

Martin Zelek
Robert Knop
gr 2

Zadanie 1.14
równanie:

$$693x^6 - 945x^4 + 315x^2 - 15 = 0$$

zadanie:

- Narysować wykres funkcji i wskazać miejsca zerowe
- Napisać program realizujący metodę siecznych dla powyższego zadania. Uruchamiać program dla różnych punktów startowych metody
- Napisać program realizujący metodę bisekcji dla powyższego zadania. Uruchamiać program dla różnych przedziałów
- Dla zadanej przez użytkownika dokładności porównywać wyniki metod. Użytkownik wprowadza punkty startowe metody i przedział.

Metoda bisekcji – jest to jedna z metod rozwiązywania równań nieliniowych oparta na twierdzeniu Bolzano – Cauchy'ego („Jeżeli funkcja ciągła $f(x)$ ma na końcach przedziału domkniętego wartości różnych znaków, to wewnątrz tego przedziału, istnieje co najmniej jeden pierwiastek równania $f(x) = 0$ ”). Warunkiem stosowania metody jest że funkcja musi być ciągła w przedziale domkniętym $[a;b]$ oraz przyjmować różne znaki na końcach przedziału ($f(a) \cdot f(b) < 0$)
Działanie algorytmu:

- Obliczamy wartość funkcji na obu końcach przedziału
- Dzielimy przedział na połowy i obliczamy wartość $f(x_1)$
- Jeżeli powyższa wartość jest równa zero to kończymy, jak nie to mając już dwa przedziały wybieramy ten w którym skrajne liczby mają różne znaki, dzielimy owy przedział na połowe i wyliczamy wartość funkcji
- Algorytm jest kontynuowany aż do osiągnięcia żądanej dokładności przybliżenia pierwiastka

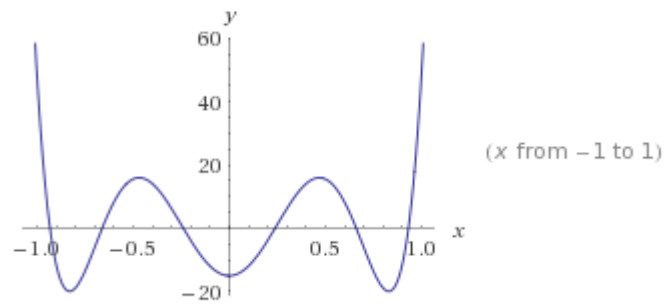
Metoda siecznych – jest to metoda numeryczna służąca do rozwiązywania równań nieliniowych. Polega na przyjęciu że funkcja na dostatecznie małym odcinku $\langle a,b \rangle$ zmienia się w sposób liniowy. Wtedy na tym odcinku można krzywą $y = f(x)$ zastąpić sieczną, a za przybliżoną wartość pierwiastka przyjąć punkt przecięcia siecznej z osią OX.
Wzór na metode siecznych:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)(x_k - x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})}, \quad k \geq 1.$$

2. Przykładowe rozwiązanie

Wykres :

Plots:



$$x \approx -0.23862$$

$$x \approx 0.23862$$

$$x \approx -0.66121$$

$$x \approx 0.66121$$

$$x \approx -0.93247$$

Miejsca zerowe:

Przykład rozwiązania metodą bisekcji:

① $x_1 = 0$ $x_2 = 0.5$ dzielnik 0.1

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = 0.25$$

$$y = f(0.25) = 1.165$$

$$y_1 = f(0) = -15$$

$$y \cdot y_1 < 0 \Rightarrow x_2 = x = 0.25$$

② $x_1 = 0$ $x_2 = 0.25$

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0 + 0.25}{2} = 0.125$$

$$y = f(0.125) = -10.306$$

$$y_1 = f(0) = -15 > 0 \Rightarrow x_1 = 0.125$$

③ $x_1 = 0.125$ $x_2 = 0.25$

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0.125 + 0.25}{2} = 0.1875$$

$$y = f(0.1875) = -5.06$$

$$y_1 = f(0.125) = -10.306 > 0 \Rightarrow x_1 = 0.1875$$

④ $x_1 = 0.1875$ $x_2 = 0.25$

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0.1875 + 0.25}{2} = 0.21875$$

