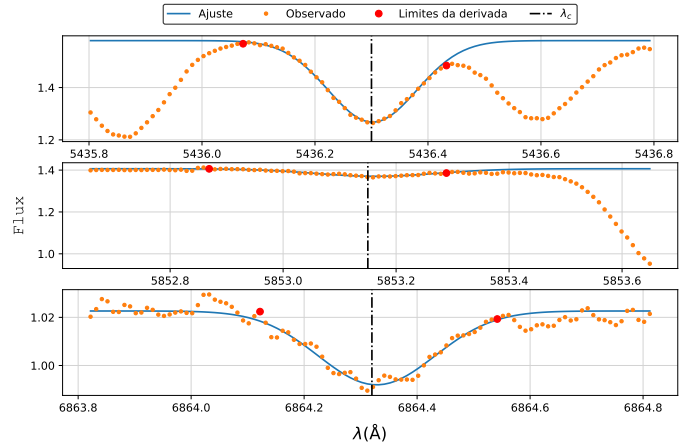


Fig. 2. Três riscas *arriscadas* da estrela 1.

A temperatura de excitação obtida é:

$$T_{\text{exc}}^{(\text{star1})} = 6064\text{K}.$$

Depois de obter as larguras equivalentes de todas as riscas de todos os espectros sintéticos cuja temperatura está no intervalo $[5664\text{K}, 6464\text{K}]$ e de guardar os valores, calculamos o valor de χ para cada espectro sintético e guardamos esses também num *array*. O melhor espectro é aquele cujo χ é o mínimo presente nesse *array*.

No final da análise, o melhor espectro sintético é aquele cujo nome do ficheiro é:

```
p60000:g+4.5:m0.0:t01:z+0.00:a+0.00.GES4750.fits
```

Do seu nome podemos tirar os seguintes parâmetros estelares:

$$\begin{aligned} T_{\text{eff}}^{(\text{star1})} &= 6000\text{K} \\ \log g &= 4.5 \\ [\text{Fe}/\text{H}] &= 0.00 \\ a &= 0.00 \end{aligned}$$

Comparando com a disparidade entre as temperaturas calculada pelos multipletos e obtida por comparação das riscas para o sol este resultado parece ser fiável, i.e. :

$$\left| T_{\text{eff}}^{(\text{sol})} - T_{\text{exc}}^{(\text{sol})} \right| \approx 43\text{K}, \quad \left| T_{\text{eff}}^{(\text{star1})} - T_{\text{exc}}^{(\text{star1})} \right| = 64\text{K}$$

onde é claro que estes valores são da mesma ordem de grandeza.

3.2. Velocidade de rotação da estrela 1

Na secção 3.1 determinámos o espectro sintético que mais se assemelha ao da estrela 1. Agora, convém fazer a simulação deste com o perfil instrumental.

O poder resolvente é definido como $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$, pelo que, para simularmos um espectro com poder resolvente constante, precisamos que $\Delta\lambda \propto \lambda$. Dado o elevado número de pontos na amostragem do espectro sintético, não é prático ter isto em conta em todos os valores de λ , pelo que considere duas formas de fazer uma convolução aproximada com o perfil instrumental:

1. definir o λ como o ponto médio da extensão total do espectro e tomar o $\Delta\lambda$ correspondente ao ponto central em todo o espectro;
2. dividir o espectro em intervalos, onde o $\Delta\lambda$ é constante na extensão de cada intervalo, deixando o R variar apenas dentro do intervalo.

O primeiro método em princípio dá um erro maior. O intervalo de comprimentos de onda é a gama de λ comum aos espectros observado e sintético: [4802.88Å, 6842.69Å]. Dando $R = 50000$, temos:

$$\Delta\lambda = \frac{4802.88 + 6842.69}{2R} \text{Å} \approx 0.1164557 \text{Å} \quad (4)$$

e este valor é usado em todo o espectro. Isto significa que a resolução realmente dada ao espectro simulado varia desde o centro do espectro às extremidades, onde ela toma os valores:

$$R_{\text{min}} = \frac{4802.88}{0.1164557} \approx 41242 \quad (5)$$

$$R_{\text{max}} = \frac{6842.69}{0.1164557} \approx 58757 \quad (6)$$

que equivale a um erro de quase 18%. Este erro é bastante grande e pode nos impedir de calcular corretamente a velocidade de rotação.

