

Machine Learning für das KMU

Martin Sterchi

2023-11-24

Contents

Über das Buch	5
Zielgruppe	6
Aufbau des Buchs	6
Weiterführende Literatur	8
Lizenz	9
Kontakt	9
1 Einführung	11
1.1 Was ist Machine Learning?	11
1.2 Wann macht es Sinn ML einzusetzen?	12
1.3 Anwendungsfälle von ML	13
1.4 Supervised vs. Unsupervised Learning	13
1.5 Regression vs. Klassifikation	14
1.6 Parametrische vs. nicht-parametrische Modelle	14
1.7 Machine Learning Pipeline	14
2 Mathematik- und Statistik-Grundlagen	15
2.1 Funktionen	15
2.2 Integral- und Differentialrechnung	23
2.3 Lineare Algebra	23
2.4 Wahrscheinlichkeitsrechnung	23
2.5 Verteilungen	24
3 Einführung in das Programmieren mit R	25

4	Lineare Regression	27
5	Lineare Klassifikation	29
6	Machine Learning Pipeline	31
7	Decision Trees	33
8	Ensembles	35
9	Support Vector Machines	37
10	Artificial Neural Networks	39
11	Convolutional Neural Networks	41
12	Recurrent Neural Networks	43
13	Generative AI	45

Über das Buch

Die Motivation für dieses Buch kam aus der Erkenntnis, dass viele kleine und mittelgrosse Unternehmen (KMU) in der Schweiz zwar über grosse Datenmengen verfügen, aber nicht das nötige Knowhow haben, um die Daten zu analysieren und für die Optimierung von Entscheidungsprozessen zu nutzen. Mit diesem Buch möchte ich einen kleinen Beitrag leisten, den Knowhow Transfer von Fachhochschulen in die Unternehmen zu katalysieren.

Das Buch versucht, sowohl die klassischen Machine Learning Methoden als auch neueste Entwicklungen im Deep Learning mit einem Fokus auf die Anwendung zu vermitteln. Deep Learning kann als eine Teilmenge des Machine Learnings gesehen werden. Das heisst, jede Deep Learning Methode ist automatisch auch eine Machine Learning Methode. Machine Learning enthält jedoch weitere Methoden, welche nicht dem Deep Learning zugeordnet werden können. Das Gebiet Machine Learning ist wiederum eine Teilmenge der Methoden der Künstlichen Intelligenz. Letztere enthält weitere Methoden, welche nicht dem Machine Learning zuzuordnen sind. Abbildung 1 versucht diesen Sachverhalt schematisch darzustellen.

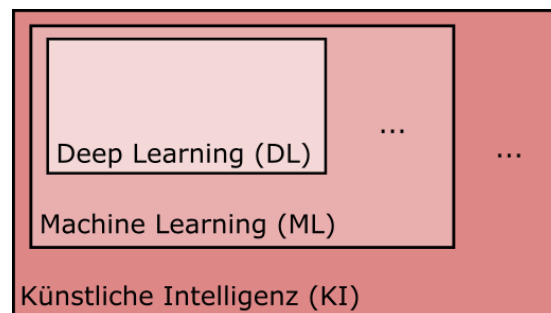


Figure 1: Unterscheidung zwischen KI, ML und DL.

Wir werden im ganzen Buch die folgenden (üblichen) Abkürzungen verwenden:

- Künstliche Intelligenz = KI (oft spricht man auch von AI, was die Abkürzung für den englischen Begriff *Artificial Intelligence* ist).

- Machine Learning = ML
- Deep Learning = DL

Obwohl das Buch einen anwendungsorientierten Ansatz verfolgt, soll die mathematisch-statistische Intuition hinter den beschriebenen Modellen und Methoden nicht zu kurz kommen. Diese Intuition ist aus meiner Sicht zwingend, um beurteilen zu können, ob sich ein Modell überhaupt für ein gegebenes Problem eignet. Am Schluss geht es nämlich darum, dass wir mit dem Einsatz von Machine Learning einen Mehrwert für ein Unternehmen oder für die Gesellschaft schaffen können. Das erfordert, dass wir uns eingehend und kritisch mit den Modellen und deren Eignung für ein gegebenes Problem auseinander setzen.

Zielgruppe

Das Buch richtet sich insbesondere an Fachhochschulstudierende in der deutschsprachigen Schweiz mit einem intrinsischen Interesse an quantitativen Methoden im Allgemeinen und Machine Learning im Besonderen. Vorausgesetzt werden Mathematikkenntnisse auf Stufe Mittelschule (Berufs- oder gymnasiale Matur), d.h. Sie sollten vertraut sein mit den Grundlagen bezüglich mathematischer Funktionen, der Integral- und Differentialrechnung sowie den wichtigsten Resultaten aus der Algebra. Ausserdem gehe ich davon aus, dass Sie bereits eine Einführung in das Thema Statistik besucht haben und Konzepte aus der deskriptiven Statistik (Mittelwert, Median, Varianz, Quantile, etc.) sowie aus der Inferenzstatistik (Verteilungen, statistisches Testen, etc.) bekannt sind.

