

Jihočeská Univerzita V Českých Budějovicích

Přírodovědecká fakulta



Fyzikální Praktikum IV Millikanův experiment

Datum: 22. 10. 2021

Provedl: Václav Slipka

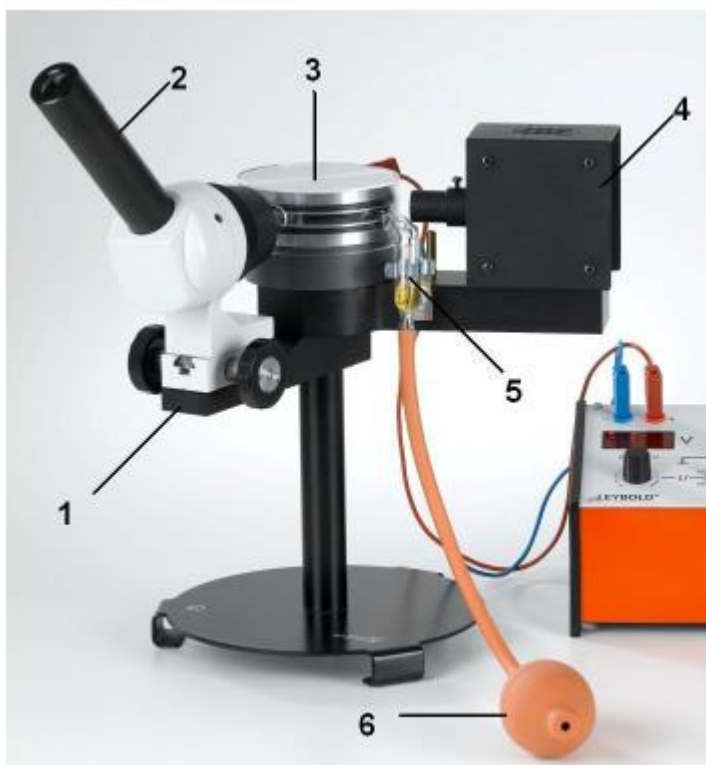
Obor: Měřicí a výpočetní technika

Hodnocení:

Pracovní úkoly

- 1) Experimentálně stanovte hodnotu elektrického elementárního náboje e pomocí Millikanova experimentu, metodou tzv. padající kapky.

Seznam pomůcek



- 1 – základní deska
- 2 – mikroskop s mikrometrovou škálou
- 3 – deskový kondenzátor
- 4 – Lampa
- 5 – Rozprašovač oleje s olejem
- 6 – gumový balónek

Obrázek 1: Aparatura pro měření Millikanova experimentu [1]

Zdroj napětí s voltmetrem, měřicí přístroj pro měření teploty, tlaku a vlhkosti vzduchu, propojovací kabely, stopky, tabulka.

Teorie

Millikanův experiment

Millikanův experiment byl prováděn v letech 1906–1914. Účelem experimentu bylo zjistit hodnotu elementárního náboje. Autory experimentu byli Robert A. Millikan a Harvey Fletcher. Millikan za experiment obdržel v roce 1923 Nobelovu cenu. Jako první však pokus prováděl J. S. Townsend, který svými experimenty položil základy pro později přesnější Millikanova měření. J. S. Townsend vypočítal hmotnost, poloměr náboj vodních kapek a učil hodnotu elementárního náboje jako $e = 1,001 \cdot 10^{-19}$ C. Millikan optimalizoval experiment pomocí použití olejových kapek, jejichž rychlost evaporace je mnohem nižší než vodních kapek. Olejové kapky byly naprašovány mezi desky nabitého

kondenzátoru a jejich náboj mohl být měněn pomocí rentgenového záření. V elektrostatickém poli Millikan měřil rychlosti při měnící se intenzitě a polaritě elektrického pole. Podařilo se mu určit poloměr a náboj olejových kapek. Hodnotu elektrického náboje se Millikanovy podařilo určit jako $e = 1,592 \cdot 10^{-19}$ C. Po korekci, která byla prováděna ve 20. a 30. letech 20. století, kde byla pro upřesnění použita hodnota viskozity vzduchu byl náboj určen jako $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C. [1]

Metoda plovoucí kapky

Kapčky oleje vznášející se v prostoru mezi dvěma deskami kondenzátoru. Pokud je mezi deskami v elektrostatickém poli přiveden potenciál, kapčky oleje se začnou směrem nahoru. Pokud není kondenzátor nabit, kapčky oleje se díky tíhové síle pohybují směrem dolů. Velikost rychlosti pohybu kapek závisí také na hodnotě odporové síly vzduchu. Při určité hodnotě potenciálu mezi deskami se kapčky ustálí a nehýbou se. [1] [3]

