

Simulação de N-corpos em astronomia

Estudo de sistemas circum-binários com múltiplos exoplanetas

M. M. C. D. Carvalho

Departamento de Física e Astronomia (DFA-FCUP), Universidade do Porto, Rua do Campo Alegre, 4169-007 Porto
e-mail: up201604786@fc.up.pt

Received January 13, 2021; Accepted January 13, 2021

ABSTRACT

Context. Análise da estabilidade e propriedades de um sistema circum-binário simulado com base no sistema Kepler-47, no contexto de um trabalho para unidade curricular Astronomia Computacional.

Aims. Este trabalho tem como objetivo demonstrar a eficácia e propriedades do código de N-corpos desenvolvido. Procuram-se também padrões resultantes da variação de condições iniciais, que por si revelam certas propriedades de sistemas circum-binários.

Methods. Utilizando como valores de referência as massas, semi-eixos maiores, excentricidades e períodos observados do sistema circum-binário Kepler-47, simulam-se várias configurações de condições iniciais. O foco principal é um sistema análogo a Kepler-47, com apenas as estrelas, Kepler-47A e Kepler-47B, e o planeta mais distante e cuja órbita é a mais excêntrica, Kepler-47c. Resolvem-se as equações de movimento por adimensionalização e integração numérica direta de termos até 3ª e 2ª ordem nas posições e velocidades respetivamente.

Results. Simulou-se com sucesso o sistema com um planeta, obtendo a sugestão de um padrão de ressonância em escalas seculares.

Key words. Main sequence stars – Polytropic model – Lane-Emden equation – Monte Carlo simulation

1. Introdução

Os sistemas binários em astronomia são pares de estrelas que orbitam um centro de massa. Estes sistemas podem apresentar diversas configurações, incluindo ou não sistemas planetários.

Designados por circum-binários são aqueles que possuem planetas a orbitar o centro de massa em órbitas mais largas do que as das estrelas. Sistemas circum-estelares possuem planetas em órbitas tipo satélite em torno das estrelas individuais. Neste trabalho, interessa-nos o caso anterior, sistemas circum-binários.

Até à deteção do segundo exoplaneta em órbita do sistema Kepler-47, não se pensava ser possível chegar a uma configuração estável em sistemas binários com mais de um planeta. Esta ideia era justificada pelo clima caótico ao qual um quarto corpo, significativamente menos massivo, se teria de adaptar.

Entretanto, foi descoberto o terceiro planeta neste sistema, garantindo a possibilidade de tal configuração.

Assim, pretende-se usar este sistema para determinar, tendo em conta apenas a interação gravitacional, as melhores condições iniciais para simular o sistema durante o maior tempo possível, dado o aumento do erro numérico com o número de iterações da integração das equações de movimento.

2. Implementação

2.1. Integração das eqs. de movimento

De modo a integrar as equações de movimento, desenvolveu-se uma rotina que leva como argumentos:

- m : array 1-D com massas das partículas do sistema,
- r : array em forma de matriz cujas linhas são as coordenadas cartesianas da posição de cada partícula,

- v : array com a mesma forma de r , mas com as velocidades em vez de posições,
- t_f : instante final de integração,
- n : número de passos por ano.

As quantidades características do sistema usadas para criar as variáveis adimensionais são m_r , r_r , v_r , a_r e t_r . As últimas 3 podem ser escritas em termos de m_r e r_r . Assim, apenas temos de escolher estes 2 valores. Como o sistema a simular é relativamente pequeno, usamos a soma das massas e o maior vetor de posição inicial das partículas relativamente ao centro de massa do sistema.

No instante inicial, escrevemos o estado do sistema como um array que resulta da concatenação dos vetores de posição e velocidade de cada partícula, consecutivamente.

Para obter o vetor de posição adimensional x num instante adimensional $u + \delta u$ sendo conhecido $x(u)$, calculam-se os termos da expansão em série de Taylor até 3ª ordem. Atualiza-se o valor em cada instante, durante o intervalo de tempo desejado. Procedemos da mesma forma para as velocidades.