Bevor Sie sich aber nun Sorgen machen: Kapitel 2 enthält eine Einführung in die wichtigsten Mathematik- und Statistikgrundlagen, die nötig sind für das Verständnis von Machine Learning Modellen.

Da ich mit diesem Buch einen anwendungsorientierten Ansatz verfolge, werden wir auch in das Programmieren einsteigen. Dazu verwenden wir in diesem Buch die Programmiersprache R. Es werden keine Vorkenntnisse vorausgesetzt. Kapitel 3 enthält eine kurze Einführung in die Programmiersprache R und verweist Sie auf weiterführende Ressourcen zum Thema Programmieren. Jedes Modell, das wir uns anschauen werden, ist mit R-Code dokumentiert, so dass Sie lernen, wie die Modelle in der Praxis angewendet werden können.

Aufbau des Buchs

Das Buch enthält folgende Kapitel:

- Kapitel 1: Einführung in das Thema Machine Learning mit **Definitionen** sowie Anwendungsbeispielen.
- Kapitel 2: Wichtigste **Mathematik- und Statistikgrundlagen**, die für das Verständnis der Modelle in den späteren Kapitel elementar sind.
- Kapitel 3: Einführung in das **Programmieren** mit **R** sowie Überblick über die wichtigsten **R-Packages**, die wir verwenden werden.
- Kapitel 4: Hier erlernen wir die Grundmodelle, um **Regressionsprobleme** zu lösen. Es sind lineare Modelle, was bedeutet, dass die funktionale Form der Modelle linear von den Parametern des Modells abhängen. Grafisch bedeutet dies, dass ein solches Modell im einfachsten Fall durch eine Gerade beschrieben werden kann.
- Kapitel 5: In diesem Kapitel lernen wir die Grundmodelle für das **Klassifikationsproblem** kennen. Diese Modelle führen typischerweise zu einer linearen Entscheidungsgrenze (engl. *Decision Boundary*) zwischen den verschiedenen Klassen, die wir unterscheiden oder klassifizieren wollen.
- Kapitel 6: Damit wir ML in der Praxis anwenden können, lernen wir hier die typische **ML-Pipeline** kennen. Sie werden die Techniken und Methoden kennen lernen, die es braucht, um überhaupt erst an den Punkt zu kommen, um ein ML-Modell rechnen zu können. Oft werden diese Techniken und Methoden unter dem Begriff Preprocessing der Daten zusammengefasst. Doch die Pipeline endet nicht mit dem Rechnen eines ML-Modells. Danach muss ein Modell evaluiert werden und wenn Sie als Analyst*in zufrieden sind, müssen Sie sich Gedanken machen, wie das Deployment des Modells aussehen soll. Das heisst, wie kann Ihr Modell Dritten zur Verfügung gestellt werden? Wir werden uns hier auch kurz mit den wichtigsten Techniken aus dem Unsupervised Learning befassen.
- Kapitel 7: Nach den ersten linearen Modellen für das Regressions- und Klassifikationsproblem lernen wir hier ein flexibleres Modell kennen, nämlich den **Entscheidungsbaum** (engl. *Decision Tree*). Entscheidungsbäume eignen sich sowohl für das Regressions- als auch für das Klassifikationsproblem. Obwohl sie in realen Projekten typischerweise anderen Modellen unterlegen sind, wenn es um die Vorhersagequalität geht, sind sie trotzdem attraktive Modelle, da sie gut visualisierbar sind.
- Kapitel 8: Aufbauend auf den Entscheidungsbäumen aus dem vorherigen Kapitel können sehr mächtige Modelle erstellt werden, die in der Praxis oft die besten Vorhersagen liefern. Weil es sich dabei üblicherweise um eine clevere Aggregation der Resultate einer grossen Anzahl individueller Entscheidungsbäume handelt, werden diese Modelle **Ensembles** genannt. Wie die individuellen Entscheidungsbäume eignen sich Ensembles sowohl für das Regressions- als auch für das Klassifikationsproblem.
- Kapitel 9: Ein weiteres mächtiges Modell, das sich sowohl für das Regressions- als auch für das Klassifikationsproblem eignet, sind die **Support Vector Machines**. Ihre Popularität ist mit dem Aufstieg von Deep Learning etwas verblasst. Es lohnt sich aber immer noch allemal, diese Familie von Modellen kennen zu lernen, insbesondere auch weil sie nicht als Blackbox-Modelle gelten und theoretisch gut fundiert sind.

