

JIHOČESKÁ UNIVERZITA V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH

PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA



FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM IV

Úloha: Comptonův rozptyl

Datum: 11.10.2023

Provedl(a): Jitka Vysloužilová

Obor: Biofyzika

Hodnocení:

1 Úkoly

- Ukažte, jak se mění energie gama záření v závislosti na úhlu rozptylu.
- Vykreslete graf převrácených hodnot energií $\frac{1}{E'}$ jako funkce $(1 - \cos \vartheta)$.
- Určete původní energii gama záření E a klidovou hmotnost elektronu m_0 . Srovnajte výsledky se známými hodnotami.

2 Seznam pomůcek

Zdroj gama záření LABKIT-SR-Cs137, detektor Osprey, počítač s programem ProSpect, Radiagem 2000, podložka s úhloměrem, ocelový kůl

3 Teorie

Albert Einstein popsal fotoelektrický jev pomocí předpokladu, že kvantum elektromagnetického záření se může chovat jako částice. Tento předpoklad byl poprvé potvrzen americkým fyzikem Arthurem Comptonem v roce 1922 [1].

Compton nechal paprsky rentgenového záření o známé vlnové délce dopadat na uhlíkový terč. Následně měřil vlnové délky a intenzity rozptýlených paprsků pod různými úhly. Rozptýlené paprsky vykazovaly dva výrazné peaky v intenzitě. Jeden v oblasti původní vlnové délky λ a druhý posunutý do hodnoty λ' [2].

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda \quad (1)$$

Rozdíl $\Delta\lambda$ definovaný v rovnici 1 nazýváme Comptonův posuv. Jeho hodnota je závislá na úhlu, pod kterým záření dopadá na terčík [2].

Matematicky lze tento jev popsat vztahem

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \vartheta), \quad (2)$$

kde h je Planckova konstanta, m_0 je hmotnost elektronu a ϑ je úhel rozptylu.

Nabízí se otázka, proč se v měřeních rozptýlených paprsků stále objevuje peak v oblasti vlnové délky dopadajícího záření. Pokud bychom uvažovali rozptyl fotonu na volném elektronu, dojde ke ztrátě energie a tím pádem k poklesu vlnové délky. Ovšem v terčíku jsou některé elektrony pevně navázány, a proto nedochází k tomuto posunu vlnové délky [3].

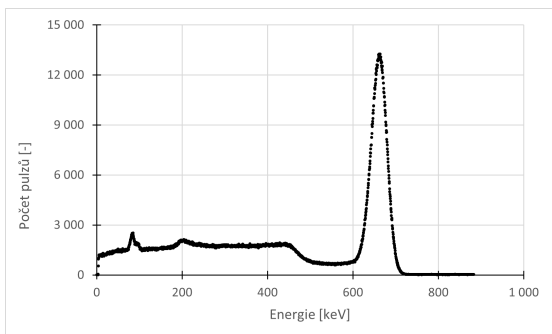
4 Postup měření

- Radiagram 2000 byl zapnut a umístěn na levý okraj stolu tak, aby zaznamenával největší ionizující záření.
- Do středu úhlooměru na podložce byl umístěn ocelový kůl.
- Na podložku s úhloměrem byl do polohy 0° umístěn detektor Osprey.
- Detektor byl propojen s počítačem a připojen k softwaru ProSpect.
- Multikanálový analyzátor byl nastaven podle pokynů poskytnutých vedoucím praktika.
- Na podložku do polohy 180° byl umístěn zdroj záření.
- Ze zdroje byl odejmut bezpečnostní uzávěr a detektorem bylo snímáno záření po dobu 10 minut.
- Po skončení měření byl zdroj překryt bezpečnostním uzávěrem.
- Výsledný graf byl přeskálován podle známých hodnot energetických hladin.
- Naměřené hodnoty byly uloženy do souboru.