$$y = f(0.21875) = -2.014$$

$$y_1 = f(0.1875) = -5.06 > 0 \Rightarrow x_1 = 0.21875$$

⑤ $x_1 = 0.21275$ $x_2 = 0.25$
 $x = \frac{x_1 + x_2}{2} = 0.234375$
 $y = F(0.234375) = -0.433$
 $y_1 = F(0.21275) = -2.04 > 0 \Rightarrow x_1 = 0.234375$

⑥ $x_1 = 0.234375$ $x_2 = 0.25$
 $x = 0.2421875$
 $y = F(0.2421875) = 0.3649$
 $y_1 = F(0.234375) = -2.04 < 0 \Rightarrow x_2 = 0.2421875$

⑦ $x_1 = 0.234375$ $x_2 = 0.2421875$
 $x = 0.23828125$
 $y = F(0.23828125) = -0.03$

Przykład rozwiązany metodą siecznych:

$x_A = 0$ $x_B = 0.5$ dokładność = 0.01

$f(x_A) = -15$
 $f(x_B) = 15.515625$

$$x_m = \frac{(x_A \cdot f(x_B) - x_B \cdot f(x_A))}{f(x_B) - f(x_A)} = \frac{0 \cdot 15.515625 - 0.5 \cdot (-15)}{15.515625 + 15}$$

$$= \frac{7.5}{30.515625} = 0.24577$$

```
double pA;
double pB;
double epsilon;
double srodek;
```

```
printf("Metoda bisekcji\n");
printf("Podaj dolna granice przedzialu\n");
scanf("%lf", &pA);
printf("Podaj gorna granice przedzialu\n");
scanf("%lf", &pB);
```

```

printf("Podaj dokladnosc\n");
scanf("%lf", &epsilon);
int LOB = 0;

while( (fabs(pB-pA))>epsilon )
{
    LOB++;
    srodek=(pA+pB)/2;
    printf("%lf\n", srodek);

    if( (funkcja(pA)*funkcja(srodek))<0 )
    {
        pB=srodek;
    }
    else if( (funkcja(pB)*funkcja(srodek))<0 )
    {
        pA=srodek;
    }
}
printf("%lf\n", (pA+pB)/2);
printf("Ilosc iteracji przy metodzie bisekcji: %d\n", LOB);

printf("Metoda siecznych\n");
double Z=0.238619186083;
double xm2;
double xm1;
double xn;
int LOS = 0;

printf("Podaj pierwsza wartosc poczatkowa\n");
scanf("%lf", &xm2);
printf("Podaj druga wartosc poczatkowa\n");
scanf("%lf", &xm1);

do
{
    xn=( xm2*funkcja(xm1)-xm1*funkcja(xm2) )/ ( funkcja(xm1)-funkcja(xm2) );
    xm2=xm1;
    xm1=xn;
    printf("%lf\n", xn);
    LOS++;
}
while(fabs(xn-Z)>epsilon);
printf("Ilosc iteracji przy metodzie siecznych: %d\n", LOS);

return 0;
}

```

```
C:\D:\Studia\BisekcjaSieczne.exe
0
Podaj gorna granice przedzialu
0.5
Podaj dokladnosc
0.0001
0.250000
0.125000
0.187500
0.218750
0.234375
0.242188
0.238281
0.240234
0.239258
0.238770
0.238525
0.238647
0.238586
0.238617
Ilosc iteracji przy metodzie bisekcji: 13
0.237864
0.238750
0.238619
Ilosc iteracji przy metodzie siecznych: 3
-----
Process exited after 14.92 seconds with return value 0
```