- Kapitel 10: Ab diesem Kapitel steigen wir in das Thema Deep Learning ein. Sie werden die Architektur von einfachen **Artificial Neural Networks** (ANNs) kennen lernen. Ausserdem schauen wir uns in diesem Kapitel den genialen Backpropagation Algorithmus anhand eines einfachen linearen Regressionsproblems an. Dieser Algorithmus ist der Schlüssel für die viel diskutierten Fortschritte im Bereich der künstlichen Intelligenz, weil er das Trainieren von riesigen Modellen überhaupt erst möglich macht.
- Kapitel 11: Hier lernen wir sogenannte **Convolutional Neural Networks** (CNNs) kennen. Sie sind die Basis für die Fortschritte auf dem Gebiet Computer Vision und erlauben beispielsweise Anwendungen im Bereich automatische Gesichtserkennung in Bildern oder Videos.
- Kapitel 12: Nach ANNs und CNNs lernen wir hier **Recurrent Neural Networks** (RNNs) kennen. Diese Modelle bilden die Basis für Probleme, in denen die Daten als Sequenzen vorliegen. Das können einfache Zeitreihen (z.B. Börsenkurse) sein, aber auch komplexere Sequenzdaten wie beispielsweise geschriebene oder gesprochene Sprache oder Tonaufnahmen.
- Kapitel 13: In diesem letzten Kapitel geht es schliesslich um **Generative KI**. Wir beschäftigen uns hier also mit Modellen, die nicht nur einfach ein Vorhersageprobleme lösen können, sondern auch neue Inhalte (z.B. Texte, Musik, Bilder) generieren können. Nach dem Lesen dieses Kapitels sollten Sie ein grundlegendes Verständnis für die Funktionsweise von Modellen wie Chat-GPT haben.

Weiterführende Literatur

Ein grosser Teil des vorliegenden Buchs baut auf bestehenden Büchern zum Thema Machine Learning auf. Ich werde im Buch immer wieder auf die Quellen verweisen. Die wichtigsten Referenzen für dieses Buch sind folgende:

- Gareth James, Daniela Witten, Trevor Hastie, Robert Tibshirani. (2021). An Introduction to Statistical Learning: with Applications in R. New York: Springer. 2nd Edition.
- Aurélien Géron. (2019). Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow: Concepts, Tools, and Techniques to Build Intelligent Systems. Sebastopol: O'Reilly Media Inc. 3rd Edition.
- Christopher M. Bishop. (2006). Pattern Recognition and Machine Learning. Berlin, Heidelberg: Springer.
- Kevin P. Murphy. (2012). Machine Learning A Probabilistic Perspective. The MIT Press.

Die ersten beiden Referenzen sind einführende Texte und können parallel zum vorliegenden Buch gelesen werden. Die letzten zwei Referenzen sind fortgeschrit-

tene Texte und ich empfehle, sie erst nach dem vollständigen Verständnis des vorliegenden Buchs oder der ersten beiden Referenzen zu lesen.

Lizenz

Das vorliegende Buch ist unter Lizenz CC BY-NC-SA 4.0 DEED (Namensnennung, nicht-kommerziell, Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International) lizenziert. Bitte halten Sie sich an die Lizenzbedingungen.

Kontakt

Für Fragen und Anregungen zum Buch stehe ich gerne zur Verfügung:

Martin Sterchi
Riggenbachstrasse 16
4600 Olten
martin.sterchi@fhnw.ch

Chapter 1

Einführung

In diesem Kapitel geht es darum zu verstehen, was ML überhaupt ist, warum es nützlich sein kann und was typische Anwendungsfälle von ML sind. Wir werden ausserdem die verschiedenen Arten von ML kennen lernen.

1.1 Was ist Machine Learning?

Kurze Geschichte von ML

Wie der Name sagt, geht es im ML darum, dass eine Maschine (oder präziser, ein Computer) aus einem gegebenen Datensatz automatisch lernt, ohne dass ein Mensch dem Computer sagen muss, was er lernen soll. Der Mensch gibt jedoch dem Computer die Rahmenbedingungen für das selbständige Lernen vor.

Bevor wir etwas konkreter anschauen, wie genau ein Computer selbständig aus Daten lernen kann, schauen wir uns die Definitionen von zwei Experten im Gebiet ML an:

“[Machine Learning is the] field of study that gives computers the ability to learn without being explicitly programmed.” Arthur Samuel, 1959

“Machine Learning is the science (and art) of programming computers so they can learn from data.” Aurélien Géron¹

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass wir mit ML dem Computer die Möglichkeit geben, automatisch und selbständig aus Daten zu lernen. Nichtsdestotrotz braucht es Sie als ML-Expert*in, und zwar wie folgt:

¹Aurélien Géron. (2019). Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow: Concepts, Tools, and Techniques to Build Intelligent Systems. Sebastopol: O'Reilly Media Inc. 3rd Edition.

1. Sie entscheiden sich für ein spezifisches ML Modell. Typischerweise kann ein ML Modell durch eine mathematische Funktion (Kapitel 2) charakterisiert werden. ML Modelle können unterschiedlich flexibel sein und es liegt im Ermessen von Ihnen, wie flexibel das Modell sein soll. Grundsätzliche gilt bei der Wahl des Modells, dass flexiblere Modelle komplexere Sachverhalte abbilden können. Ein zu flexibles Modell kann aber zu Overfitting führen, aber dazu später mehr.
2. Sobald Sie das Modell ausgewählt haben, übergeben Sie dem Computer das Modell, einen Datensatz sowie einen Lernalgorithmus. Nun hat der Computer alle Zutaten, um automatisch zu lernen, doch was lernt er eigentlich? Der Computer lernt die Parameter Ihres gewählten Modells, so dass das Modell sich optimal an die Daten anpasst.
3. Das so erlernte Modell kann nun entweder verwendet werden, um ...