Postup měření

- 1) Před začátkem měření a v průběhu měření jsme naměřili a zapisovali teplotu, tlak a relativní vlhkost v místnosti, celkem jsme naměřili 10 hodnot.
- 2) Zkontrolovali jsme zapojení podle obrázku v návodu.
- 3) Zkontrolovali jsme olej v rozprašovači.
- 4) Zapnuli jsme zdroj a nastavili jsme napětí zdroje na 0 V.
- 5) Zaostřili jsme čočku mikroskopu abychom viděli mikrometrickou škálu a poté jsme ji nastavili do vertikální polohy.
- 6) Gumovým balónkem jsme vstříknuli olej mezi desky kondenzátoru a poté jsme nastavili rovinu kde je olejová kapka vidět jako světelný bod.
- 7) Vybrali jsme kapku, kterou jsme chtěli sledovat a zaostřili na ni.
- 8) Na kondenzátor jsme přiložili napětí a stlačili jsme páčku do polohy on.
- 9) Nastavili jsme takové napětí, aby kapka nestoupala, ale ani nepadala a napětí jsme zaznamenali
- 10) Na mikrometrické stupnici jsme vybrali úsek sledované kapky.
- 11) Vypnuli jsme napětí a pomocí stopek jsme změřili čas průletu kapky vybraným úsekem.
- 12) Zaznamenali jsme vzdálenost úseku a časový interval průletu kapky úsekem.
- 13) Resetovali jsme stopky a stejný postup jsme opakovali pro dalších 29 kapek.

Naměřené hodnoty

Číslo měření	Napětí U [V]	Vzdálenost Δx [mm]	Časový interval Δt [s]	Číslo měření	Napětí U [V]	Vzdálenost Δx [mm]	Časový interval Δt [s]
1.	447	2,0	13,3	16.	159	1,4	10,8
2.	148	4,1	31,8	17.	468	1,7	8,8
3.	177	3,1	26,4	18.	99	1,2	10,0
4.	374	2,9	14,8	19.	215	1,3	20,4
5.	99	4,4	41,4	20.	242	1,8	9,2
6.	16	0,9	14,7	21.	36	0,9	14,1
7.	100	1,2	16,9	22.	93	1,1	17,5
8.	85	1,4	17,1	23.	59	1,9	17,1
9.	67	1,5	20,4	24.	83	2,2	14,8
10.	64	1,9	32,3	25.	547	2,9	11,3
11.	37	2,6	46,9	26.	424	1,4	13,1
12.	19	1,2	14,4	27.	146	2,1	39,6
13.	204	1,4	13,3	28.	96	1,1	18,2
14.	247	1,8	11,2	29.	52	0,9	19,8
15.	223	1,7	14,6	30.	162	1,5	15,1

Tabulka 1: Naměřené hodnoty napětí, vzdálenosti a času

Číslo měření	Napětí U [V]	Vzdálenost Δx [mm]	Časový interval Δt [s]	Číslo měření	Napětí U [V]	Vzdálenost Δx [mm]	Časový interval Δt [s]
1.	447	1,00	13,3	16.	159	0,70	10,8
2.	148	2,05	31,8	17.	468	0,85	8,8
3.	177	1,55	26,4	18.	99	0,60	10,0
4.	374	1,45	14,8	19.	215	0,65	20,4
5.	99	2,20	41,4	20.	242	0,90	9,2
6.	16	0,45	14,7	21.	36	0,45	14,1
7.	100	0,60	16,9	22.	93	0,55	17,5
8.	85	0,70	17,1	23.	59	0,95	17,1
9.	67	0,75	20,4	24.	83	1,10	14,8
10.	64	0,95	32,3	25.	547	1,45	11,3
11.	37	1,30	46,9	26.	424	0,70	13,1
12.	19	0,60	14,4	27.	146	1,05	39,6
13.	204	0,70	13,3	28.	96	0,55	18,2
14.	247	0,90	11,2	29.	52	0,45	19,8
15.	223	0,85	14,6	30.	162	0,75	15,1

Tabulka 2: Naměřené hodnoty napětí, vzdálenosti a času, kvůli dvojnásobnému zvětšení mikroskopu jsme museli vzdálenost vybraného úseku vydělit dvěma

Číslo měření	Teplota T [°C]	Tlak p [hPa]	Vlhkost φ [%]	Číslo měření	Teplota T [°C]	Tlak p [hPa]	Vlhkost φ [%]
1.	23,4	977,3	38	6.	24,0	977,5	38
2.	23,7	977,4	38	7.	24,1	977,3	38
3.	23,8	977,4	38	8.	24,2	977,1	38
4.	23,9	977,3	38	9.	24,3	976,9	38
5.	23,9	977,4	38	10.	24,4	976,9	38

Tabulka 3: Naměřené hodnoty teploty, tlaku a vlhkosti v místnosti

Číslo měření	Teplota T [K]	Tlak p [hPa]	Vlhkost φ [%]	Číslo měření	Teplota T [K]	Tlak p [hPa]	Vlhkost φ [%]
1.	296,55	977,3	38	6.	297,15	977,5	38
2.	296,85	977,4	38	7.	297,25	977,3	38
3.	296,95	977,4	38	8.	297,35	977,1	38
4.	297,05	977,3	38	9.	297,45	976,9	38
5.	297,05	977,4	38	10.	297,55	976,9	38

Tabulka 4: Naměřené hodnoty teploty, tlaku a vlhkosti v místnosti, teplota převedena na Kelviny pomocí převodu $0^\circ\text{C} = 273,15\text{K}$

