

# Mostra Catalunya

1. Un ordinador personal té operatius dos programes antivirus A1 i A2 que actuen simultàniament i de forma independent. Davant la presència d'un virus, el programa A1 el detecta amb una probabilitat de 0.9 i el programa A2 el detecta amb una probabilitat de 0.8. Calculeu de forma raonada:
  - (a) La probabilitat que un virus qualsevol sigui detectat.
  - (b) Si un virus ha estat detectat, quina és la probabilitat que l'hagi detectat l'antivirus A1?
  - (c) Si un virus ha estat detectat, quina és la probabilitat que l'hagin detectat els dos antivirus A1 i A2?
  - (d) Un software adicional altera el funcionament de l'antivirus A2 de manera que la probabilitat que detecti un virus ja no és de 0.8. Quina és aquesta nova probabilitat si sabem que un virus és detectat per A1 i no per A2 amb probabilitat 0.27?
2. En un poble hi ha dos instituts que anomenarem A1 i A2. En tots dos instituts es pot estudiar el batxillerat científic (que anomenarem B1) o l'humanístic (que anomenarem B2). Seleccionem un alumne a l'atzar i se sap que la probabilitat que pertanyi a l'institut A1 és de 0.3, la probabilitat que pertanyi a l'institut A2 és de 0.7. D'altra banda, la probabilitat que estudiï el batxillerat científic si sabem que pertany a l'institut A1 és de 0.55 mentre que la probabilitat que estudiï el batxillerat científic si sabem que pertany a l'institut A2 és de 0.59.
  - (a) Calcula les probabilitats que un alumne estudiï el batxillerat B1 a l'institut A1, que estudiï el batxillerat B1 a l'institut A2, que estudiï el batxillerat B2 a l'institut A1, i que estudiï el batxillerat B2 a l'institut A2.
  - (b) Si en aquest poble hi ha exactament 1000 estudiants, quants esduïen cada batxillerat a cada institut?
  - (c) El curs vinent arribaran 20 alumnes nous al poble i tots faran batxillerat B2 a l'institut A1. Quina serà la nova probabilitat que un alumne estudiï batxillerat B1 si sabem que pertany a l'institut A1?
3. Els components electrònics produïts per una determinada empresa són defectuosos amb una certa probabilitat  $p$ . L'empresa ven els components en paquets de 10 i es compromet a retornar els diners si el paquet conté 2 o més components defectuosos.
  - (a) Calcula, en funció de  $p$ , la probabilitat que et retornin els diners si compres un paquet de components.
  - (b) Si  $p = 0.01$ , quina és la probabilitat de que, comprant 3 paquets de components, et retornin els diners de, com a mínim, un dels paquets? Aquest resultat augmenta o disminueix quan  $p$  augmenta? Raona la resposta.
  - (c) Si  $p = 0.01$ , calcula la probabilitat que comprant 4 paquets et retornin els diners d'exactament dos d'ells.
4. Considera l'experiment següent: tirem un dau equilibrat i, a continuació, tirem tantes monedes (equilibrades també) com indiqui el resultat del dau.
  - (a) Calcula la probabilitat que obtinguem exactament 3 cares.
  - (b) Calcula la probabilitat que obtinguem exactament 3 cares sabent que el resultat del dau ha estat un nombre parell.

- (c) Calcula la probabilitat que obtinguem exactament 3 cares sabent que la primera moneda ha donat creu.
5. L'Anna i el Blai juguen al joc següent: començant per l'Anna, s'alternen tirant una moneda equilibrada fins a un màxim de 4 cops cadascú; el primer que obtingui cara guanya, i si els hi surten vuit creus empaten.
- (a) Calcula la probabilitat que guanyi l'Anna i la probabilitat que guanyi el Blai. Qui té més possibilitats de guanyar?
- (b) Aquestes dues quantitats han de sumar 1? Justifica la resposta.
- (c) Ara suposem que la moneda està trucada i que la probabilitat que surti cara en una tirada és  $0 < p < 1$ . Quan ha de ser  $p$  per tal que l'Anna tingui el triple de possibilitats de guanyar el joc?
6. Tirem un dau equilibrat repetides vegades fins que surti un sis, moment en el qual parem.
- (a) Quina és la probabilitat que després de  $n$  tirades encara no hagi sortit cap sis?
- (b) Quantes tirades hem de fer, com a mínim, per tal que la probabilitat que surti un sis sigui igual o superior a 0.95?
- (c) Sabent que ens ha sortit el primer sis a la cinquena tirada, quina és la probabilitat que no hagi sortit cap cinc ni cap quatre?