1.2 Wann macht es Sinn ML einzusetzen?

Ein ML Modell zu trainieren kann viel Zeit und Geld kosten. Zum Beispiel müssen Sie unter Umständen überhaupt erst die Daten sammeln, um ein Modell zu erlernen. Oder das Projekt ist so komplex, dass Sie als Analyst*in unzählige Stunden benötigen, um die Daten überhaupt erst in eine Form zu bringen, die es erlaubt ein Modell zu trainieren. Für neuartige DL Modelle oder Generative KI kann das Trainieren bzw. Lernen eines Modells durch den reinen Stromverbrauch bzw. die vom Cloud-Betreiber in Rechnung gestellten Kosten so hoch sein, dass sich Ihr ursprüngliches Vorhaben nicht mehr lohnt. Es ist also ungemein wichtig, dass Sie sich vor Projektbeginn gut überlegen, ob ML für Ihr vorliegendes Problem überhaupt Sinn macht und einen Mehrwert generieren kann.

Folgende Daumenregeln können Ihnen dabei helfen, zu entscheiden, ob ML für Ihr Projekt Sinn macht:

- Der manuelle Arbeitsaufwand ist sehr gross, wenn das Problem durch Menschen gelöst werden soll. Das Problem ist aber ansonsten klar strukturiert und benötigt keinen grossen kognitiven Einsatz eines Menschen. Beispiel: In den Post-Verteilzentren werden die von Hand geschriebenen PLZ problemlos mittels Computer bzw. ML Modellen “gelesen” und die Briefe und Pakete entsprechend sortiert.
- Komplexe Probleme, in denen ein Mensch keinen Überblick hat, weil so viele Daten vorhanden sind (Bsp. Anscombe Quartett).
- Wenn sich das Problem dynamisch verändert. ML erlaubt es uns, ein Modell effizient mit neuen Daten zu rechnen und so an das veränderte Problem anzupassen.
- ...

1.3 Anwendungsfälle von ML

Stellen Sie sich vor, wir haben einen Datensatz mit 300 Spam Emails und 700 “Ham” Emails (kein Spam). Ohne Machine Learning müssten wir nun von Hand die 300 Spam Emails mit den 700 Ham Emails vergleichen und versuchen, Muster zu finden, die es uns erlauben Regeln aufzustellen, um die Spam Emails korrekt zu klassifizieren (z.B. Spam enthält tendenziell eher Geldbeträge oder Preise als Ham). Danach könnten wir die Regeln mit R implementieren. Dann stellt sich aber auch noch die Frage, wie die verschiedenen Regeln miteinander kombiniert werden, um eine Klassifikation zu machen. Dieses Vorgehen würde sehr viel zu tun geben und es würde gezwungenermaßen zu willkürlichen Entscheidungen führen.

Machine Learning führt zu i) weniger Aufwand und ii) besseren Lösungen, indem wir in einem R-Skript ein Modell (z.B. logistische Regression) aufsetzen und dann dem Modell die Daten in geeigneter Form füttern. Danach lernt der Computer selbständig, wie er die Emails bestmöglich in Spam und Ham klassifiziert.

ML Beispiele - Spam Filter - ChatGPT - Face Recognition in Fotos

1.4 Supervised vs. Unsupervised Learning

Beim Supervised Learning geht es um ML Probleme, in denen sowohl Input-Daten als auch ein Output vorhanden ist. Für die Input-Daten gibt es ganz viele verschiedene Begriffe, die synonym verwendet werden: z.B. Features, unabhängige Variablen, Attribute, Prädiktoren. Dasselbe gilt für den Output, hier gibt es folgende Synonyme: Zielvariable, abhängige Variable, Label, oder auch einfach y .

Mathe Notation einführen.

Ziel ist es, ein Modell zu lernen, das basierend auf den Input-Daten möglichst gute Vorhersagen für den Output macht. Es geht also hier um Vorhersageprobleme. In einem gewissen Sinn ist der Output der Supervisor, der den Lernprozess des Modells überwacht.

Neben dem Supervised und dem Unsupervised Learning gibt es noch eine dritte erwähnenswerte ML Kategorie, nämlich Reinforcement Learning (RL). Dieser Kategorie gehören Modelle an, die sogenannte (virtuelle) Agenten so trainieren, dass sie langfristig möglichst optimal handeln. Das bekannteste Beispiel aus dem RL ist Googles AlphaGo Agent, welcher den menschlichen Go Weltmeister im Jahr 2017 schlug.

1.5 Regression vs. Klassifikation

Im Bereich des Supervised Learnings unterscheiden wir zwischen Regressions- und Klassifikationsproblemen.

Im Regressionsproblem ist der Output bzw. die Zielvariable eine stetige Variable (Intervall- oder Verhältnisskalierung), d.h. die Variable enthält numerische Werte.

Im Klassifikationsproblem ist der Output bzw. die Zielvariable eine kategorische Variable (Nominal- oder Ordinalskalierung).

