Martin Zelek
Robert Knop
gr 2

Zadanie 1.14
równanie:

$$693x^6 - 945x^4 + 315x^2 - 15 = 0$$

zadanie:
-Narysować wykres funkcji i wskazać miejsca zerowe
-Napisać program realizujący metodę siecznych dla powyższego zadania. Uruchamiać program dla różnych punktów starowych metody
-Napisać program realizujący metodę bisekcji dla powyższego zadania. Uruchamiać program dla różnych przedziałów
-Dla zadanej przez użytkownika dokładności porównywać wyniki metod. Użytkownik wprowadza punkty startowe metody i przedział.

Metoda bisekcji – jest to jedna z metod rozwiązywania równań nieliniowych oparta na twierdzeniu Bolzano – Cauchy'ego („Jeżeli funkcja ciągła f(x) ma na końcach przedziału domkniętego wartości różnych znaków, to wewnątrz tego przedziału, istnieje co najmniej jeden pierwiastek równania f(x) = 0”). Warunkiem stosowania metody jest że funkcja musi być ciągla w przedziale domkniętym [a;b] oraz przyjmować różne znaki na końcach przedziału ($f(a)\cdot f(b) < 0$)
Działanie algorytmu:

- Obliczamy wartość funkcji na na obu końcach przedziału
- Dzielimy przedział na połowy i obliczamy wartość f(x1)
- Jeżeli powyzsza wartość jest równa zero to kończymy, jak nie to mając już dwa przedziały wybieramy ten w którym skrajne liczby mają różne znaki, dzielimy owy przedział na połowe i wyliczamy wartość funkcji
- Algorytm jest kontynuowany aż do osiągnięcia żądanej dokładności przybliżenia pierwiastka

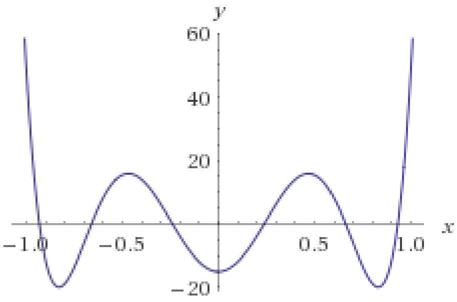
Metoda siecznych – jest to metoda numeryczna służąca do rowiązywania równań nieliniowych. Polega na przyjęcia że funkcja aa dostatecznie małym odcinku <a,b> zmienia się w sposób liniowy. Wtedy na tym odcinku można krzywą y = f(x) zastąpić sieczną, a za przybliżoną wartośc pierwiastka przyją punkt przecięcia siecznej z osią OX.
Wzór na metode siecznych:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)(x_k - x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})}, \quad k \geq 1.$$

2. **Przykładowe rozwiązanie**

Wykres :

Plots:



$x \approx -0.23862$

$x \approx 0.23862$

$x \approx -0.66121$

$x \approx 0.66121$

$x \approx -0.93247$

Miejsca zerowe:

Przykład rozwiązany metodą bisekcji:

(1) $x_1 = 0$ $x_2 = 0.5$ dokładność 0.1

$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = 0.25$

$y = F(0.25) = 1.165$

$y_1 = F(0) = -15$

$y \cdot y_1 < 0 \Rightarrow x_2 = x = 0.25$

(2) $x_1 = 0$ $x_2 = 0.25$

$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0 + 0.25}{2} = 0.125$

$y = F(0.125) = -10.306$

$y_1 = F(0) = -15 > 0 \Rightarrow x_1 = 0.125$

(3) $x_1 = 0.125$ $x_2 = 0.25$

$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0.25 + 0.125}{2} = 0.1875$

$y = F(0.1875) = -5.06$

$y_1 = F(0.125) = -10.306 > 0 \Rightarrow x_1 = 0.1875$

(4) $x_1 = 0.1875$ $x_2 = 0.25$

$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0.1875 + 0.25}{2} = 0.21875$

$y = F(0.21875) = -2.014$

$y_1 = F(0.1875) = -5.06 > 0 \Rightarrow x_1 = 0.21875$

(5) $x_1 = 0.21875$ $x_2 = 0.25$

$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = 0.234375$

$y = F(0.234375) = -0.483$

$y_1 = F(0.21875) = -2.014 > 0 \Rightarrow x_1 = 0.234375$

(6) $x_1 = 0.234375$ $x_2 = 0.25$

$x = 0.2421875$

$y = F(0.2421875) = 0.3649$

$y_1 = F(0.234375) = -2.04 < 0 \Rightarrow x_2 = 0.2421875$

(7) $x_1 = 0.234375$ $x_2 = 0.2421875$

$x = 0.23828125$

$y = F(0.23828175) = -0.03$

Przykład rozwiązany metodą siecznych:

$x_A = 0 \qquad x_B = 0,5 \qquad$ dokładność 0,1

$f(x_A) = -15$

$f(x_B) = 48$

$x_0 = x_A - f(x_A) \times (x_B - x_A) / (f(x_B) - f(x_A))$

$x_0 = 0 + 15 \times 0,5 / 63 = 0.23809$

$F(0.23809) = \underline{-0.054}$