Zpracování výsledků

Všechny vzorce jsou vzaty z [1] a všechny výpočty chyb jsou vzaty z [2]

Nejprve vypočítáme střední hodnotu pro teplotu podle obecného vzorce:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \quad (1)$$

V našem případě to bude: $\bar{T} = \frac{\sum T_i}{10} = 297,12 \text{ K}$

Následně vypočítáme střední kvadratickou odchylku podle obecného vzorce:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n \cdot (n-1)}} \quad (2)$$

V našem případě to bude: $\bar{\sigma}_T = \sqrt{\frac{\sum (T_i - \bar{T})^2}{10 \cdot (10-1)}} = 0,09433981 \text{ K}$

Teplota vzduchu v místnosti: $\bar{T} = (297,12 \pm 0,09) \text{ K}$

Stejný postup použijeme pro výpočet tlaku v místnosti, tedy použijeme vzorec (1) a (2)

Střední hodnota: $\bar{p} = \frac{\sum p_i}{10} = 977,25 \text{ hPa}$

Střední kvadratická odchylka: $\bar{\sigma}_p = \sqrt{\frac{\sum (p_i - \bar{p})^2}{10 \cdot (10 - 1)}} = 0,06708204 \text{ hPa}$

Tlak v místnosti: $\bar{p} = (977,25 \pm 0,07) \text{ hPa}$

Jelikož všechny hodnoty relativní vlhkosti v místnosti byly naměřeny stejně tak relativní vlhkost v místnosti bude: $\varphi = 38\%$

Střední kvadratická odchylka by tedy vyšla 0, proto budeme chybu počítat jako:

$$\delta x = 0,3 \cdot \text{nejmenší dílek na stupnici} \quad (3)$$

V našem případě tedy budeme počítat: $\delta \varphi = 0,3 \cdot 1\% = 0,3\%$

Relativní vlhkost v místnosti: $\varphi = (38,0 \pm 0,3)\% = (0,380 \pm 0,003)$ bezrozměrná

Nyní vypočítáme dynamickou viskozitu vzduchu ze vztahu:

$$\eta = \eta_0 \cdot \frac{T_0 + C}{T + C} \cdot \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2}, \quad (4)$$

Kde T je teplota vzduchu, $T_0 = 291,15 \text{ K}$, $C = 120 \text{ K}$ a $\eta_0 = 18,27 \text{ } \mu\text{Pa}$

Vzorec tedy bude vypadat: $\eta = \eta_0 \cdot \frac{T_0 + C}{\bar{T} + C} \cdot \left(\frac{\bar{T}}{T_0}\right)^{3/2} = 18,56524 \text{ } \mu\text{Pa}$

Nyní vypočítáme chybu pro nepřímě měřenou veličinu podle vztahu pro parciální derivace:

$$\delta X = \sqrt{\left(\frac{\partial X}{\partial A} \cdot \delta A\right)^2 + \left(\frac{\partial X}{\partial B} \cdot \delta B\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial X}{\partial n} \cdot \delta n\right)^2} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{V našem případě bude vzorec vypadat: } \delta \eta &= \sqrt{\left(\frac{\partial \left(\eta_0 \cdot \frac{T_0 + C}{\bar{T} + C} \cdot \left(\frac{\bar{T}}{T_0}\right)^{3/2}\right)}{\partial \bar{T}} \cdot \bar{\sigma}_T\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{\eta_0 \cdot T_0^2 \cdot \sqrt{T_0 \cdot \bar{T}} + 3 \cdot C \cdot \eta_0 \cdot T_0^2 \cdot \sqrt{T_0 \cdot \bar{T}} + C \cdot \eta_0 \cdot \sqrt{T_0 \cdot \bar{T}} \cdot T_0 \cdot \bar{T} + 3 \cdot C^2 \cdot \eta_0 \cdot \sqrt{T_0 \cdot \bar{T}} \cdot T_0}{2 \cdot (T_0 \cdot \sqrt{T_0 \cdot \bar{T}} + C \cdot T_0 \cdot \sqrt{T_0})^2} \cdot \bar{\sigma}_T\right)^2} = 0,0044296 \text{ } \mu\text{Pa} \end{aligned}$$

Dynamická viskozita vzduchu: $\eta = (18,565 \pm 0,004) \text{ } \mu\text{Pa}$

Nyní vypočítáme tlak saturovaných vodních par, dle vztahu:

$$p_{\text{sat}} = 6,1078 \cdot 10^{\frac{7,5 \cdot T}{T+237,3}} \quad (6)$$

Kde T je teplota vzduchu v místnosti, počítáno ve $^{\circ}\text{C}$, aby výsledný tlak p_{sat} vyšel v hPa. Tedy $\bar{T} = 297,12 - 273,15 = 23,97^{\circ}\text{C}$ a střední kvadratická odchylka pro teplotu ve $^{\circ}\text{C}$ je $\bar{\sigma}_T = 0,09^{\circ}\text{C}$

V našem případě tedy do vzorce dosadíme: $p_{\text{sat}} = 6,1078 \cdot 10^{\frac{7,5 \cdot \bar{T}}{\bar{T}+237,3}} = 29,78284 \text{ hPa}$