1.6 Parametrische vs. nicht-parametrische Modelle

K-Nearest Neighbor als erstes (nicht-parametrisches) Beispiel Hier erste kleine App

1.7 Machine Learning Pipeline

Pipeline zeigen

Chapter 2

Mathematik- und Statistik-Grundlagen

In diesem Kapitel repetieren wir die wichtigsten Grundlagen aus der Mathematik und Statistik, die es braucht, um Machine Learning Modelle zu verstehen. Das Thema *Lineare Algebra* wird für die meisten von Ihnen wahrscheinlich Neuland sein.

2.1 Funktionen

Eine Funktion, die wir in der Mathematik typischerweise mit f bezeichnen, ordnet jedem **Argument** x aus dem Definitionsbereich D (engl. *Domain*) **genau einen Wert** y aus dem Wertebereich W (engl. *Codomain*) zu. Oft sind D und W die Menge der reellen Zahlen, also \mathbb{R} . Die Menge der reellen Zahlen enthält alle möglichen Zahlen, die Sie sich vorstellen können.¹ Zum Beispiel die Zahlen 3, -4.247 , $\sqrt{14}$, $5/8$, etc.

Wie eine Funktion grafisch aussieht, ist aus Panel (a) der Abbildung 2.1 ersichtlich. Hier zeigen wir die Form einer Funktion in einem kartesischen Koordinatensystem. Die Funktionskurve weist jedem Wert x auf der x-Achse genau einen Wert y auf der y-Achse zu. Der wichtigste Teil der oben aufgeführten Definition ist der Teil “genau einen Wert”, denn eine Funktion kann einem Element x nicht zwei oder mehr Werte zuweisen, sondern nur genau einen. Genau aus diesem Grund handelt es sich bei Panel (b) in Abbildung 2.1 *nicht* um eine Funktion, da gewissen x -Werten mehrere Werte y zugeordnet werden. *Wichtig*: das heisst aber nicht, dass zwei verschiedenen x -Werten, nennen wir sie x' und x'' , derselbe y -Wert zugeordnet werden kann (vgl. Panel (a)).

¹Einzige Ausnahme sind die komplexen Zahlen.

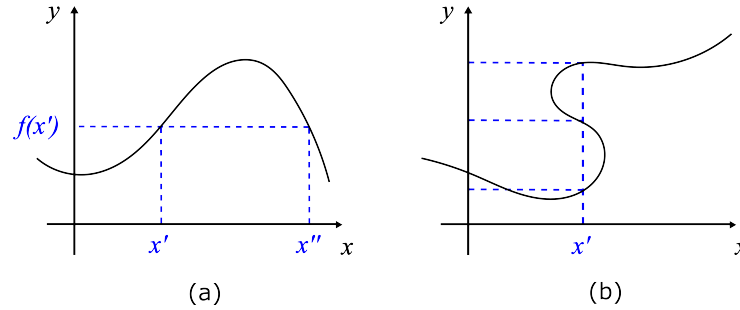


Figure 2.1: (a) Eine Funktion, die jedem x -Wert genau einen y -Wert zuweist. (b) Keine Funktion.

Mathematisch wird diese allgemeine Definition einer Funktion häufig wie folgt beschrieben:

$$f : x \mapsto y$$

Wir haben also eine Funktion f , die jedem Element x genau einen Wert y zuweist. Der Pfeil in obiger mathematischer Schreibweise beschreibt genau dieses Mapping. Wie genau dieses Mapping einem Argument x den entsprechenden y -Wert zuordnet, wird durch die Funktion $f(x)$ beschrieben. In den folgenden Abschnitten schauen wir uns typische Beispiele von Funktionen an, angefangen mit linearen Funktionen. Doch vorher wollen wir uns kurz überlegen, warum Funktionen für das Machine Learning überhaupt wichtig sind. Ein grosser Teil des Machine Learnings, der **Supervised Learning** genannt wird, befasst sich mit dem Problem, wie eine Zielvariable y mithilfe von einem oder mehreren Prädiktoren x vorhergesagt werden kann. Ein Machine Learning Modell ist darum nichts anderes als eine Funktion $y = f(x)$, die basierend auf den Prädiktoren x die Zielvariable y möglichst gut beschreiben kann.²

2.1.1 Lineare Funktionen

Nun schauen wir uns an, wie eine **lineare** Funktion aussieht. Eine lineare Funktion kann allgemein wie folgt geschrieben werden:

$$y = f(x) = a \cdot x + b$$

Obige Funktionsgleichung besagt, dass wir den entsprechenden y -Wert kriegen, indem wir den Wert des Arguments x mit a multiplizieren und danach eine Konstante b addieren. a und b sind die **Parameter** dieser Funktion. Die konkreten Zahlenwerte dieser beiden Parameter definieren, wie die Funktion am Schluss genau aussieht.

²Zumindest aus einer nicht-probabilistischen Perspektive.

Eine lineare Funktion hat auch eine geometrische Interpretation und zwar entspricht eine lineare Funktion einer Gerade. Das ist auch der Grund, warum wir diese Funktionen **linear** nennen, sie können graphisch durch eine “Linie” dargestellt werden. Der Parameter a ist die Steigung dieser Geraden und der Parameter b entspricht dem Ort, wo die Gerade die y -Achse schneidet (sogenannter y -Achsenabschnitt).