Com o segundo método, para obtermos um erro máximo de 10%, por exemplo, temos:

$$\begin{cases} 1 - \frac{R_{\text{min}}}{R} \leq 0.10 \\ \frac{R_{\text{max}}}{R} - 1 \leq 0.10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_{\text{min}} = \frac{\lambda_{\text{min}}}{\Delta\lambda} \geq 0.9R \\ R_{\text{max}} = \frac{\lambda_{\text{max}}}{\Delta\lambda} \leq 1.1R \end{cases} \quad (7)$$

Ou seja, em cada intervalo, estamos a assumir $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{R}$, onde λ é o comprimento de onda central do intervalo, podendo reescrever as eqs. 7:

$$\begin{cases} \lambda_{\text{min}} \geq 0.9\lambda \\ \lambda_{\text{max}} \leq 1.1\lambda \end{cases} \Rightarrow [\lambda_{\text{min}}, \lambda_{\text{max}}] = [0.9\lambda, 1.1\lambda] \quad (8)$$

O programa para implementar isto torna-se simples. Basta ter uma rotina que leve como argumentos o espectro sintético, os limites da gama de comprimentos de onda onde queremos fazer a convolução, o poder resolvente que queremos e o erro

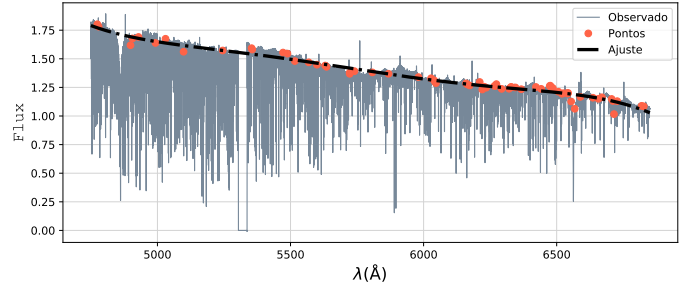


Fig. 3. Ajuste ao contínuo, $\epsilon = 5 \times 10^{-5}$.

máximo que admitimos ao poder resolvente. O programa cria um *array* para guardar os pontos da convolução de cada intervalo. À medida que corre define os intervalos sucessivos atualizando o λ_{min} do novo intervalo para o λ_{max} do anterior e calculando o λ e λ_{max} a partir dele.

Depois disto, ainda temos de tratar da normalização ao contínuo do espectro observado para poder compará-los. Esta parte é algo mais ambígua. Isto, porque o espectro observado não tem um contínuo bem definido e tem zonas com muitas riscas largas e sobrepostas. Ao tentar definir o contínuo nessas zonas temos de ter bastante cuidado. No final de contas vi 3 formas de o fazer:

1. *Chunks*: Dividir o espectro em intervalos (ou 'chunks') e dividir todos os valores do fluxo em cada intervalo pelo valor máximo nele presente. Isto levanta alguns problemas, o principal dos quais é quando há um pico elevado acima do contínuo que faz com que todos os outros valores sejam divididos por algo maior do que é suposto.
2. *Ajuste*: Arranjar um ajuste polinomial de grau suficiente para ter em conta a curvatura macroscópica do contínuo e dividir todo o espectro pelo valor do polinómio correspondente. O problema disto é que certos valores ficam maiores que 1 não sendo uma normalização 100% eficaz.
3. *Ajuste+Chunks*: Uma mistura dos dois métodos onde começamos por dividir tudo pelo ajuste e depois normalizamos apenas os pontos que ficarem acima de 1. O problema aqui é que é inevitável perder a continuidade da derivada nos extremos das riscas.