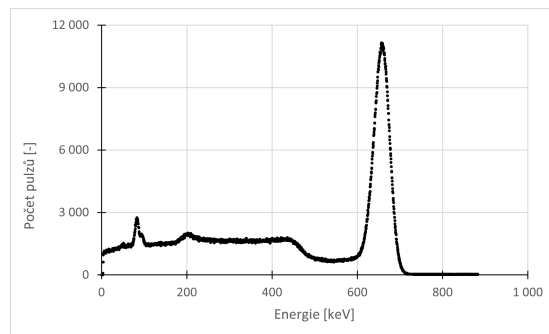
11. Detektor byl posunut o 10° a měření bylo zopakováno.
12. Měření bylo opakováno vždy s posunem o 10° až do hodnoty 90°

5 Naměřené hodnoty

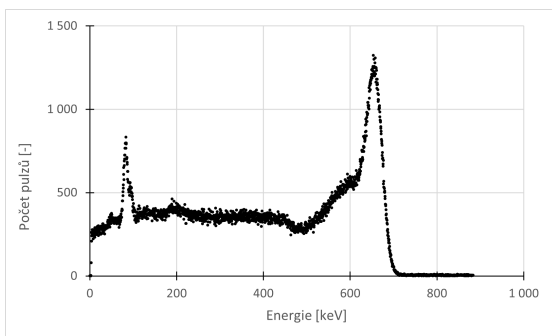
Naměřené hodnoty byly vyneseny do grafů.



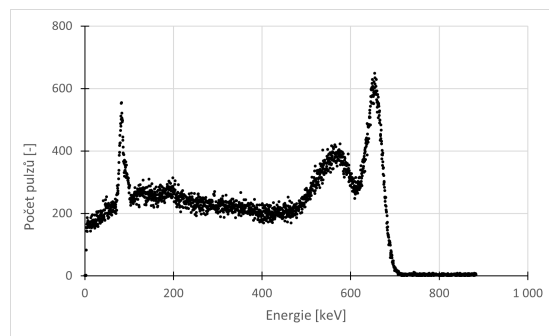
Graf 1: Závislost počtu detekovaných gama kvant na energii pro úhel $\vartheta = 0^\circ$



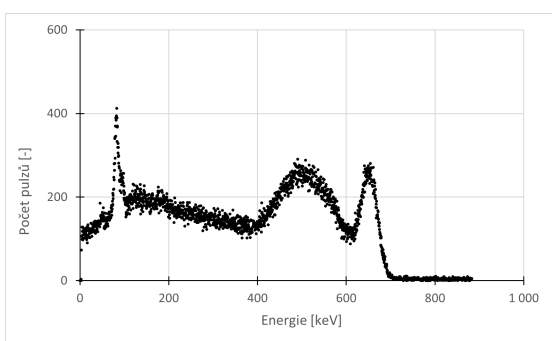
Graf 2: Závislost počtu detekovaných gama kvant na energii pro úhel $\vartheta = 10^\circ$



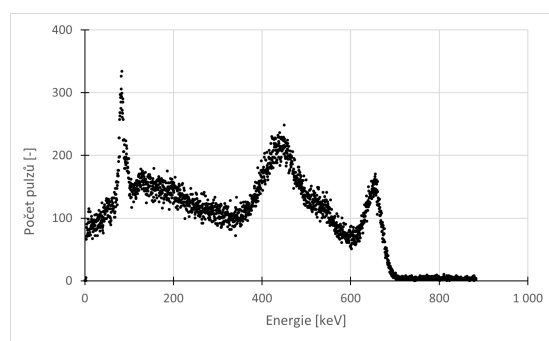
Graf 3: Závislost počtu detekovaných gama kvant na energii pro úhel $\vartheta = 20^\circ$



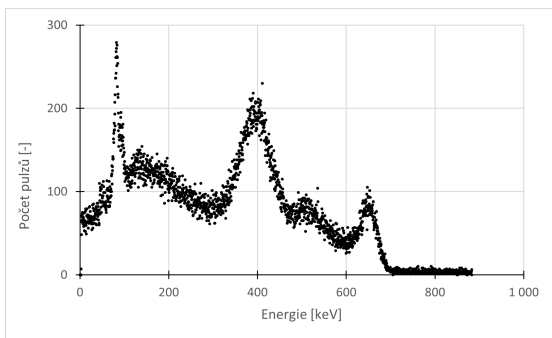
Graf 4: Závislost počtu detekovaných gama kvant na energii pro úhel $\vartheta = 30^\circ$



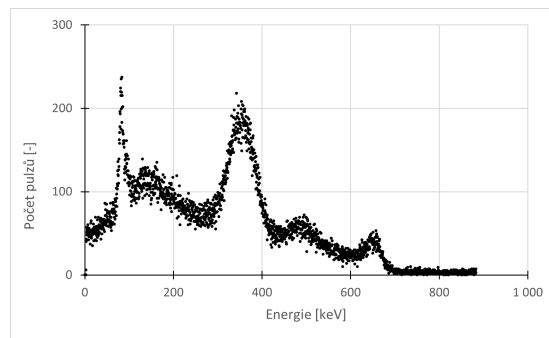
Graf 5: Závislost počtu detekovaných gama kvant na energii pro úhel $\vartheta = 40^\circ$