Am besten schauen wir uns ein paar konkrete Beispiele an (Abb. 2.2).

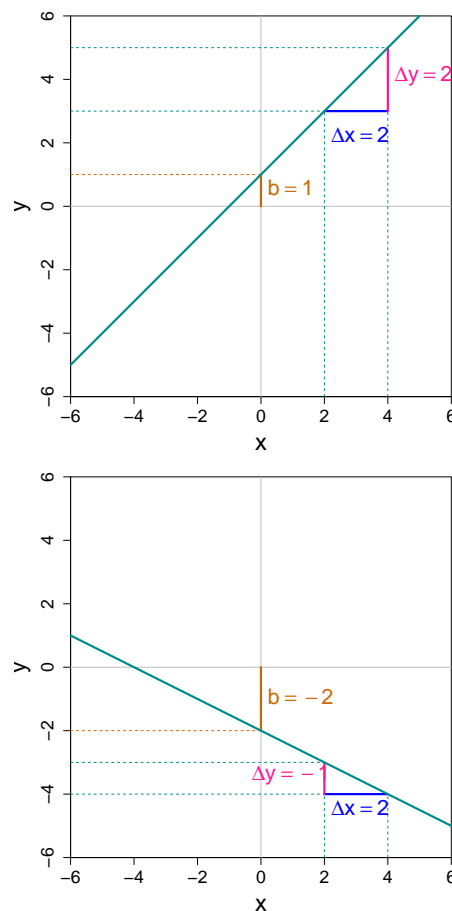


Figure 2.2: Beispiele linearer Funktionen.

Aus der linken Abbildung können wir ablesen, dass die Steigung dieser Geraden $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{2} = 1$ ist und dass die Gerade die y -Achse am Ort 1 schneidet. Die entsprechende lineare Funktion kann dementsprechend als $y = x + 1$ geschrieben werden.³

³Wir müssen hier die Steigung 1 nicht explizit schreiben, aber selbstverständlich ist es nicht

Aus der rechten Abbildung können wir ablesen, dass die Steigung $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{2} = -0.5$ ist und dass die Gerade die y-Achse am Ort -2 schneidet. Die entsprechende lineare Funktion kann dementsprechend als $y = -0.5 \cdot x - 2$ geschrieben werden.

Es ist wichtig zu sehen, dass der Effekt einer Veränderung von x (also Δx) auf y überall derselbe ist. Es spielt also keine Rolle, ob wir von $x = -2$ zu $x = -1$ gehen oder von $x = 100$ zu $x = 101$, die entsprechende Veränderung in y (also Δy) wird dieselbe sein. Das muss so sein, denn die Gerade steigt (oder sinkt) mit konstanter Steigung.

Aufgaben

1. Zeichnen Sie die Funktion $y = 2 \cdot x$ in ein Koordinatensystem ein. Warum fehlt der Parameter b ?
2. Zeichnen Sie die Funktion $y = -3$ in ein Koordinatensystem ein. Ist das überhaupt eine Funktion nach obiger Definition?

2.1.2 Quadratische Funktionen

Nun wollen wir uns eine etwas interessantere (und flexiblere) Familie von Funktionen anschauen, nämlich **quadratische** Funktionen. Auch hier wollen wir die Funktion erstmal allgemein aufschreiben:

$$y = f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

Eine quadratische Funktion hat drei **Parameter**, nämlich a , b und c . Grafisch entspricht die quadratische Funktion einer **Parabel** (vgl. Abb. 2.3). Die Parameter sind hier nicht mehr so einfach grafisch zu interpretieren, aber die vier Beispiele in unten stehender Abbildung geben Anhaltspunkte, was passiert, wenn die Parameterwerte sich ändern.

Aufgaben

1. Sie haben folgende quadratische Gleichung: $y = 2 \cdot x^2 + x - 2$. Berechnen Sie mit der bekannten Lösungsformel $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ die Orte auf der x-Achse, wo die Parabel die Achse schneidet (oder einfacher gesagt die Nullstellen).
2. Verwenden Sie folgenden R-Code, um beliebige quadratische Funktionen grafisch darzustellen, indem Sie die Parameterwerte auf der ersten Code-Zeile verändern.

falsch die lineare Funktion als $y = 1 \cdot x + 1$ zu schreiben.