Nyní vypočítáme chybu tlaku saturovaných vodních par pro nepřímo měřené veličiny pomocí parciálních derivací (5).

$$\delta p_{\text{sat}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \left(6,1078 \cdot 10^{\frac{7,5 \cdot \bar{T}}{\bar{T}+237,3}} \right)}{\partial \bar{T}} \cdot \bar{\sigma}_T \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2,174 \cdot 10^8 \cdot \ln(10) \cdot 10^{\frac{7,5 \cdot \bar{T}}{\bar{T}+237,3}}}{200 \cdot (10\bar{T}+2373)^2} \cdot \bar{\sigma}_T \right)^2} = 0,160913 \text{ hPa}$$

Tlak saturovaných vodních par: $p_{\text{sat}} = (29,8 \pm 0,2) \text{ hPa}$

Dále vypočítáme tlak vodních par, dle vzorce:

$$p_v = \varphi \cdot p_{\text{sat}} \quad (7)$$

Po dosazení do vztahu: $p_v = \varphi \cdot p_{\text{sat}} = 11,324 \text{ hPa}$

Chybu tlaku vodních par vypočítáme pomocí parciálních derivací jako chybu nepřímo měřené veličiny podle vztahu (5).

$$\delta p_v = \sqrt{\left(\frac{\partial (\varphi \cdot p_{\text{sat}})}{\partial \varphi} \cdot \delta \varphi \right)^2 + \left(\frac{\partial (\varphi \cdot p_{\text{sat}})}{\partial p_{\text{sat}}} \cdot \delta p_{\text{sat}} \right)^2} = \sqrt{(p_{\text{sat}} \cdot \delta \varphi)^2 + (\varphi \cdot \delta p_{\text{sat}})^2} = 0,117339 \text{ hPa}$$

Tlak vodních par: $p_v = (11,32 \pm 0,12) \text{ hPa}$

Dále vypočítáme parciální tlak suchého vzduchu podle vzorce:

$$p_d = p - p_v, \quad (8)$$

Kde p je naměřený tlak vzduchu a p_v je tlak vodních par, vzorec tedy bude vypadat: $p_d = \bar{p} - p_v = 965,93 \text{ hPa}$

Chybu parciálního tlaku suchého vzduchu vypočítáme pomocí parciálních derivací jako chybu nepřímo měřené veličiny, podle vztahu (5).

$$\delta p_d = \sqrt{\left(\frac{\partial (\bar{p} - p_v)}{\partial \bar{p}} \cdot \bar{\sigma}_p \right)^2 + \left(\frac{\partial (\bar{p} - p_v)}{\partial p_v} \cdot \delta p_v \right)^2} = \sqrt{(\bar{\sigma}_p)^2 + (-\delta p_v)^2} = 0,138924 \text{ hPa}$$

Parciální tlak suchého vzduchu: $p_d = (965,93 \pm 0,14) \text{ hPa}$

Dále vypočítáme hustotu vzduchu podle vzorce:

$$\rho = \frac{p_d}{R_d \cdot T} + \frac{p_v}{R_v \cdot T} \quad (9)$$

Kde T je teplota vzduchu, p_d je parciální tlak suchého vzduchu, p_v je tlak vodních par, $R_d = 287,058 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ je měrná plynová konstanta suchého vzduchu a $R_v = 461,495 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ je měrná plynová konstanta vodních par.

Vztah pro výpočet bude vypadat následovně $\rho = \frac{p_d}{R_d \cdot T} + \frac{p_v}{R_v \cdot T} = 1,14077 \text{ kg/m}^3$

Chybu hustoty vzduchu vypočítáme pomocí parciálních derivací jako chybu nepřímo měřené veličiny, podle vztahu (5).

$$\delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial\left(\frac{p_d}{R_d \cdot T} + \frac{p_v}{R_v \cdot T}\right)}{\partial T} \cdot \overline{\sigma_T}\right)^2 + \left(\frac{\partial\left(\frac{p_d}{R_d \cdot T} + \frac{p_v}{R_v \cdot T}\right)}{\partial p_d} \cdot \delta p_d\right)^2 + \left(\frac{\partial\left(\frac{p_d}{R_d \cdot T} + \frac{p_v}{R_v \cdot T}\right)}{\partial p_v} \cdot \delta p_v\right)^2} =$$

$$\sqrt{\left(\left(-\frac{p_d}{R_d \cdot T^2} - \frac{p_v}{R_v \cdot T^2}\right) \cdot \overline{\sigma_T}\right)^2 + \left(\frac{1}{R_d \cdot T} \cdot \delta p_d\right)^2 + \left(\frac{1}{R_v \cdot T} \cdot \delta p_v\right)^2} = 0,000392436 \text{ kg/m}^3$$

Hustota vzduchu: $\rho = (1,1408 \pm 0,0004) \text{ kg/m}^3$

Následující vypočítané hodnoty jsou uvedeny v tabulce 5 a tabulce 6

Výpočet rychlosti kapky podle vztahu:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (10)$$