Acabei por programar uma rotina que me permite escolher o método, porque quis testar os três, apesar de o *Ajuste* me parecer o mais razoável. Podemos aproximar o ajuste ao contínuo ignorando pontos cuja magnitude da derivada seja maior que um dado ϵ . Como apenas queremos ajustar um espectro, o observado, escolhi o ϵ por tentativas, até encontrar um ajuste polinomial de 5ª ordem¹ que visualmente me parece aceitável. Na Fig. 3, está o gráfico do espectro da estrela 1 e o respetivo ajuste, obtido com $\epsilon = 5 \times 10^{-5}$. Já na Fig. 4, vemos os pontos que ficaram acima de 1, bem como a sua correção com um e dois ajustes.

Com isto feito, podemos determinar a velocidade de rotação de duas formas e ver o que cada uma nos dá.

Primeiro, vou pegar nas riscas da *line_list_tsantaki.dat* (Tsantaki 2016), fazer a convolução de cada uma delas com o espectro sintético iterando com diferentes velocidades de rotação em $v \sin I \in [1\text{km/s}, 30\text{km/s}]$ e encontrar a velocidade que minimize a soma dos quadrados das diferenças de todos os pontos do espectro. É de notar a

¹ Necessário para um bom ajuste à estrela 2.

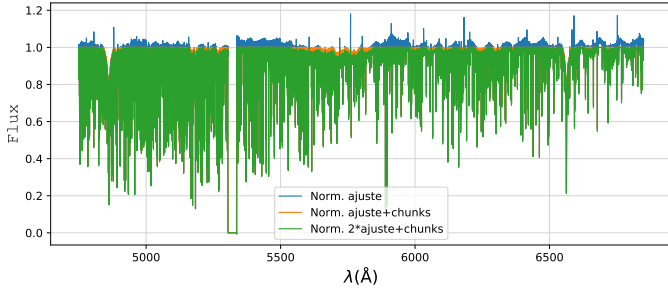


Fig. 4. Normalização por *Ajuste* e *Ajuste+Chunks*, $\epsilon = 5 \times 10^{-5}$.

indiferença entre considerarmos todo o espectro ou apenas as riscas da lista, visto que todos os pontos cuja rotação não for simulada terão a mesma contribuição na soma.

Como controlo, decidi calcular as velocidades com todos os métodos de normalização propostos. O resultado obtido foi o mesmo para todas as normalizações com ajustes:

$$v \sin I \approx 6 \text{ km/s}$$

Com o *Chunks*, como era de esperar, a velocidade foi mais alta (= 7 km/s), porque reduzimos mais o fluxo na normalização. Na Fig. 5, vemos o porquê disto: comparando ponto a ponto, o espectro simulado (risca azul) tem que alargar mais para minimizar as suas diferenças ao contínuo do espectro normalizado por *Chunks* (risca verde), o que corresponde a uma velocidade maior. Mesmo assim, a diferença das velocidades obtidas não é muito extrema, pelo que podemos ter alguma confiança no resultado.

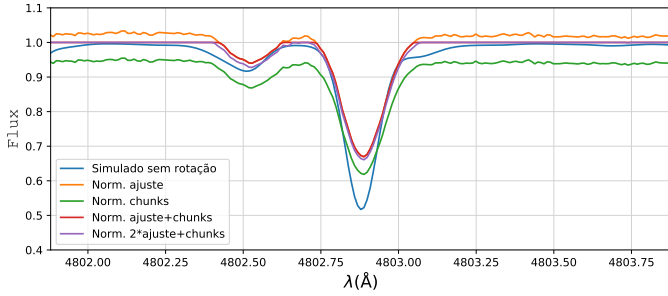


Fig. 5. Primeira risca com todas as normalizações e simulação sem rotação.