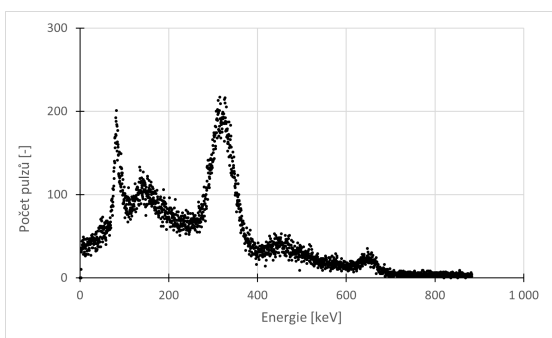
Graf 6: Závislost počtu detekovaných gama kvant na energii pro úhel $\vartheta = 50^\circ$



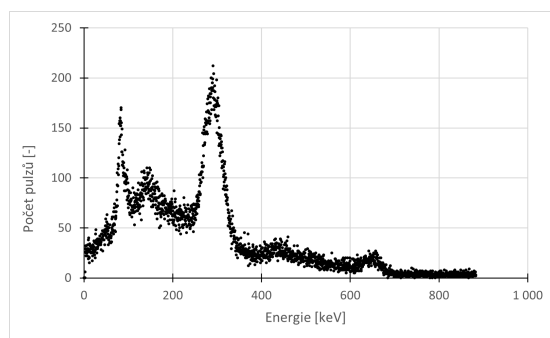
Graf 7: Závislost počtu detekovaných gama kvant na energii pro úhel $\vartheta = 60^\circ$



Graf 8: Závislost počtu detekovaných gama kvant na energii pro úhel $\vartheta = 70^\circ$



Graf 9: Závislost počtu detekovaných gama kvant na energii pro úhel $\vartheta = 80^\circ$



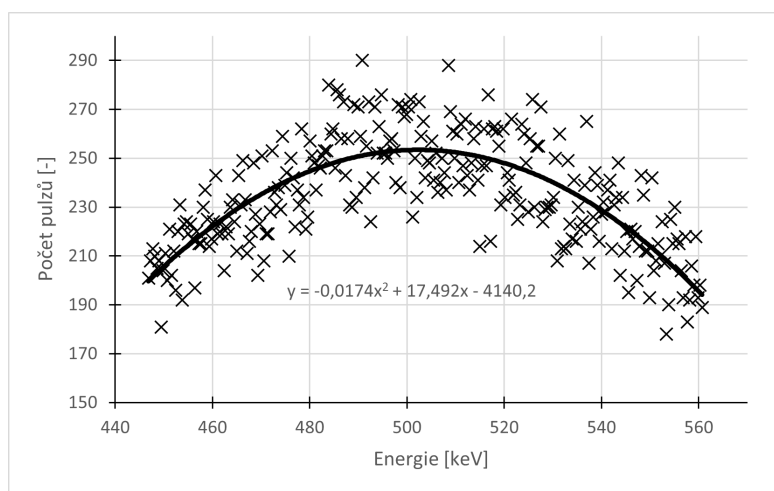
Graf 10: Závislost počtu detekovaných gama kvant na energii pro úhel $\vartheta = 90^\circ$

6 Zpracování výsledků

Následující výpočty byly provedeny pro všechny rozptylové úhly. Jako modelový příklad jsou použity hodnoty neměřené pro úhel 40° .

Z naměřených hodnot byl sestaven graf na obrázku 5. Na základě tohoto grafu byla určena oblast peaku odražených kvant. Tyto hodnoty byly fitovány parabolou danou předpisem

$$y = ax^2 + bx + c. \quad (3)$$



Graf 11: Oblast vrcholu peaku s kvadratickým fitem.

Z koeficientů byl určen vrchol paraboly pomocí vztahu

$$V_x = -\frac{a}{2b}, \quad (4)$$

kde V_x je souřadnice x vrcholu paraboly, a a b jsou koeficienty z obecného předpisu kvadratické funkce z rovnice 3. Poloha vrcholu paraboly je zároveň hodnota energie fotonu rozptýleného na tyči.