Následně musíme vypočítat chybu vzdálenosti, podle vztahu (3) $\delta\Delta x = 0,3 \cdot$
nejmenší dílek na stupnici $= 0,3 \cdot 0,05\text{mm} = 0,3 \cdot 0,00005\text{m} = 0,000015\text{m}$

Následně vypočítáme chybu časového intervalu, podle vztahu (3) $\delta\Delta t = 0,3 \cdot$ nejmenší dílek $= 0,3 \cdot$
 $0,1 \text{ s} = 0,03\text{s}$

Pomocí parciálních derivací (5) vypočítáme chybu rychlosti $\delta v = \sqrt{\left(\frac{\partial\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)}{\partial \Delta x} \cdot \delta\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)}{\partial \Delta t} \cdot \delta\Delta t\right)^2} =$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{\Delta t} \cdot \delta\Delta x\right)^2 + \left(-\frac{\Delta x}{\Delta t^2} \cdot \delta\Delta t\right)^2}$$

Vypočítáme poloměr kapky podle vztahu:

$$r = \sqrt{\frac{9}{2} \cdot \frac{\eta \cdot v}{(\rho_2 - \rho_1) \cdot g}} \quad (11)$$

Kde v je rychlost padající kapky, $\rho_2 = 873 \text{ kg/m}^3$ je hustota oleje, ρ_1 je již námi vypočítaná hustota vzduchu a $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ je gravitační zrychlení.

Následně pomocí parciálních derivací (5) vypočítáme chybu poloměru $\delta r =$

$$\sqrt{\left(\frac{\partial\left(\frac{\frac{9}{2}\frac{\eta\cdot v}{(\rho_2-\rho_1)\cdot g}}{\partial\eta}\right)}{\partial\eta}\cdot\delta\eta\right)^2+\left(\frac{\partial\left(\frac{\frac{9}{2}\frac{\eta\cdot v}{(\rho_2-\rho_1)\cdot g}}{\partial v}\right)}{\partial v}\cdot\delta v\right)^2+\left(\frac{\partial\left(\frac{\frac{9}{2}\frac{\eta\cdot v}{(\rho_2-\rho_1)\cdot g}}{\partial\rho_1}\right)}{\partial\rho_1}\cdot\delta\rho_1\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2\cdot g\cdot\rho_2\cdot v\cdot\eta-2\cdot g\cdot\rho_1\cdot v\cdot\eta}}{4\cdot g\cdot\rho_2\cdot\eta-4\cdot g\cdot\rho_1\cdot\eta}\cdot\delta\eta\right)^2+\left(\frac{3\sqrt{2\cdot g\cdot\rho_2\cdot v\cdot\eta-2\cdot g\cdot\rho_1\cdot v\cdot\eta}}{4\cdot g\cdot\rho_2\cdot v-4\cdot g\cdot\rho_1\cdot v}\cdot\delta v\right)^2+\left(\frac{3\cdot g\cdot v\cdot\eta\sqrt{2\cdot g\cdot\rho_2-2\cdot g\cdot\rho_1}}{\sqrt{v\cdot\eta}\cdot(2\cdot g\cdot\rho_2-2\cdot g\cdot\rho_1)^2}\cdot\delta\rho_1\right)^2}$$

Dále určíme náboj kapky ze vztahu:

$$q = 9\pi \cdot \frac{d}{U} \cdot \sqrt{\frac{2\cdot\eta^3\cdot v^3}{(\rho_2-\rho_1)\cdot g}}, \quad (12)$$

Kde $d = 6 \pm 0,05\text{mm}$ je vzdálenost mezi deskami kondenzátoru a U je naměřené napětí.

Poté vypočítáme chybu napětí podle vztahu (3) $\delta U = 0,3 \cdot \text{nejmenší dílek} = 0,3 \cdot 1\text{V} = 0,3\text{V}$

