Univerzita Karlova v Praze

Matematicko-fyzikální fakulta

MATEMATIKA

Martin Brajer

Matematická analýza

bakalářské studium v letech 2009 až 2012

Přednášející:	doc. Mgr. Petr Kaplický, Ph.D.
Studijní program:	Fyzika
Studijní obor:	FOF

Praha 2020

Obsah

Úvod

Přednášející:

- Petr Kaplický, KMA
- kaplicky@karlin.mff.cuni.cz
- www.karlin.mff.cuni.cz

Literatura:

- J. Kopáček: Matematická analýza (nejen) pro fyziky I (II) + příklady
- J. Souček: www.karlin.mff.cuni.cz/soucek
- V. Jarník: Diferenciální počet I
- V. Jarník: Integrální počet I
- W. Rudin: Principles of MA
- I. Černý, M. Rokyta: Differential and integral calculus of one real variable

0.1 Diferenciální počet

Mějme funkci $f(t)$ vyjadřující pozici bodu v čase. Základní úloha:

$$\text{průměrná rychlost:} \quad \frac{f(t)-f(t_0)}{t-t_0} \tag{1}$$

$$\text{okamžitá rychlost:} \quad \lim_{t\to t_0}\frac{f(t)-f(t_0)}{t-t_0} = f'(t_0) \tag{2}$$

0.2 Integrální počet

Plocha pod grafem. Interval $[a,b]$ rozdělme na n částí délky Δ_n v bodech a_n.

$$\begin{aligned}\text{přibližně:} \quad & f(a_0)\Delta_1 + f(a_1)\Delta_2 + ... + f(a_{n-1})\Delta_n = \\ & = S(\Delta) = \sum_{j=1}^{n} f(a_{j-1})\Delta_j \end{aligned} \tag{3}$$

$$\text{přesně:} \quad \lim_{\Delta\to 0} S(\Delta) = \int_a^b f(x)dx \tag{4}$$

1. Kapitola 1: Úvod, základní pojmy

Výrok - má pravdivostní hodnotu 0 nebo 1. Mějme A, B výroky:

A	B	$A \wedge B$ $A\&B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$	$(A \Rightarrow B) \wedge (A \Leftarrow B)$ $A \Leftrightarrow B$	$\neg A$
0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1	0

Obr. 1.1: Tabulka pravdivostních hodnot

Důkaz implikace $A \Rightarrow B$:

1. přímý: ukážeme, že když $A = 1$, pak $B = 1$
2. nepřímý: plyne z $\neg B \Rightarrow \neg A$
3. sporem: předpokládáme, že $A = 1 \wedge B = 0$ a odvodíme spor (např.: $1 = 2$)

Lemma 1. *(tvrzení)* $\forall n \in \mathbb{N} : n^2$ *liché* $\Rightarrow n$ *liché*

Důkaz 1. Fixuj $n \in \mathbb{N}$. Prvočíselný rozklad:

$$n = p_1^{\alpha_1} \cdot \ldots \cdot p_k^{\alpha_k} \tag{1.1}$$

$$n^2 = p_1^{2\alpha_1} \cdot \ldots \cdot p_k^{2\alpha_k} \tag{1.2}$$

QED