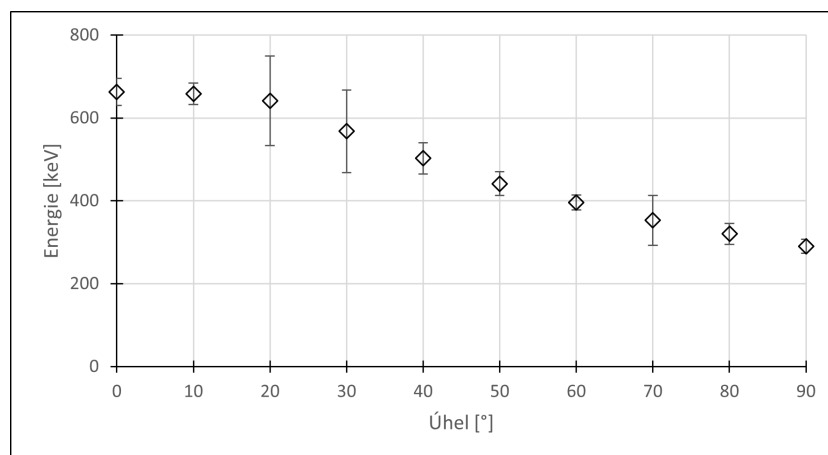
Byla určena standardní chyba koeficientů a a b kvadratické regrese. Dále při výpočtu polohy peaku byla chyba určena pomocí vztahu pro chybu nepřímě měřené veličiny

$$\delta V_x = \sqrt{\left(\frac{\partial V_x}{\partial a} \cdot \delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial V_x}{\partial b} \cdot \delta b\right)^2} \quad (5)$$

Výsledné hodnoty pro všechny měřené úhly i s chybou měření byly zaznamenány do tabulky 1 a vyneseny do grafu 12.

ϑ [°]	E' [keV]	$\delta E'$ [keV]
0	662,32	32,56805352
10	658,42	25,6568451
20	641,42	108,2016372
30	567,71	99,31402783
40	502,37	38,15253059
50	441,23	28,52308892
60	395,77	18,12199244
70	352,97	60,27813533
80	320,02	25,51297723
90	290,35	16,97527187

Tabulka 1: Hodnoty energií rozptýlených fotonů.



Graf 12: Závislost energie rozptýleného fotonu na rozptylovém úhlu.

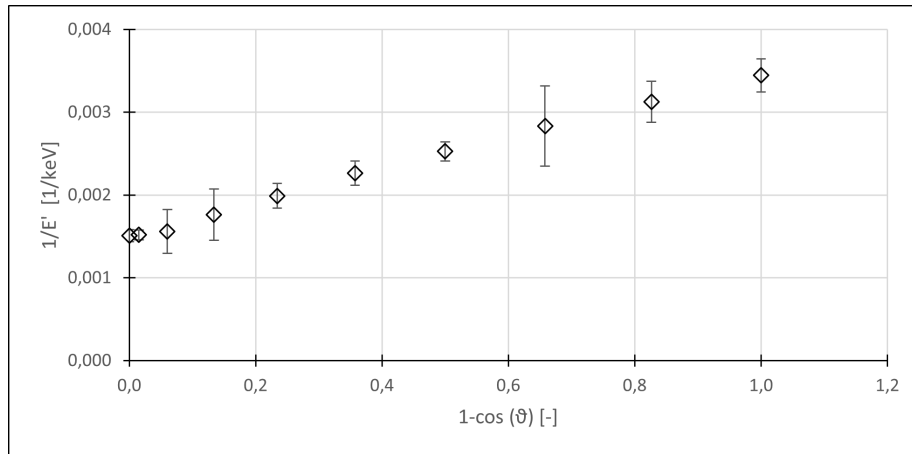
Z hodnot E' byla vypočítána převrácená hodnota $\frac{1}{E'}$. Byla určena chyba měření podle rovnice

$$\delta \left(\frac{1}{E'} \right) = \frac{\partial \left(\frac{1}{E'} \right)}{\partial E'} \cdot \delta E'. \quad (6)$$

Byly vypočítány hodnoty $\frac{1}{E'}$ na $(1 - \cos \vartheta)$. Tyto hodnoty byly zaznamenány do tabulky 2. Do grafu 13 byla vynesena závislost $\frac{1}{E'}$ na $(1 - \cos \vartheta)$.