A segunda maneira de obter a velocidade de rotação é encontrando os zeros da transformada de Fourier de uma risca do sinal (Fig. 6). Usando os 3 primeiros zeros que são dados (Slides 2020), obtemos as velocidades:

$$\begin{aligned} (v \sin I)_{\sigma_1} &= 6.320 \text{ km/s} \\ (v \sin I)_{\sigma_2} &= 7.245 \text{ km/s} \\ (v \sin I)_{\sigma_3} &= 7.248 \text{ km/s} \end{aligned}$$

A média destes valores é:

$$v \sin I \approx 6.938 \text{ km/s}$$

muito parecida com a obtida através do método iterativo. Na Fig. 7 podemos ver a representação do espectro na risca analisada com ambas as velocidades.

4. Estrela 2

Todos os pormenores da análise foram exibidos na secção 3, pelo que nesta apresento apenas os resultados para a estrela 2 obtidos por análise semelhante.

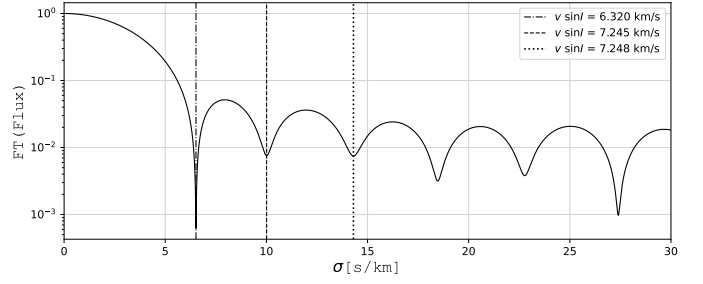


Fig. 6. Transformada de Fourier da risca centrada em $\lambda = 4803 \text{ Å}$ na estrela 1.

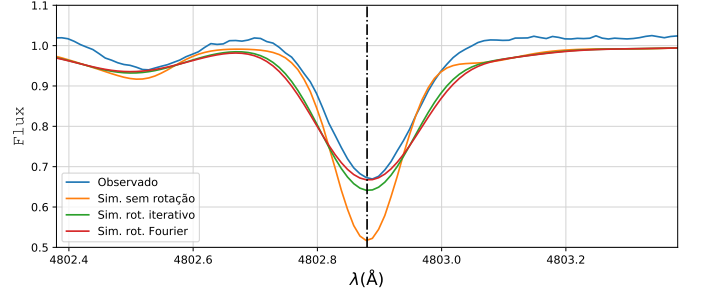


Fig. 7. Risca centrada em $\lambda = 4803 \text{ Å}$ na estrela 1.

4.1. Parâmetros da estrela 2

Trabalhando de forma semelhante à da secção 3.1, tendo em atenção os intervalos diferentes do espectro observado, obtemos a seguinte temperatura de excitação:

$$T_{\text{exc}}^{(\text{star}2)} = 5573 \text{ K}.$$

Após comparar com todos os espectros sintéticos de temperatura efetiva $T_{\text{eff}} \in [5173 \text{ K}, 5973 \text{ K}]$, concluímos que o melhor é:

$$\text{p5750:g+4.5:m0.0:t01:z+0.25:a+0.00.GES4750.fits}$$

de onde tiramos os parâmetros:

$$\begin{aligned} T_{\text{eff}}^{(\text{star}2)} &= 5750 \text{ K} \\ \log g &= 4.5 \\ [\text{Fe}/\text{H}] &= 0.25 \\ a &= 0.00 \end{aligned}$$

Novamente, comparando com a disparidade obtida para o Sol, a diferença na estrela 2 é:

$$|T_{\text{eff}}^{(\text{sol})} - T_{\text{exc}}^{(\text{sol})}| \approx 43 \text{ K}, \quad |T_{\text{eff}}^{(\text{star}2)} - T_{\text{exc}}^{(\text{star}2)}| = 177 \text{ K}$$

um bocado maior mas aceitável.