## PAU Asturias

1. (2017 Juny Opció A P4) Una urna A contiene tres bolas numeradas del 1 al 3 y otra urna B, seis bolas numeradas del 1 al 6. Se elige, al azar, una urna y se extrae una bola.
- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea una bola con el número 1?
- (b) Si extraída la bola resulta tener el número 1, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la urna A?
2. (2017 Juny Opció B P4) En un asociación benéfica se reparten dos productos, harina y leche. Todas la personas que entran cogen dos unidades a elegir entre los dos tipos de producto. El 70% de las personas que entran cogen harina y el 40% los dos productos. Calcula:
- (a) La probabilidad de que una persona que entre coja leche.
- (b) La probabilidad de que una persona que entre coja un solo tipo de producto.
- (c) Una persona que sale de la asociación lleva leche. ¿Cuál es la probabilidad de que haya cogido también harina?
3. (2017 Set. Opció A P4) En una cierta enfermedad el 60% de los pacientes son hombres y el resto mujeres. Con el tratamiento que se aplica se sabe que se curan un 70% de los hombres y un 80% de las mujeres. Se elige un paciente al azar.
- (a) Calcula la probabilidad de que se cure de la enfermedad.
- (b) Si un paciente no se ha curado, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

4. (2017 Set. Opció B P4) De una baraja española Daniel y Olga extraen 8 cartas: los cuatro ases y los cuatro reyes. Con esas 8 cartas Olga da dos cartas a Daniel y posteriormente una para ella. Calcula:
- (a) La probabilidad de que Daniel tenga dos ases.
  - (b) La probabilidad de que Daniel tenga un as y un rey.
  - (c) La probabilidad de que Olga tenga un as y Daniel no tenga dos reyes.
5. (2018 Juny Opció A P4) En un espacio muestral se tienen dos sucesos independientes:  $A$  y  $B$ . Se conocen las siguientes probabilidades:  $p(A \cap B) = 0.3$  y  $p(A|B) = 0.5$ . Calcula
- (a)  $p(A)$  y  $p(B)$ .
  - (b)  $p(A \cup B)$  y  $p(B|A)$ .
  - (c) La probabilidad de que no ocurra ni el suceso  $A$  ni el suceso  $B$ .
6. (2018 Juny Opció B P4) En la siguiente tabla se muestra la distribución de un grupo de personas en relación al consumo de tabaco:

	Fumador	No fumador
Hombres	10	20
Mujeres	20	40

Se elige en ese grupo una persona al azar. Calcula las probabilidades de los siguientes sucesos diferentes:

- (a) Sea fumador.
  - (b) Sabiendo que es fumador, se trate de una mujer.
  - (c) Se extrae una segunda persona al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que una fume y la otra no?
7. (2019 Juny Opció A P4) Un monitor de tenis compra un cañón para lanzar bolas. En las especificaciones del cañón se indica que falla el lanzamiento el 10% de la veces.
- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que, de 20 bolas lanzadas, se tengan exactamente 5 fallos?
  - (b) ¿Cuál es la probabilidad de que como mucho falle 2 veces de los 20 lanzamientos?
- Nota: Se pueden dejar indicadas las operaciones en potencias, sin necesidad de realizarlas.
8. (2019 Juny Opció B P4) Pedro y Luis son aficionados a los dardos. Pedro acierta en el centro el 10% de las veces y cada vez que acierta gana 400€. Luis acierta en el centro el 20% de las veces y cada vez que acierta gana 100€. Cuando fallan no ganan ni pierden nada. Tira cada uno dos dardos. Calcula las siguientes probabilidades:
- (a) Que Luis acierte en el centro las dos veces.
  - (b) Que Pedro acierte en el centro una sola vez.
  - (c) Que entre los dos hayan ganado 600€.
9. (2019 Set. Opció A P4) Alicia tiene dos cajones. En uno tiene las camisetas y en el otro las faldas. La tabla muestra el número de todas las prendas que guarda en los dos cajones agrupadas en tres tipos: lisas, dibujos o rayas.