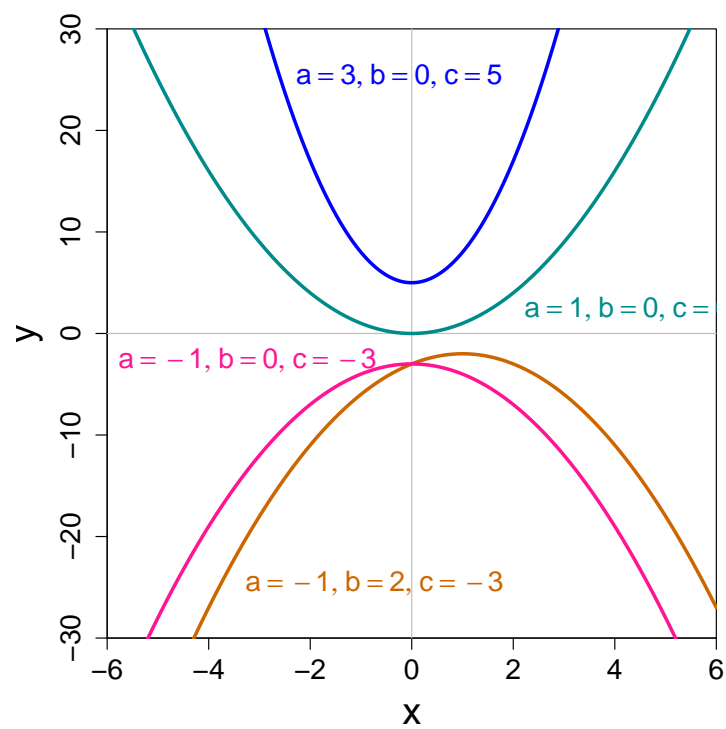


Figure 2.3: Beispiele quadratischer Funktionen.

```

# Parameter setzen
a <- 2; b <- 0; c <- 1
# Quadratische Funktion
quad <- function(x, a, b, c) {a * x^2 + b * x + c}
# x-Werte
x <- seq(-6, 6, 0.01)
# y-Werte
y <- quad(x, a, b, c)
# Plot
plot(x, y, type = "l", lwd = 2, col = "darkcyan")

```

Sie wundern sich nun vielleicht, könnte man nicht auch eine Funktion antreffen, in der x^3 , x^4 , etc. vorkommen? Das ist selbstverständlich möglich. In diesem Fall spricht man dann von einem sogenannten **Polynom**. Die höchste Potenz des Arguments x definiert den Grad des Polynoms.

Schauen wir uns doch am besten gleich wieder ein Beispiel an:

$$y = f(x) = 1 \cdot x^4 - 2 \cdot x^3 - 5 \cdot x^2 + 8 \cdot x - 2$$

Die Visualisierung dieser Funktion ist in Abb. 2.4 gegeben. Diese Funktion ist nun bereits enorm flexibel und kann je nach Parameterwerten ganz unterschiedliche Zusammenhänge abbilden.

Aufgaben

1. Eine quadratische Funktion ist ein Polynom welchen Grades?
2. Handelt es sich bei der Funktion $y = 2x^5 + x + 1$ immer noch um ein Polynom? Falls ja, ein Polynom welchen Grades?
3. Handelt es sich bei der Funktion $y = x^{0.5} + 2$ um ein Polynom?

2.1.3 Funktionen mehrerer Argumente

Bisher haben wir nur Funktionen mit **einem Argument** x angeschaut, doch die meisten für das Machine Learning interessanten Funktionen sind Funktionen **mehrerer Argumente**.

Der Einfachheit halber schauen wir uns hier nur mal eine **lineare** Funktion zweier Argumente, nennen wir sie x_1 und x_2 , an, denn diese können wir in 3D immer noch visualisieren. Wir betrachten folgende Funktion: $y = f(x_1, x_2) = 1 \cdot x_1 + 0.5 \cdot x_2 + 5$.

Aha! Während eine lineare Funktion eines Arguments grafisch einer Gerade entspricht, sehen wir nun, dass eine lineare Funktion zweier Argumente nichts anderes als eine Ebene darstellt. Wir sehen, dass die Ebene die y-Achse am Punkt 5 schneidet. Etwas schwieriger zu sehen ist die Steigung der Ebene in

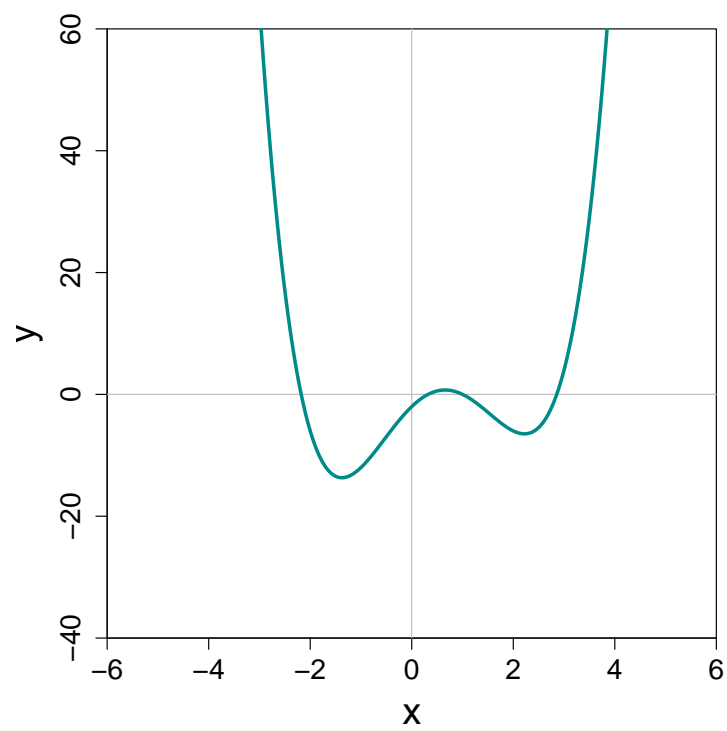


Figure 2.4: Beispiel einer polynomischen Funktion vierten Grades.

