Fecha de entrega: 30 de agosto del 2018.

1. ¿Cuál es la diferencia entre inducción y recursión?
2. Los números naturales se definen de forma recursiva como sigue:

$$\mathbb{N} = \begin{cases} 0 \in \mathbb{N} \\ \\ \text{Si } n \in \mathbb{N} \quad \text{entonces} \quad S\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

   De esta manera:

$$\begin{gathered} 0 = 0 \\ 1 = S\ 0 \\ 2 = S\ (S\ 0) \\ \vdots \end{gathered}$$

   La suma de números naturales se define recursivamente como sigue:

$$\begin{aligned} &+ : \mathbb{N} \to \mathbb{N} \to \mathbb{N} \\ &0 + n = n \\ &(S\ n) + m = S\ (n + m) \end{aligned}$$

   Demuestra por inducción lo siguiente:

   - $\forall n \in \mathbb{N}, n + 0 = n$
   - $\forall n \in \mathbb{N}, S\ n = n + 1$
   - $\forall n_1, n_2, n_3 \in \mathbb{N}, n_1 + (n_2 + n_3) = (n_1 + n_2) + n_3$
3. Define recursivamente el producto de números naturales $* : \mathbb{N} \to \mathbb{N} \to \mathbb{N}$.
4. Utilizando el inciso anterior, demuestra lo siguiente:
   - $\forall n \in \mathbb{N}, n * 0 = 0 * n = 0$
   - $\forall n \in \mathbb{N}, n * 1 = 1 * n = n$
   - $\forall n_1, n_2, n_3 \in \mathbb{N}, n_1 * (n_2 + n_3) = n_1 * n_2 + n_1 * n_3$
5. Las listas de tipo A se definen como sigue:

$$\text{List}_A = \begin{cases} \textit{nil} \in \text{List}_A \\ \\ \text{Si } x \in A \text{ y } \ell \in \text{List}_A \quad \text{entonces} \quad (x : \ell) \in \text{List}_A \end{cases}$$

   La función que calcula la longitud de una lista se define como sigue:

$$\begin{aligned} &\textit{length} : \text{List}_A \to \mathbb{N} \\ &\textit{length}\ \textit{nil} = 0 \\ &\textit{length}\ (x : \ell) = 1 + \textit{length}\ \ell \end{aligned}$$

   La función que concatena dos listas se define como sigue:

$$\begin{aligned} &\text{++} : \text{List}_A \to \text{List}_A \to \text{List}_A \\ &\textit{nil}\text{++}\ell_2 = \ell_2 \\ &(x : \ell_1)\text{++}\ell_2 = x : (\ell_1\text{++}\ell_2) \end{aligned}$$

6. Enuncia el principio de inducción para listas.
7. Demuestra lo siguiente:

- $\forall \ell \in \mathrm{List}_A, \ell\text{++}\mathit{nil} = \ell$
- $\forall \ell_1, \ell_2 \in \mathrm{List}_A, \mathit{length}(\ell_1\text{++}\ell_2) = (\mathit{length}\ \ell_1) + (\mathit{length}\ \ell_2)$

8. Entrega un resumen de tres cuartillas del artículo “Bergin, T. J. T. (2007). *A history of the history of programming languages*. Communications of the ACM, 50(5), 69-74”.