No final, por simplicidade, a rotina devolve uma matriz cujas colunas representam o estado do sistema em cada instante na forma descrita anteriormente para o estado inicial do sistema.

2.2. Demonstração para o caso do sistema solar

Para verificar o funcionamento da rotina de integração das equações de movimento, aplicou-se o programa ao sistema solar, assumindo órbitas circulares dos planetas e da Lua em torno da Terra. Na Fig. 1, vemos o resultado desta simulação.

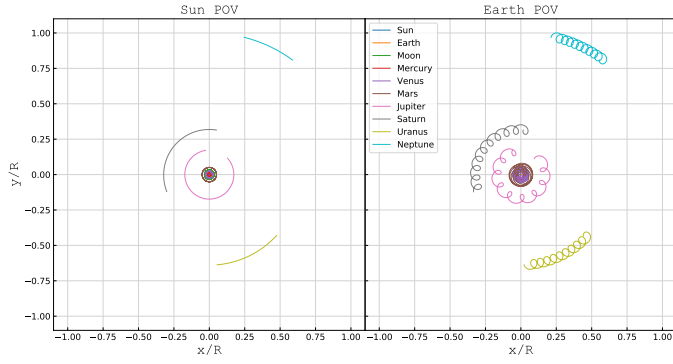


Fig. 1. Simulação dos principais corpos do sistema solar, Sol e planetas, incluindo a Lua.

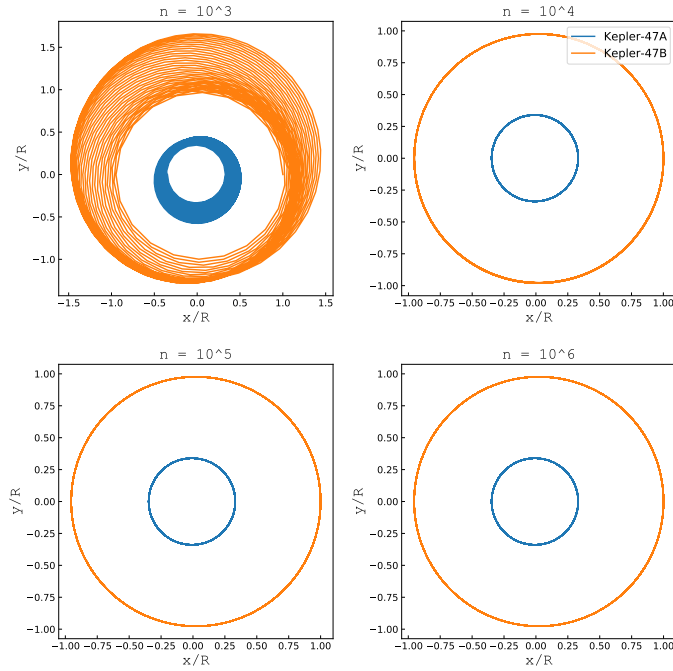


Fig. 2. Simulação do binário de Kepler-47 durante 1 ano.

3. Aplicação ao sistema Kepler-47

3.1. Kepler-47 sem planetas

Passamos agora à escolha do valor de n a usar na integração. A Fig. 2 permite comparar visualmente a evolução do binário do sistema Kepler-47 para diferentes valores de n ao longo de 1 ano. O erro acumulado com $n = 10^3$ é muito maior do que com os outros valores considerados, que graficamente parecem indistinguíveis.

Vemos, então, que 1000 passos por ano não chega para atingir o nível de precisão desejado. Como 10^6 demora bastante tempo, dependendo da simulação, utiliza-se $n \in [10^4, 10^5]$.

Para verificar que esta simulação representa bem o sistema real, tentamos retirar o período que dela resulta a partir da transformada de Fourier das componentes da posição (Fig. 3).