4.2. Velocidade de rotação da estrela 2

A velocidade da estrela 2 foi um pouco mais complicada, pois ela aparenta ter uma velocidade de recessão, uma vez que as suas riscas não estão centradas nos mesmos comprimentos de onda que as da lista (Tsantaki 2016).

O efeito Doppler gera um *shift* $\Delta \lambda$ segundo $\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$. Por ajuste a uma gaussiana podemos determinar os comprimentos

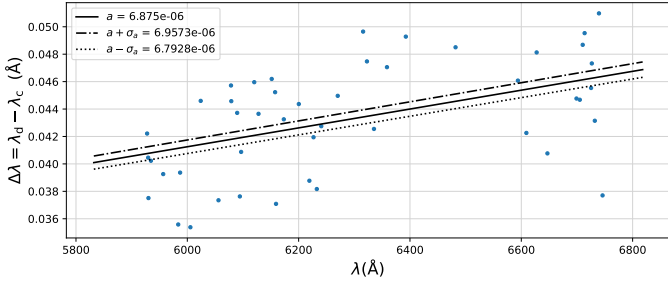


Fig. 8. Velocidades de afastamento da estrela 2.

de onda centrais no espectro observado, λ_d , e compará-los com os da lista de linhas, λ_c . Tomando $\Delta\lambda = \lambda_d - \lambda_c$, temos:

$$\Delta\lambda = a\lambda \quad (9)$$

$$a = \frac{v}{c} \quad (10)$$

e podemos ajustar os pontos com uma regressão linear para determinar a velocidade. Os resultados desta operação estão na Fig. 8.

$$a = (6.875 \pm 0.082) \times 10^{-6}$$

$$v = (2.061 \pm 0.025) \text{ km/s}$$

Sabendo a velocidade de afastamento, conseguimos ter em conta o desvio para o vermelho, incluindo-o no espectro sintético ou excluindo-o do espectro observado. Por escolha própria vou excluir o efeito do observado. A transformação de coordenadas do eixo dos λ é visível na Fig. 9, onde está representada a alteração para três riscas de zonas diferentes do espectro.

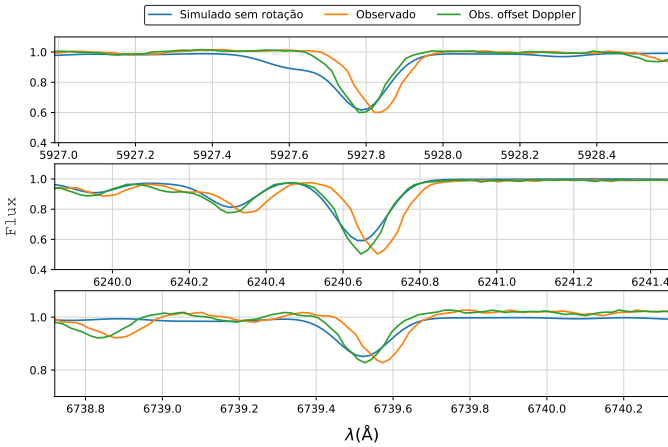


Fig. 9. Exclusão do efeito Doppler em 3 riscas do início, meio e fim do espectro da estrela 2.

Na Fig. 10, vemos o ajuste usado na normalização do espectro da estrela 2. O $\epsilon = 1$ é bem maior que o usado na estrela 1, devido à diferença de magnitude dos fluxos.