$1/E'$ [keV]	$\delta(1/E')$ [keV]	$1-\cos(\vartheta)$ [-]
0,0015	0,0001	0,00
0,0015	0,0001	0,02
0,0016	0,0003	0,06
0,0018	0,0003	0,13
0,0020	0,0002	0,23
0,0023	0,0001	0,36
0,0025	0,0001	0,50
0,0028	0,0005	0,66
0,0031	0,0002	0,83
0,0034	0,0002	1,00

Tabulka 2: Převrácené hodnoty energií, jejich chyby a hodnoty $(1 - \cos \vartheta)$



Graf 13: Závislost převrácené hodnoty energie rozptýleného fotonu na funkci $\frac{1}{E'}$ na $(1 - \cos \vartheta)$

Byla provedena lineární regrese hodnot z tabulky 2 přímkou. Přímka je definována předpisem

$$y = kx + q. \quad (7)$$

Z rovnic 7 a 2 a vztahu mezi energií a vlnovou délkou $E = \frac{h}{\lambda}$ vyplývá, že pro parametry k a q platí:

$$k = \frac{1}{m_0 c^2} \quad (8)$$

$$q = \frac{1}{E}. \quad (9)$$

Ze vztahu 8 byla určena klidová hmotnost elektronu m_0 jako

$$m_0 = (504,86 \pm 9,12) \text{ keV}/c^2. \quad (10)$$

Ze vztahu 9 byla určena původní energie gama záření jako

$$E = (665,00 \pm 8,02) \text{ keV}. \quad (11)$$

7 Diskuse

V rámci úlohy byl vykreslen graf energií rozptylových peaků jako funkce úhlů. Závislost je klesající, ovšem ne lineárně. Pro úhly 20° a 30° vznikla v porovnání s ostatním úhly velká chyba měření. Je to dáno tím, že peaky v oblasti původní a rozptylové energetické hladiny se výrazně překrývají a proto je poloha peaku určena méně přesně. Je to patrné na grafech 3 a 4. Pro úhly 0° a 10° se peaky překrývaly natolik, že je nebylo možné rozeznat (viz grafy 1 a 2).

Z těchto chyb vznikly větší nepřesnosti při určování ealších nepřímo měřených veličin, jako je $\frac{1}{E'}$.

Změřená hodnota klidové hmotnosti elektronu $m_0 = (504,86 \pm 9,12) \text{ keV}/c^2$ odpovídá v rámci chyby měření tabulkové hodnotě, tedy $510,998 \text{ keV}/c^2$. [4]

Změřená původní energie gama záření $E = (665,00 \pm 8,02) \text{ keV}$ Je v rámci chyby měření odpovídající tabulkové hodnotě $661,49 \text{ keV}$. [5]

Redukovat chyby měření by bylo možné delším měřením či lepším odstíněním přirozeného gama záření. Také software, který zvládne oddělit dublet v grafech by zmenšil chybu měření.

8 Závěr

Energie gama záření se zvětšujícím se úhlem klesá (viz graf 12).

Byl vykreslen graf převrácených hodnot energií $\frac{1}{E'}$ jako funkce $(1 - \cos \vartheta)$ (viz graf 13).

Byla určena klidová hmotnost elektronu m_0 jako

$$m_0 = (504,86 \pm 9,12) \text{ keV}/c^2.$$

Byla určena původní energie gama záření jako

$$E = (665,00 \pm 8,02) \text{ keV}.$$

Reference

- [1] REICHL, Jaroslav a Martin VŠETIČKA. Foton. Encyklopedie fyziky.[online]. [cit. 2023-10-18]. Dostupné z <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/726-foton>
- [2] HALLIDAY, David; RESNICK, Robert a WALKER, Jearl. Fyzika. Druhé přepracované vydání. Přeložil Miroslav ČERNÝ. Překlady vysokoškolských učebnic. V Brně: Vysoké učení technické v Brně - Nakladatelství VUTIOM, [2013], s. 1070-1071. ISBN 978-80-214-4123-1.
- [3] BEISER, Arthur a BRDIČKA, Miroslav. Úvod do moderní fyziky. Vydání překladu 2. Přeložil Josef ČADA. Praha: Academia, 1978, s. 85.
- [4] Fundamental Physical Constants; 2018 CODATA recommended values. NIST, květen 2019. [online]. [cit. 2023-10-18]. Dostupné z https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?me|search_for=atomnuc!
- [5] TAYLOR, H.W., J. SVOBODA, G.H.R. HENRY a R.W. WEIN. Post-Chernobyl ^{134}Cs and ^{137}Cs Levels at Some Localities in Northern Canada. Arctic. 1988, roč. 41, NO.4, s. 293-296.