Dále vypočítáme chybu náboje pomocí parciálních derivací (5) $\delta q =$

$$\sqrt{\left(\frac{\partial\left(9\pi\frac{d}{U}\sqrt{\frac{2\cdot\eta^3\cdot v^3}{(\rho_2-\rho_1)\cdot g}}\right)}{\partial d}\cdot\delta d\right)^2+\left(\frac{\partial\left(9\pi\frac{d}{U}\sqrt{\frac{2\cdot\eta^3\cdot v^3}{(\rho_2-\rho_1)\cdot g}}\right)}{\partial U}\cdot\delta U\right)^2+\left(\frac{\partial\left(9\pi\frac{d}{U}\sqrt{\frac{2\cdot\eta^3\cdot v^3}{(\rho_2-\rho_1)\cdot g}}\right)}{\partial\rho_1}\cdot\delta\rho_1\right)^2}+\sqrt{\left(\frac{\partial\left(9\pi\frac{d}{U}\sqrt{\frac{2\cdot\eta^3\cdot v^3}{(\rho_2-\rho_1)\cdot g}}\right)}{\partial\eta}\cdot\delta\eta\right)^2+\left(\frac{\partial\left(9\pi\frac{d}{U}\sqrt{\frac{2\cdot\eta^3\cdot v^3}{(\rho_2-\rho_1)\cdot g}}\right)}{\partial v}\cdot\delta v\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{9\pi\cdot\sqrt{2\cdot\eta\cdot v\cdot\eta\cdot v}}{U\cdot\sqrt{g\cdot\rho_2-g\cdot\rho_1}}\cdot\delta d\right)^2+\left(-\frac{9\pi\cdot d\cdot\sqrt{2\cdot g\cdot\eta\cdot\rho_2\cdot v-2\cdot g\cdot\eta\cdot\rho_1\cdot v\cdot\eta\cdot v}}{g\cdot\rho_2\cdot U^2-g\cdot\rho_1\cdot U^2}\cdot\delta U\right)^2+\left(\frac{9\pi\cdot d\cdot\sqrt{2\cdot\eta\cdot v\cdot\eta\cdot v}}{2U\cdot\sqrt{g\cdot\rho_2-g\cdot\rho_1}\cdot(\rho_2-\rho_1)}\cdot\delta\rho_1\right)^2}+\sqrt{\left(\frac{27\pi\cdot d\cdot\eta^2\cdot v^3}{U\cdot\sqrt{2\cdot g\cdot\rho_2\cdot v\cdot\eta-2\cdot g\cdot\rho_1\cdot v\cdot\eta\cdot v\cdot\eta}}\cdot\delta\eta\right)^2+\left(\frac{27\pi\cdot d\cdot\eta^3\cdot v^2}{U\cdot\sqrt{2\cdot g\cdot\rho_2\cdot v\cdot\eta-2\cdot g\cdot\rho_1\cdot v\cdot\eta\cdot v\cdot\eta}}\cdot\delta v\right)^2}$$

Následně provedeme korekci podle Cunninghamova vztahu pro malé poloměry kapek, jenž je:

$$q_c = \frac{q}{\sqrt{\left(1+\frac{A}{r}\right)^3}}, \quad (13)$$

Kde $A = 0,07776\text{ }\mu\text{m}$ je koeficient tření olejové kapky ve vzduchu za standardní teploty 25°C .

Podle parciálních derivací (5) vypočítáme chybu náboje po korekci $\delta q_c =$

$$\sqrt{\left(\frac{\partial\left(\frac{q}{\sqrt{\left(1+\frac{A}{r}\right)^3}}\right)}{\partial q}\cdot\delta q\right)^2+\left(\frac{\partial\left(\frac{q}{\sqrt{\left(1+\frac{A}{r}\right)^3}}\right)}{\partial r}\cdot\delta r\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{r}}{\left(1+\frac{A}{r}\right)\cdot\sqrt{r+A}}\cdot\delta q\right)^2+\left(\frac{3\cdot A\cdot q\cdot\sqrt{r}}{2\cdot r\cdot\sqrt{r+A}\cdot(r+A)\cdot\left(\frac{r+A}{r}\right)}\cdot\delta r\right)^2}$$

Poté vypočítáme elementární náboj jedné částice podle vztahu:

$$e = \frac{q_c}{n} \quad (14)$$

Nakonec vypočítáme chybu elementárního náboje podle parciálních derivací (5) $\delta e =$

$$\sqrt{\left(\frac{\partial\left(\frac{q_c}{n}\right)}{\partial q_c} \cdot \delta q_c\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{n} \cdot \delta q_c\right)^2}$$

V tabulce číslo 5 a tabulce číslo 6 jsou všechny vypočítané hodnoty, výpočty byly prováděny v aplikaci excel.