Procedendo agora como na secção 3.2, obtemos as seguintes velocidades de rotação:

Método iterativo:	$v \sin I = 4 \text{ km/s}$
Método T. Fourier:	$v \sin I \approx 4.393 \text{ km/s}$

No entanto, por muito que fosse bom obter assim as velocidades corretas, na estrela 2, isto não aparenta ser o caso. Tanto para a risca representada na Fig. 12, como para muitas outras no

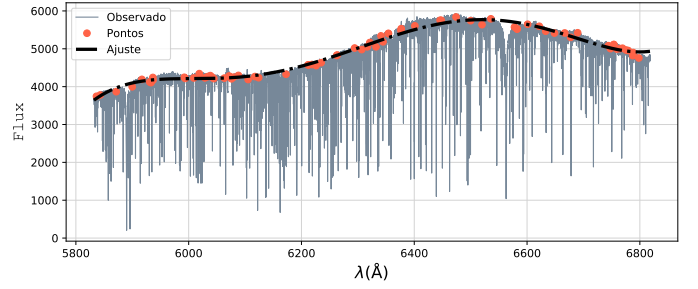


Fig. 10. Ajuste ao contínuo da estrela 2, $\epsilon = 1$.

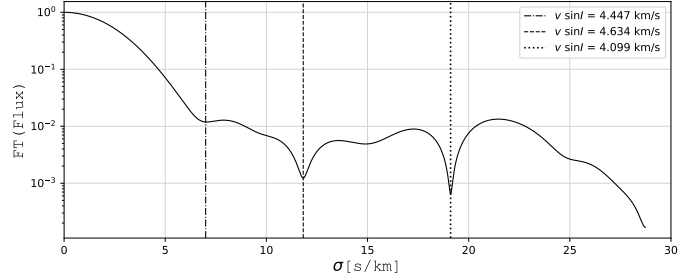


Fig. 11. Transformada de Fourier da risca centrada em $\lambda = 6359\text{Å}$ na estrela 2.

espectro da estrela 2, graficamente a risca simulada mais parecida com a observada é aquela com $v \sin I = 0 \text{ km/s}$.

É curioso ambos os métodos darem resultados numericamente consistentes um com o outro, mas não com o gráfico. Não encontrei uma explicação óbvia para esta disparidade. A minha suposição é que isto esteja relacionado com não ter encontrado uma boa risca para calcular a Transformada de Fourier, com a normalização não ter sido eficaz para aplicar o método iterativo e os resultados serem parecidos por mero acaso.

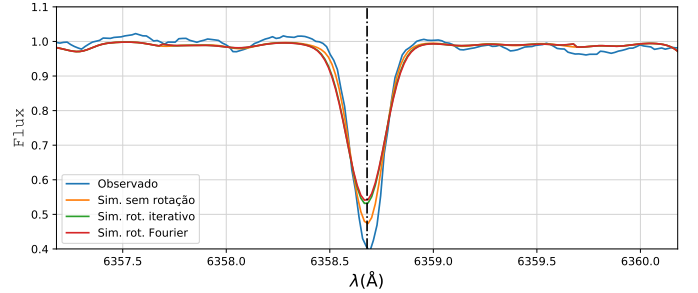


Fig. 12. Risca centrada em $\lambda = 6359\text{Å}$ na estrela 2.

5. Conclusão

1. Conseguimos ver que técnica dos multipletos, se bem aplicada, pode dar bons resultados da temperatura efetiva das estrelas de classe espectral FGKM. Isto é bom dada a simplicidade dessa análise.
2. A determinação dos parâmetros estelares com a lista de espectros sintéticos do projeto AMBRE foi fácil de implementar, não sendo necessário muito tempo computacional nem código em si.
3. A velocidade de rotação foi mais complicada de extrair dos espectros, em grande parte, devido à normalização pouco eficaz. Mesmo assim, podemos dizer com bastante certeza

que ambas as estrelas não giram com velocidade maior que
 $v \sin I = 10 \text{ km/s}$.