O período obtido nos picos da figura é:

$$f = \frac{1}{T_{FT}} = 1.55271 \times 10^{-6} \text{ Hz}$$

$$\Leftrightarrow T_{FT} \simeq 7.45408163 \text{ dias}$$

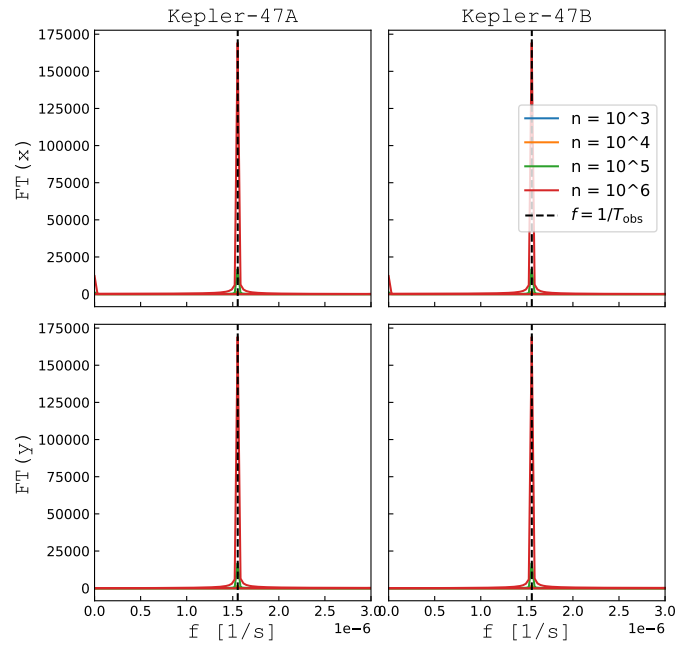


Fig. 3. Transformadas de Fourier das componentes cartesianas x e y das simulações realizadas para diferentes potências de n .

enquanto, o período observado é:

$$T_{\text{obs}} = 7.44837695 \text{ dias}.$$

O erro relativo é, então:

$$\frac{|T_{FT} - T_{\text{obs}}|}{T_{\text{obs}}} \simeq 0.077\%.$$

Este valor de erro é bastante baixo, indicando que os outros corpos no sistema não têm efeito significativo no período das órbitas das estrelas.

3.2. Introdução do planeta Kepler-47c

Kepler-47c é o planeta mais distante do centro de massa do sistema. Por essa razão deverá ser o planeta mais fácil de estabilizar em órbita, já que a gravidade das estrelas, bem como as suas oscilações, será menor em pontos mais distantes das estrelas.

Mesmo tendo isto em conta, é necessário escolher a dedo as condições iniciais da órbita que desejamos. Assim, fez-se uma análise da estabilidade orbital em função do ângulo entre os semi-eixos maiores das trajetórias elípticas de Kepler-47B e Kepler-47c, com Kepler-47A no foco. Nestes cálculos tomou-se o afélio da órbita em torno de Kepler-47A como posição inicial e as velocidades foram calculadas a partir das massas, semi-eixos maiores e excentricidades conhecidas para os 2 corpos.

Para avaliar a estabilidade orbital, decidi usar como critério o intervalo de tempo que a partícula aguenta antes de ser ejetada do sistema. Seria difícil, dadas as limitações computacionais, mantê-la por muito tempo no sistema, por isso consideramos estável qualquer órbita graficamente consistente e que se aguentasse no sistema durante pelo menos 2 anos.

A Fig. 4 mostra o perfil de tempo de ejeção referido, no qual vemos uma zona onde há maior tendência para o planeta ser disparado para fora do sistema mais cedo. Isto acontece no intervalo $\theta \in [100^\circ, 170^\circ]$, aproximadamente.