Č. m.	Rychlost v [m/s]	Chyba rychlosti δv [m/s]	Poloměr kapky r [m]	Chyba poloměru kapky δr [m]	Náboj kapky q [C]	Chyba náboje kapky δq [C]
1.	7,5188E-05	1,1405E-06	8,57E-07	6,50026E-09	3,025E-19	7,33078E-21
2.	6,4465E-05	4,756E-07	7,935E-07	2,92841E-09	7,254E-19	1,00523E-20
3.	5,8712E-05	5,7209E-07	7,573E-07	3,69036E-09	5,272E-19	8,87134E-21
4.	9,7973E-05	1,0328E-06	9,782E-07	5,15721E-09	5,378E-19	9,614E-21
5.	5,314E-05	3,6436E-07	7,205E-07	2,47115E-09	8,116E-19	1,07488E-20
6.	3,0612E-05	1,0223E-06	5,468E-07	9,13091E-09	2,196E-18	1,11573E-19
7.	3,5503E-05	8,8981E-07	5,889E-07	7,37983E-09	4,388E-19	1,68961E-20
8.	4,0936E-05	8,8013E-07	6,323E-07	6,79802E-09	6,391E-19	2,12898E-20
9.	3,6765E-05	7,3728E-07	5,993E-07	6,00907E-09	6,901E-19	2,15433E-20
10.	2,9412E-05	4,652E-07	5,36E-07	4,23921E-09	5,169E-19	1,30019E-20
11.	2,7719E-05	3,2032E-07	5,203E-07	3,00705E-09	8,18E-19	1,57499E-20
12.	4,1667E-05	1,0453E-06	6,38E-07	8,00238E-09	2,936E-18	1,13256E-19
13.	5,2632E-05	1,1341E-06	7,17E-07	7,72497E-09	3,882E-19	1,29581E-20
14.	8,0357E-05	1,3565E-06	8,859E-07	7,47825E-09	6,049E-19	1,61253E-20
15.	5,8219E-05	1,0343E-06	7,541E-07	6,69927E-09	4,132E-19	1,15371E-20
16.	6,4815E-05	1,4005E-06	7,957E-07	8,5968E-09	6,807E-19	2,27807E-20
17.	9,6591E-05	1,7361E-06	9,713E-07	8,72959E-09	4,207E-19	1,18726E-20
18.	0,00006	1,5108E-06	7,655E-07	9,63834E-09	9,737E-19	3,76618E-20
19.	3,1863E-05	7,3679E-07	5,579E-07	6,45037E-09	1,735E-19	6,18964E-21
20.	9,7826E-05	1,6613E-06	9,775E-07	8,30107E-09	8,293E-19	2,2228E-20
21.	3,1915E-05	1,066E-06	5,583E-07	9,32467E-09	1,039E-18	5,27663E-20
22.	3,1429E-05	8,5883E-07	5,541E-07	7,57054E-09	3,929E-19	1,6437E-20
23.	5,5556E-05	8,8259E-07	7,366E-07	5,85197E-09	1,456E-18	3,67588E-20
24.	7,4324E-05	1,0246E-06	8,52E-07	5,87393E-09	1,601E-18	3,57072E-20
25.	0,00012832	1,3705E-06	1,12E-06	5,97961E-09	5,512E-19	9,95426E-21
26.	5,3435E-05	1,1516E-06	7,225E-07	7,78503E-09	1,546E-19	5,16149E-21
27.	2,6515E-05	3,7932E-07	5,089E-07	3,64061E-09	1,94E-19	4,46557E-21
28.	3,022E-05	8,2568E-07	5,433E-07	7,42242E-09	3,589E-19	1,50115E-20
29.	2,2727E-05	7,5836E-07	4,712E-07	7,86096E-09	4,322E-19	2,19297E-20
30.	4,9669E-05	9,9827E-07	6,965E-07	6,99996E-09	4,482E-19	1,40187E-20

Tabulka 5: Vypočítané hodnoty rychlosti, poloměru, náboje a jejich chyby

Č. m.	Korekce náboje kapky q_c [C]	Chyba korekce náboje kapky δq_c [C]	Počet elektronů n	Elementární náboj e [C]	Chyba elementárního náboje δe [C]
1.	2,65557E-19	6,44E-21	2	1,328E-19	3,2E-21
2.	6,30452E-19	8,743E-21	4	1,576E-19	2,2E-21
3.	4,55267E-19	7,668E-21	3	1,518E-19	2,6E-21
4.	4,79495E-19	8,576E-21	3	1,598E-19	2,9E-21
5.	6,95908E-19	9,224E-21	4	1,74E-19	2,3E-21
6.	1,79858E-18	9,157E-20	11	1,635E-19	8,3E-21
7.	3,6427E-19	1,405E-20	2	1,821E-19	7E-21
8.	5,37036E-19	1,792E-20	3	1,79E-19	6E-21
9.	5,74665E-19	1,797E-20	4	1,437E-19	4,5E-21
10.	4,21864E-19	1,063E-20	3	1,406E-19	3,5E-21
11.	6,63814E-19	1,28E-20	4	1,66E-19	3,2E-21
12.	2,47074E-18	9,544E-20	15	1,647E-19	6,4E-21
13.	3,3265E-19	1,112E-20	2	1,663E-19	5,6E-21
14.	5,33159E-19	1,422E-20	3	1,777E-19	4,7E-21
15.	3,56603E-19	9,968E-21	2	1,783E-19	5E-21
16.	5,91827E-19	1,983E-20	4	1,48E-19	5E-21
17.	3,74811E-19	1,058E-20	2	1,874E-19	5,3E-21
18.	8,42159E-19	3,261E-20	5	1,684E-19	6,5E-21
19.	1,4266E-19	5,098E-21	1	1,427E-19	5,1E-21
20.	7,3931E-19	1,983E-20	5	1,479E-19	4E-21
21.	8,5422E-19	4,347E-20	5	1,708E-19	8,7E-21
22.	3,2268E-19	1,352E-20	2	1,613E-19	6,8E-21
23.	1,25225E-18	3,165E-20	8	1,565E-19	4E-21
24.	1,40458E-18	3,135E-20	9	1,561E-19	3,5E-21
25.	4,98339E-19	9,004E-21	3	1,661E-19	3E-21
26.	1,32629E-19	4,433E-21	1	1,326E-19	4,4E-21
27.	1,56705E-19	3,615E-21	1	1,567E-19	3,6E-21
28.	2,93662E-19	1,231E-20	2	1,468E-19	6,2E-21
29.	3,43661E-19	1,748E-20	2	1,718E-19	8,7E-21
30.	3,82374E-19	1,197E-20	2	1,912E-19	6E-21

Tabulka 6: vypočítané hodnoty korekce náboje, elementární náboj a jejich chyby

Nyní vypočítáme střední hodnoty (1) a střední kvadratické odchylky (2).

