

Vypracoval(a): Martin Vavrušák

UČO: 325408

Skupina: 14

1. [2 body] Zadaný NFA s ε -kroky převed'te na ekvivalentní NFA bez ε -kroků.

$$\begin{aligned} D_\varepsilon(1) &= \{1, 5\} \\ D_\varepsilon(2) &= \{2, 3\} \\ D_\varepsilon(3) &= \{3\} \\ D_\varepsilon(4) &= \{4\} \\ D_\varepsilon(5) &= \{1, 3, 5, 6\} \end{aligned}$$

	a	b	c	ε
$\rightarrow 1$	\emptyset	$\{3\}$	$\{1\}$	$\{5\}$
$\leftarrow 2$	$\{6\}$	$\{3, 4\}$	$\{2, 6\}$	$\{3\}$
3	\emptyset	$\{2\}$	$\{3\}$	\emptyset
4	$\{3, 4\}$	$\{6\}$	$\{2, 3, 4\}$	\emptyset
$\leftarrow 5$	$\{3\}$	\emptyset	\emptyset	$\{1\}$
$\leftarrow 6$	\emptyset	\emptyset	$\{3, 6\}$	$\{3, 5\}$

$$\delta(1, a) : D_\varepsilon(1) = \{1, 5\} : \delta\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 5 \end{smallmatrix}, a\right) = \{3\} : D_\varepsilon(3) = \{3\}$$

$$\delta(2, a) : D_\varepsilon(2) = \{2, 3\} : \delta\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \end{smallmatrix}, a\right) = \{6\} : D_\varepsilon\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \\ 6 \end{smallmatrix}\right) = D_\varepsilon(1) \cup D_\varepsilon(3) \cup D_\varepsilon(5) \cup D_\varepsilon(6) = \{1, 3, 5, 6\}$$

$$\delta(1, b) : D_\varepsilon(1) = \{1, 5\} : \delta\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 5 \end{smallmatrix}, b\right) = \{3\} : D_\varepsilon(3) = \{3\}$$

$$\delta(1, c) : D_\varepsilon(1) = \{1, 5\} : \delta\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 5 \end{smallmatrix}, c\right) = \{1\} : D_\varepsilon(1) = \{1, 5\} \quad \delta(2, b) : D_\varepsilon(2) = \{2, 3\} : \delta\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \end{smallmatrix}, b\right) = \{2, 3, 4\} : D_\varepsilon\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{smallmatrix}\right) = D_\varepsilon(2) \cup D_\varepsilon(3) \cup D_\varepsilon(4) = \{2, 3, 4\}$$

$$\delta(3, a) : D_\varepsilon(3) = \{3\} : \delta(3, a) = \emptyset$$

$$\delta(3, b) : D_\varepsilon(3) = \{3\} : \delta(3, b) = \{2\} : D_\varepsilon(2) = \{2, 3\} \quad \delta(2, c) : D_\varepsilon(2) = \{2, 3\} : \delta\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \end{smallmatrix}, c\right) = \{2, 3, 6\} : D_\varepsilon\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{smallmatrix}\right) = D_\varepsilon(2) \cup D_\varepsilon(3) \cup D_\varepsilon(6) = \{1, 2, 3, 5, 6\}$$

$$\delta(3, c) : D_\varepsilon(3) = \{3\} : \delta(3, c) = \{3\} : D_\varepsilon(3) = \{3\}$$

$$\delta(4, a) : D_\varepsilon(4) = \{4\} : \delta(4, a) = \{3, 4\} : D_\varepsilon\left(\begin{smallmatrix} 3 \\ 4 \end{smallmatrix}\right) = \dots = \{3, 4\}$$

$$\delta(5, a) : D_\varepsilon(5) = \{1, 5\} : \delta\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 5 \end{smallmatrix}, a\right) = \{3\} : D_\varepsilon(3) = \{3\}$$

$$\delta(4, b) : D_\varepsilon(4) = \{4\} : \delta(4, b) = \{6\} : D_\varepsilon(6) = \{1, 3, 5, 6\}$$

$$\delta(5, b) : D_\varepsilon(5) = \{1, 5\} : \delta\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 5 \end{smallmatrix}, b\right) = \{3\} : D_\varepsilon(3) = \{3\}$$

$$\delta(4, c) : D_\varepsilon(4) = \{4\} : \delta(4, c) = \{2, 3, 4\} : D_\varepsilon\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{smallmatrix}\right) = \dots = \{2, 3, 4\}$$

$$\delta(5, c) : D_\varepsilon(5) = \{1, 5\} : \delta\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 5 \end{smallmatrix}, c\right) = \{1\} : D_\varepsilon(1) = \{1, 5\}$$

$$\delta(6, a) : D_\varepsilon(6) = \{1, 3, 5, 6\} : \delta\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \\ 6 \end{smallmatrix}, a\right) = \{3\} : D_\varepsilon(3) = \{3\}$$

$$\delta(6, b) : D_\varepsilon(6) = \{1, 3, 5, 6\} : \delta\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \\ 6 \end{smallmatrix}, b\right) = \{2, 3\} : D_\varepsilon\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \end{smallmatrix}\right) = \dots = \{2, 3\}$$

$$\delta(6, c) : D_\varepsilon(6) = \{1, 3, 5, 6\} : \delta\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \\ 6 \end{smallmatrix}, c\right) = \{1, 3, 6\} : D_\varepsilon\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{smallmatrix}\right) = \dots = \{1, 3, 5, 6\}$$

	a	b	c
$\rightarrow 1$	$\{3\}$	$\{3\}$	$\{1, 5\}$
$\leftarrow 2$	$\{1, 3, 5, 6\}$	$\{2, 3, 4\}$	$\{1, 2, 3, 5, 6\}$
3	\emptyset	$\{2, 3\}$	$\{3\}$
4	$\{3, 4\}$	$\{1, 3, 5, 6\}$	$\{2, 3, 4\}$
$\leftarrow 5$	$\{3\}$	$\{3\}$	$\{1, 5\}$
$\leftarrow 6$	$\{3\}$	$\{2, 3\}$	$\{1, 3, 5, 6\}$

Vypracoval(a): Martin Vavrušák

UČO: 325408

Skupina: 14

2. [2 body] Rozhodněte, zda pro všechny jazyky L, R platí následující implikace. Svá rozhodnutí zdůvodněte.

(a) L a $L.R$ jsou regulární $\implies R$ je regulární

(b) L i $L \setminus R$ jsou regulární a $R \subseteq L \implies R$ je regulární

a) Mějme jazyky:

$L = \{a, b\}^*$	- je regulární
$R = \{a^n b^n \mid n > 0\}$	- není regulární
$L.R = \{a, b\}^*$	- je regulární

Tedy zjevně neplatí že:

L i $L.R$ regulární $\implies R$ regulární pro všechny L, R

b)

L je regulární

$L \setminus R$ je regulární

$R \subseteq L$

Protože $R \subseteq L$ pak $\text{co-}R = L \setminus R \Leftrightarrow L \setminus \text{co-}R = R$

(R je podmnožinou L a doplněk R je tedy $L \setminus R$)

Protože $L \setminus R$ je regulární, pak i $\text{co-}R$ je regulární. (z rovnosti)

Tedy $L \setminus \text{co-}R = R$. L i $\text{co-}R$ jsou regulární, potom z uzávěrových vlastností i R musí být regulární.