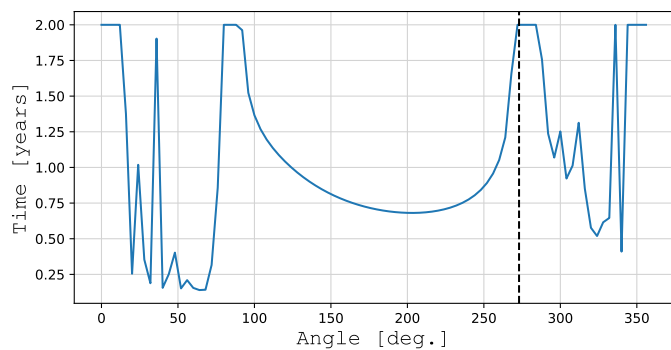


Fig. 4. Tempo que o planeta Kepler-47-c durou no sistema antes de escapar em função do ângulo entre os semi-eixos maiores da sua órbita e da estrela Kepler-47-B.

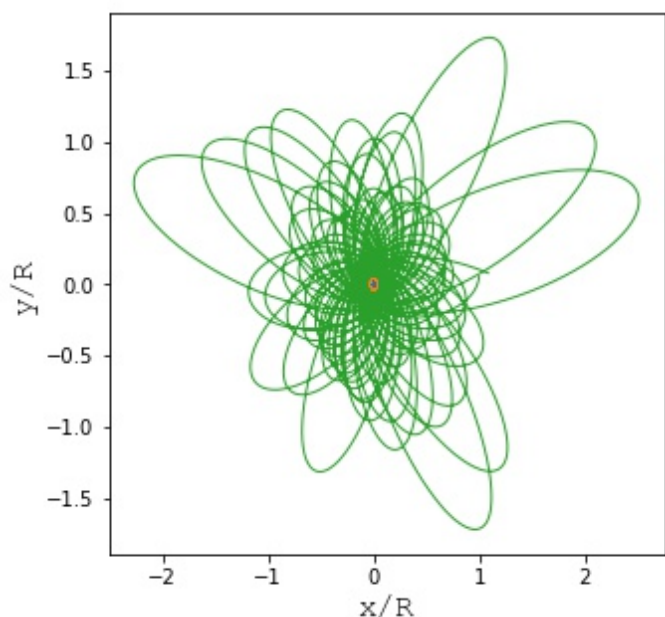


Fig. 5. Evolução de 40 anos de Kepler-47c em órbita do binário de estrelas.

Teoricamente, pela definição do raio característico adotada no programa, a posição inicial de Kepler-47c relativamente ao centro de massa seria usada nesse valor, pelo que deveríamos obter uma elipse que coubesse num espaço de área próxima de 1×1 das coordenadas adimensionais.

Na Fig. 5, usando um ângulo de 30, vemos a evolução ao longo de 40 anos do sistema.

Esta imagem foi algo difícil de obter e, mesmo após algum tempo a seleccionar um ângulo estável, o movimento aparenta ser bastante caótico. Olhando para as componentes individuais da posição ao longo do tempo, demonstradas na Fig. 6, vemos onde se dá início ao que aparenta ser caos, com a órbita a começar a abrir. No entanto, ao fim de algum tempo, parece voltar a uma oscilação mais localizada para voltar a abrir mais tarde. Este padrão não certifica, mas também não exclui a hipótese de isto ser um fenómeno de ressonância no qual a órbita do planeta precisa ao mesmo tempo que expande e contrai radialmente.

A Fig. 7 permite analisar as componentes de oscilação mais prevalentes no sistema. Como podemos ver no gráfico central, o movimento das duas estrelas continua com uma frequência bem definida.