Rychlost padající kapky oleje: $v = (5,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$

Poloměr kapky oleje: $r = (7,1 \pm 0,3) \cdot 10^{-7} \text{ m}$

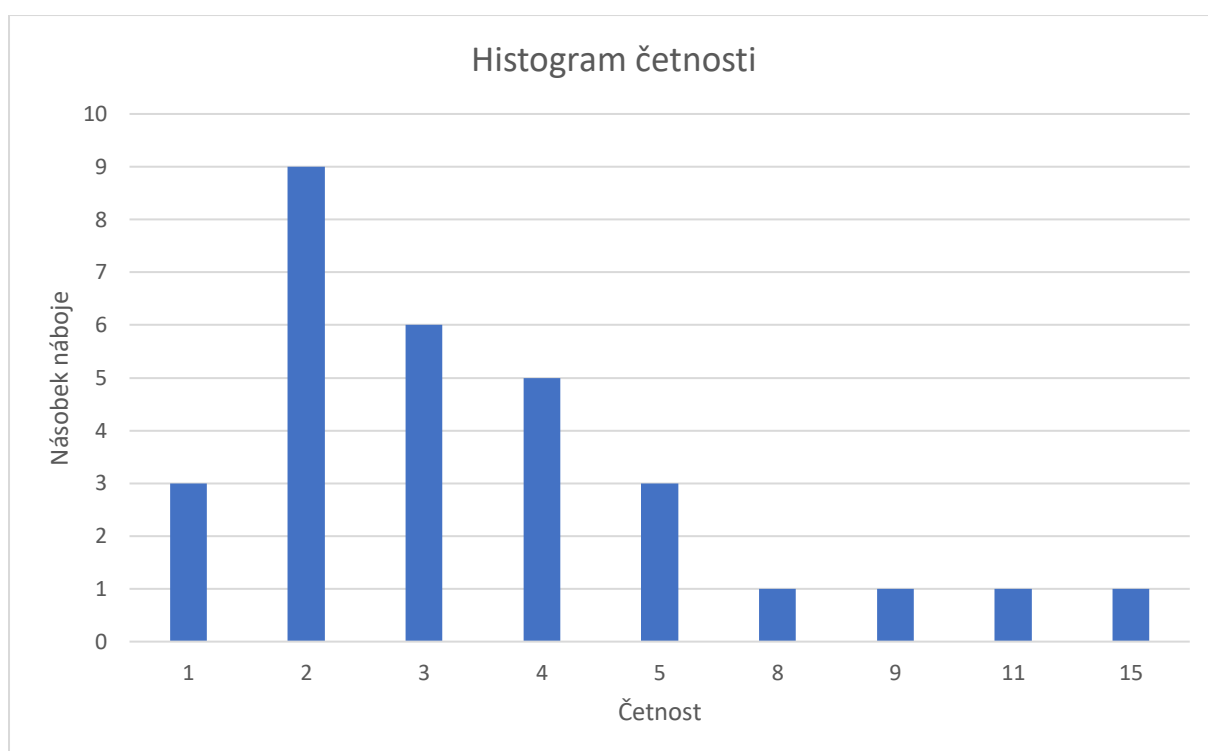
Náboj na kapce oleje: $q = (7,4 \pm 1,1) \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Náboje na kapce oleje po korekci: $q_c = (6,3 \pm 0,9) \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Vypočítaný elementární náboj: $e = (1,61 \pm 0,03) \cdot 10^{-19} \text{ C}$



Graf 1: Graf závislosti náboje q na poloměru kapky r



Graf 2: Histogram četnosti násobků náboje

Diskuse

V této úloze jsme měřili rychlost padajících kapek oleje, po výpočtech uvedených výše jsme vypočítali elementární náboje a po zprůměrování výsledku a výpočtu střední kvadratické odchylky, jsme se statisticky dostali ke konečnému výsledku elementárního náboje, který je velmi blízko k tabulkovým hodnotám $e = 1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19}$ C. Měření je ale jen přibližné vzhledem k tomu, že jsme museli dopočítávat násobek velikosti elementárního náboje, který jsme museli zaokrouhlovat na celé číslo. Chyby měření mohly být způsobeny měřicími přístroji, ale i lidským faktorem opožděného sepnutí stopek, ačkoli chyba opožděného sepnutí je minimální, protože jsme vypínali napětí ve stejnou chvíli jako jsme zapínali stopky.

Závěr

Výsledná hodnota elementárního náboje vypočítaná po provedeném měření je

$$e = (1,61 \pm 0,03) \cdot 10^{-19} \text{ C.}$$

Nejvyšší četnost má náboj o dvojnásobné velikosti elementárního náboje. Měření lze považovat za úspěšné z důvodu získání přijatelně přesné střední hodnoty elementárního náboje.

Seznam literatury

Návod pro úlohu Millikanův experiment: [1]

https://elearning.jcu.cz/pluginfile.php/434390/mod_resource/content/2/1_Millikanův_experiment.pdf

Chyby měření: [2]

https://elearning.jcu.cz/pluginfile.php/434322/mod_resource/content/1/chyby_mereni.pdf

[3] <http://tydenvedy.fjfi.cvut.cz/2016/cd/sbpdf/millikan.pdf>