	Lisas	Dibujos	Rayas
Camisetas	10	5	10
Faldas	5	15	10

Se elige al azar una prenda de cada cajón. Calcula la probabilidad de que:

- (a) Las dos sean de rayas.
  - (b) Las dos sean del mismo tipo.
  - (c) Al menos una de ellas no sea de rayas.
10. (2020 Juny B4.A) En un espacio muestral se tienen dos sucesos: A y B. Se conocen las siguientes probabilidades:  
 $P(A \cap B) = 0.3$ ,  $P(A|B) = P(B|A)$  y  $P(\bar{A}) = 0.2$  ( $\bar{A}$  suceso contrario). Calcula:
- (a)  $P(B|A)$ .
  - (b)  $P(B)$ .
  - (c) ¿Son los sucesos independientes?
11. (2020 Set. B4.A) En un curso de un instituto hay tres clases: la clase A con 50 alumnos, la clase B con 30 y la clase C con 20. Cada clase tiene un profesor distinto de matemáticas. Con el profesor de la clase A aprueban el 40% de los alumnos, con el de la clase B el 50% y con el de la clase C el 75% de los alumnos. Se coge al azar un alumno del curso. Calcula:
- (a) La probabilidad de que el alumno haya aprobado matemáticas.
  - (b) Sabiendo que ha aprobado, cuál es la probabilidad de que sea de la clase B.
12. (2021 Juny B4.A) En un edificio hay dos ascensores. Cada vecino, cuando utiliza el ascensor, lo hace en el primero el 60% de las veces y en el segundo el 40%. El porcentaje de fallos del primer ascensor es del 3% y del segundo es del 8%.
- (a) Un vecino usa un ascensor. ¿Cuál es la probabilidad de que el ascensor falle?
  - (b) Otro día, un vecino coge un ascensor y le falla. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido el segundo?
13. (2021 Set. B4.A) Se tienen tres cajas. En la caja A hay 4 bolas negras y 6 bolas rojas. En la caja B, 6 dados negros y 2 dados rojos y en la caja C, 2 dados negros y 4 dados rojos. El suceso consiste en sacar una bola y un dado. En primer lugar se extrae al azar una bola de la caja A. Si es negra, se extrae al azar un dado de la caja B pero, si la bola es roja se extrae al azar un dado de la caja C. Calcula las probabilidades de los siguientes sucesos sin relación entre ellos:
- (a) La probabilidad de que la bola y el dado sean rojos.
  - (b) La probabilidad de que la bola y el dado sean del mismo color.
  - (c) La probabilidad de que el dado sea rojo.
14. (2022 Juny B4.A) Se tienen tres sobres, A, B y C. En el sobre A hay dos cartas de copas y tres de bastos. En el sobre B tres cartas de copas y dos de bastos y en el sobre C cuatro de copas y una de bastos. Se tira un dado y se saca una carta del sobre A si el resultado es impar, del sobre B si el resultado es 4 o 6 y del sobre C si el resultado es un 2.
- (a) Calcula la probabilidad de que se obtenga una carta de bastos.

- (b) Se extrae una carta y resulta ser copas ¿cuál es la probabilidad de que se haya extraído del sobre B?
15. (2022 Set. B4.A) En una oficina del ayuntamiento se asigna un número a cada persona que entra. Se observa que el 70% de las personas que entran son mujeres. El 40% de los hombres y el 30% de las mujeres que entran son menores de 30 años.
- (a) Calcule la probabilidad de que un número sea asignado a una persona menor de 30 años.
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de que un número sea asignado a un hombre que no tiene menos de 30 años?
- (c) Si la persona a la que se le ha asignado un número no tiene menos de 30 años ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre?
16. (2023 Juny P7) Una compañía tiene tres centrales en Europa en la que se fabrica el mismo producto. El 60% de las unidades de dicho producto se fabrica en España, el 25% en Francia y el resto en Portugal. Se observa que de las unidades fabricadas tienen algún defecto el 1% de los fabricados en España, el 0.5% de los fabricados en Francia y el 2% de los fabricados en Portugal. El departamento de control de calidad central toma una de las unidades fabricadas al azar.
- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que la unidad seleccionada tenga algún defecto?
- (b) Si la unidad seleccionada es defectuosa ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricada en Portugal?
17. (2023 Set. P7) Una imprenta compra la tinta a dos empresas distintas. En la empresa A compra el 60% de sus pedidos, y el resto a la empresa B. Se observa que el 1.6% de las cajas de tinta de la empresa A llegan con defecto, mientras que de la empresa B sólo el 0.9% son defectuosas. Se toma una caja al azar:
- (a) Calcula la probabilidad de que la caja sea defectuosa.
- (b) Si la caja seleccionada no es defectuosa, calcule la probabilidad de que se haya comprado a la empresa A.