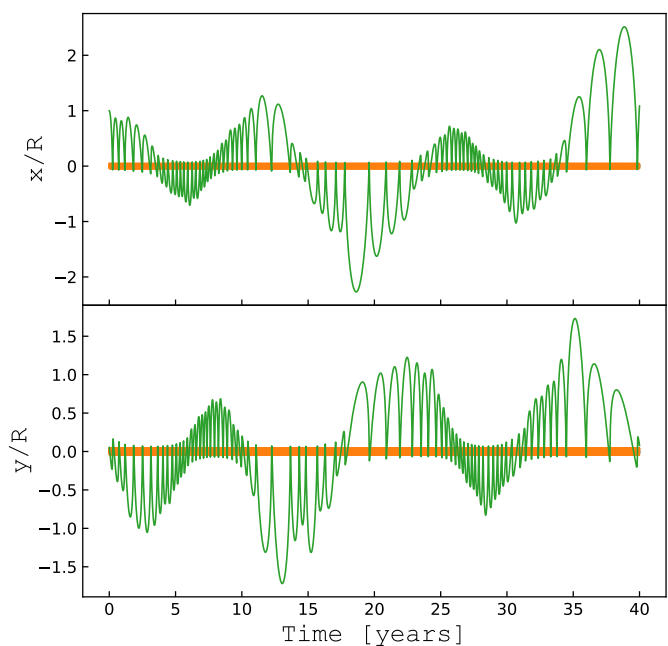


Fig. 6. Componentes cartesianas da evolução de 40 anos de Kepler-47c em órbita do binário de estrelas.

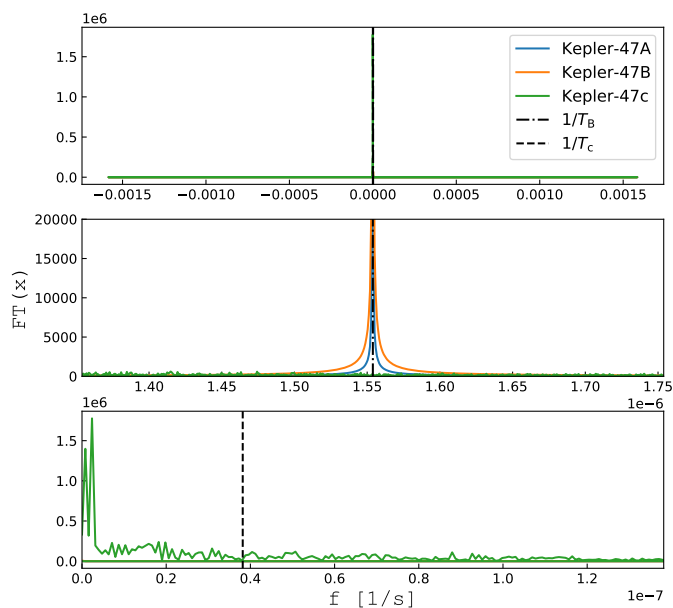


Fig. 7. Frequências associadas à evolução de 40 anos de Kepler-47c em órbita do binário de estrelas.

Caso houvesse um erro numérico significativo a aparecer, podemos suspeitar que ele se revelasse tanto na órbita do planeta, como na oscilação das estrelas, que não é o caso.

Ainda assim, não vemos nenhuma componente significativa da frequência de Kepler-47c associada ao seu período determinado por observação e representado no gráfico inferior da Fig. 7.

3.3. Sistema inteiro

Nesta secção apresenta-se apenas o gráfico da melhor simulação que obtive para o sistema com os 3 planetas, durante um ano.

A Fig. 8, foi obtida variando os ângulos aleatoriamente até definir um conjunto que me agradasse.