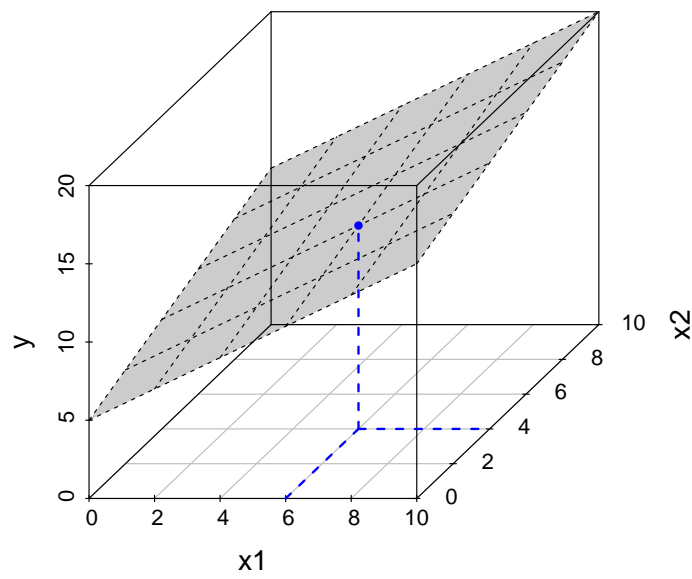


Figure 2.5: Lineare Funktion zweier Argumente (Ebene).

die Richtung der x_1 -Achse und in die Richtung der x_2 -Achse. Sie können aber vielleicht bereits erraten, dass die (partiellen) Steigungen 1 und 0.5 betragen.

Die Funktion ordnet jeden möglichen Punkt (x_1, x_2) einem Punkt auf der Ebene zu. Wir können zum Beispiel für den in Abb. 2.5 eingezeichneten Punkt $(6, 4)$ den entsprechenden Punkt auf der Ebene ausrechnen:

$$\begin{aligned} y &= 1 \cdot x_1 + 0.5 \cdot x_2 + 5 \\ &= 1 \cdot 6 + 0.5 \cdot 4 + 5 \\ &= 13 \end{aligned}$$

Selbstverständlich könnten wir uns nun auch quadratische Funktionen oder Polynome mehrerer Argumente anschauen, aber darauf verzichten wir vorerst.

2.1.4 Potenzen und Logarithmen

Blabla...

2.2 Integral- und Differentialrechnung

Olteanu materials: Local vs. global minima From a maximization to a minimization problem Basic definition of derivative Differentiation rules local min., max. and saddle point Second derivative test Partial derivatives What is a gradient? What is Hessian? What is Jacobian? Chain rules Lagrange optimization

2.3 Lineare Algebra

Olteanu materials: What is a scalar? What is a vector? What is a matrix? Vector norms Inner products Symmetric, diagonal, square and identity matrix Associative, commutative laws for matrices Matrix addition and multiplication Matrix inversion Eigenvectors and eigenvalues Quadratic form and positive (semi-) definiteness Differentiation rules for matrices

2.4 Wahrscheinlichkeitsrechnung

Olteanu materials: Sample space and axioms of probability Conditional probability definition Discrete vs. continuous random variables Joint probability distributions Expectation and variance, covariance (always for discrete and continuous) Bernoulli, Binomial, Normal, Multivariate Normal, Laplace

2.4.1 Diskrete Zufallsvariablen

Wir werden später sehen, dass im Machine Learning oftmals Dinge als **Zufallsvariablen** modelliert werden. Eine Zufallsvariable X ist eine Variable, für die der konkrete Wert nicht von vornherein klar ist. Wir können mit X zum Beispiel das Resultat eines Münzwurfs modellieren. Die zwei möglichen Resultate sind Kopf und Zahl. Vor dem Münzwurf ist nicht klar, ob Kopf oder Zahl erscheinen wird. Genau darum modellieren wir das Resultat des Münzwurfs als Zufallsvariable.

Es gibt in diesem einfachen Beispiel nur zwei mögliche Resultate (Kopf und Zahl), d.h. die Anzahl möglicher Resultate ist endlich (= nicht unendlich). Darum handelt es sich in diesem Fall um eine **diskrete** Zufallsvariable.

2.5 Verteilungen

Chapter 3

Einführung in das Programmieren mit R

leaRn Materialien

tidymodels

Referenzen auf andere Ressourcen (Hadley et al.)

Chapter 4

Lineare Regression

Chapter 5

Lineare Klassifikation

Chapter 6

Machine Learning Pipeline

Chapter 7

Decision Trees

Chapter 8

Ensembles

Chapter 9

Support Vector Machines

Chapter 10

Artificial Neural Networks

Chapter 11

Convolutional Neural Networks

Chapter 12

Recurrent Neural Networks

Chapter 13

Generative AI