6. Gráficos de comparação

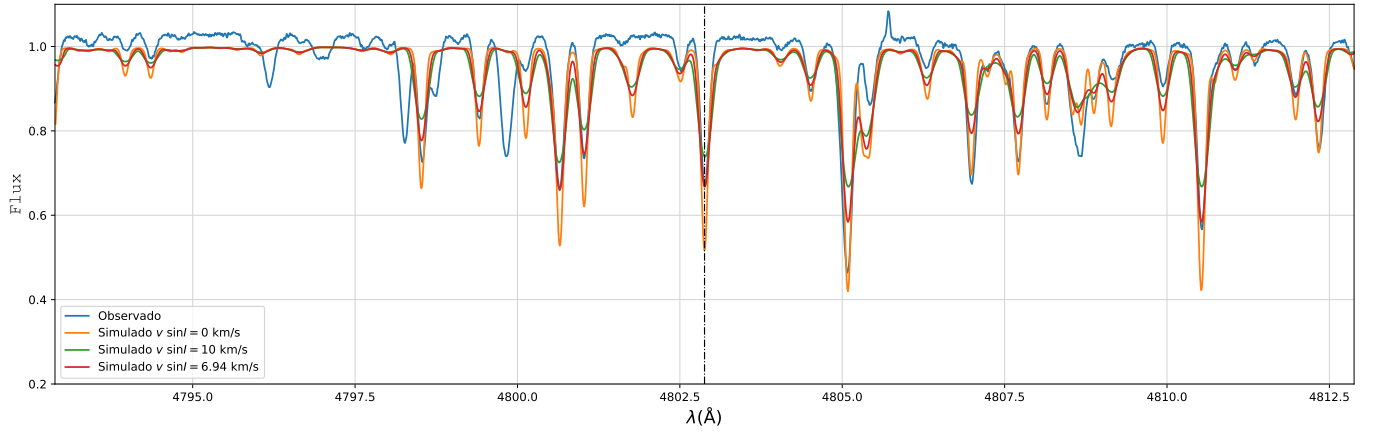


Fig. 13. Big picture da risca centrada em $\lambda = 4803\text{\AA}$ na estrela 1.

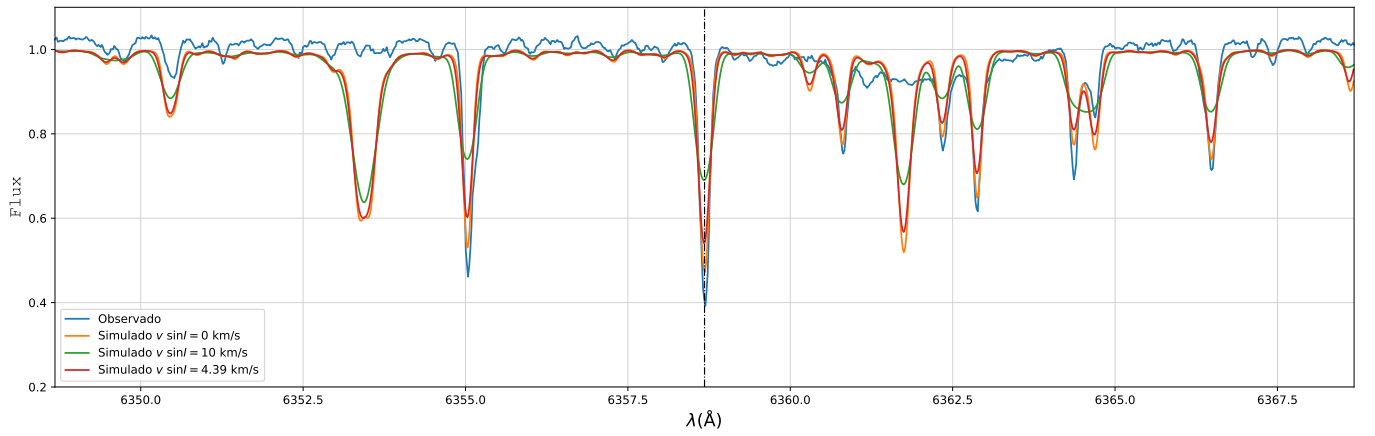


Fig. 14. Big picture da risca centrada em $\lambda = 6359\text{\AA}$ na estrela 2.

References

Gameiro, J. F. 2020, for Aulas de Astronomia Computacional
 Tsantaki, A. 2016, `line_list_tsantaki.dat`