

# Objem D-rozměrné koule

Martin Skok

July 15, 2024

## Abstract

Střílení do koule o D rozměrech

## 1 Zadání

Úloha 5.4: Objem D-rozměrné koule Určete metodou náhodného střílení objem koule v D-rozměrném prostoru, která je určena podmínkou

$$x_1^2 + x_2^2 \cdots + x_D^2 \leq 1$$

kde

$$\vec{r} = (x_1, x_2, \cdots x_D)$$

je polohový vektor v D rozměrném prostoru Určete pro D = 2, 3 a alespoň dvě větší hodnoty

## 2 Popis kódu

Nejdříve jsem nadefinoval funkci **rnd**, která bude podle nastaveného poloměru koule generovat náhodná čísla. Funkce **comp vol** potom podle definované dimenze v tomto rozmezí nastřílí N náhodných bodů a určí, jestli leží v kouli nebo ne. Objem počítám jako

$$\frac{n_{circle} \cdot 2^{DIM}}{N}$$

Kde  $n_{circle}$  je počet bodů v kouli, DIM je dimenze prostoru a N je celkový počet výstřelů.

Tento proces opakuji n krát a všechny hodnoty ukládám do n velkého řetězce. Poté ještě počítám průměr jako

$$\bar{V} = \frac{\sum_i^n V_i}{n}$$

a střední kvadratickou odchylku

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i^n (V_i - \bar{V})^2}{n(n-1)}}$$

Kde  $V_i$  je objem z jednoho měření a n je počet měření.

Teoretickou hodnotu D-prostorové koule jsem počítal jako

$$V_n(R) = \frac{\pi^{n/2}}{\Gamma(\frac{n}{2} + 1)} R^n$$

kde  $n$  je dimenze a  $R$  je poloměr koule.

### 3 Data

Všechno jsem dělal jako jednotkovou kouli, tedy poloměr koule byl vždy jedna. Počet nástřelů jsem zvolil  $N = 1000000$  a počet opakování měření  $n = 100$ . Toto mi přišlo jako ideální, jelikož mi vycházela malá chyba. Nejprve jsem spustil program 2 dimenze a 3 dimenze. Potom jsem udělal ještě 4 a 6 dimenzí.

#### 3.1 2 DIM

Teoretická hodnota pro tuto konfiguraci byla  $V_{ter} = 3.141593 \approx \pi$   
Nasimulovaný průměr mi vyšel  $\bar{V} = 3.141618$   
a odchylka mi vyšla  $\sigma = 0.00016 = 0.016\%$

#### 3.2 3 DIM

$V_{ter} = 4.188790$   
 $\bar{V} = 4.188328$   
 $\sigma = 0.000383 = 0.0383\%$

#### 3.3 4 DIM

$V_{ter} = 4.934802$   
 $\bar{V} = 4.934809$   
 $\sigma = 0.000825 = 0.0825\%$

#### 3.4 6 DIM

$V_{ter} = 5.167713$   
 $\bar{V} = 5.165654$   
 $\sigma = 0.001668 = 0.1668\%$

## 4 Závěr

Podarilo se mi úspěšně určit objem 2, 3, 4 a 6 dimenzionálních koulí. Nasimulované hodnoty se blíží k teoretickým hodnotám.