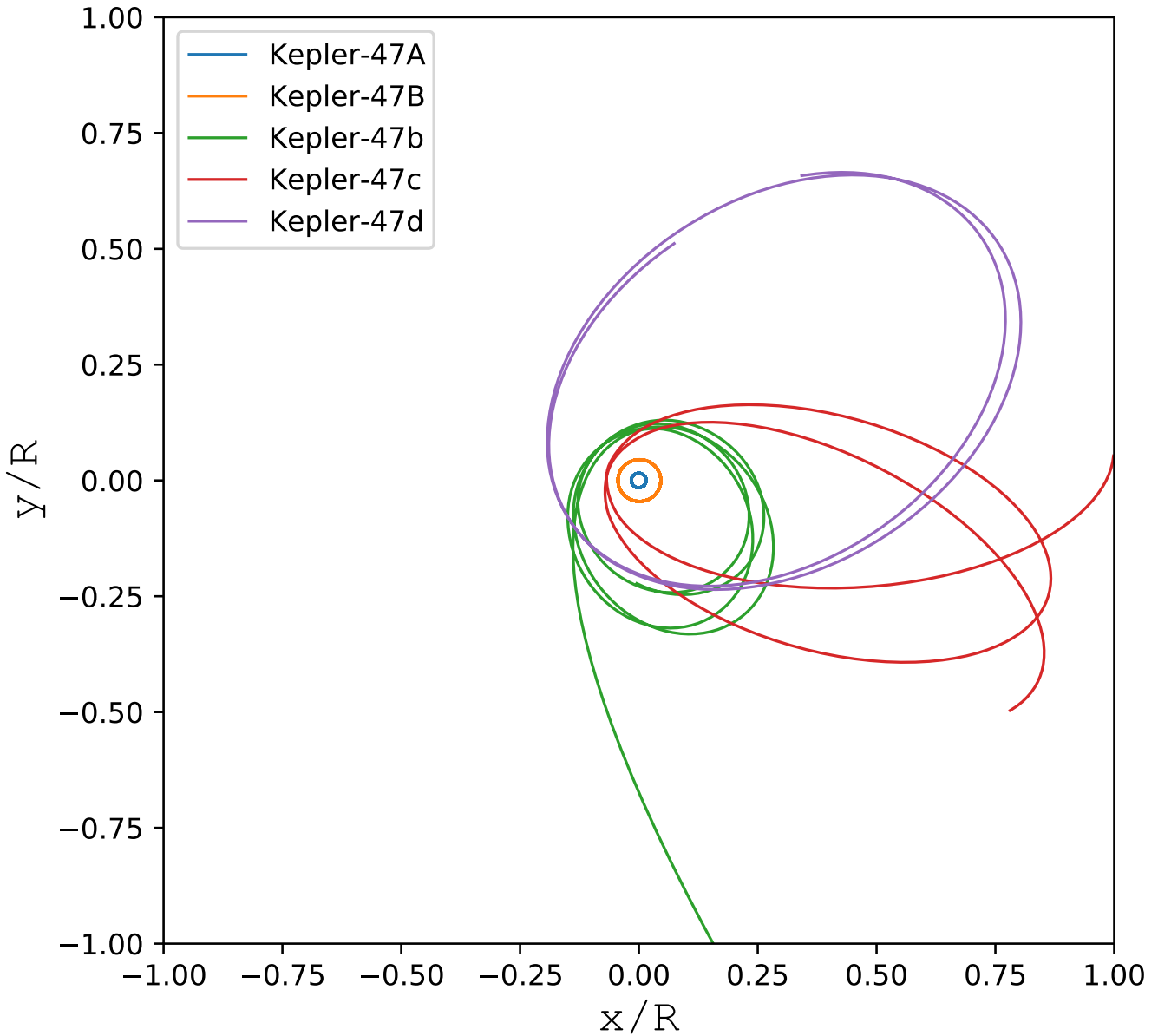


Fig. 8. Evolução de 1 ano dos principais corpos de Kepler-47.

4. Conclusões

Encontrar condições iniciais que satisfaçam um sistema com massas tão comparáveis e criem uma configuração estável é uma tarefa complicada e que, em princípio, requer a consideração de mais fenômenos físicos do que apenas a gravidade Newtoniana, como, por exemplo, forças radiativas e efeitos hidrodinâmicos que podem estar ligados à origem destes sistemas tão complexos.

Conseguiu-se determinar que o efeito de Kepler-47c por si só não é suficiente para causar perturbações significativas, nas órbitas de Kepler-47A e B.

Para confirmar, se o comportamento de ressonância sugerido para Kepler-47c é possível ou não, seria necessário simular o sistema, mais prolongadamente e com maior precisão.

References

Monteiro, M. J. P. F. G. 2020, *Astronomia Computacional* (sebenta)