

Proyecto Global Integrador: Guía de Trabajo

Control de Accionamiento de CA con Motor Sincrónico de Imanes Permanentes

1. Objetivo y Alcances

Proyecto didáctico, con el objetivo de integrar los conocimientos y competencias fundamentales del Espacio Curricular “Automática y Máquinas Eléctricas” en una aplicación mecatrónica concreta, a partir de *Especificaciones de Requisitos* simplificadas.

Modelado, simulación, diseño y análisis de desempeño de un *Sistema de Control Automático de Posición y Movimientos* para un *Accionamiento Eléctrico de 4 cuadrantes*, compuesto por: **máquina eléctrica de corriente alterna (CA) trifásica sincrónica con excitación por imanes permanentes (PMSM)**, alimentada por un inversor electrónico trifásico desde fuente de tensión continua (CC); reductor de velocidad con engranajes planetarios conectado a la carga mecánica; retroalimentación con 1 sensor de posición en el eje del motor más 3 sensores de corriente instantánea de fases en la salida del inversor trifásico al estator de la máquina PMSM y 1 sensor de temperatura en el bobinado de estator.

2. Lineamientos generales

- Trabajo colaborativo en **equipo** de dos (2) alumnos; ambos deben dominar todo el proyecto.
- Modelado, simulación, análisis y diseño (Matlab/Simulink). Respetar la nomenclatura indicada.
- El **contenido del trabajo** debe ser *producción propia original* basada en la revisión e integración de los conocimientos y competencias adquiridos (no debe ser copia adaptada, total o parcial, de otro trabajo); y *cumplir con todos los requisitos y especificaciones pedidos en esta Guía de Trabajo*.
- **Horario de Consulta** semanal en días y horarios habituales durante el ciclo académico, con suficiente anticipación, para *consultar todas las dudas y mostrar avances* del trabajo.
- **Presentación de Informe Técnico**, completo y breve, cumpliendo todo lo pedido en esta **Guía de Trabajo** e incluyendo: Resumen. Introducción. Desarrollo: modelado y esquemas conceptuales; análisis; diseño e implementación; simulación; resultados. Conclusiones. Referencias. Anexos. (Ver documentos complementarios de referencia: *Guía para preparar Informe Técnico y Plantilla*.)
- **Exposición presencial y demostración** mediante:
 - **Coloquio** basado en el Proyecto (con anterioridad, al menos una semana antes del Examen).
 - Presentación en **Mesa de Examen Final**, Ordinaria o Especial (ver Calendario Académico).
- **Plazo de presentación final: Hasta Junio de 2025** (fecha a coordinar).
Nota: para fechas posteriores, utilizar última versión vigente de esta Guía de Trabajo.

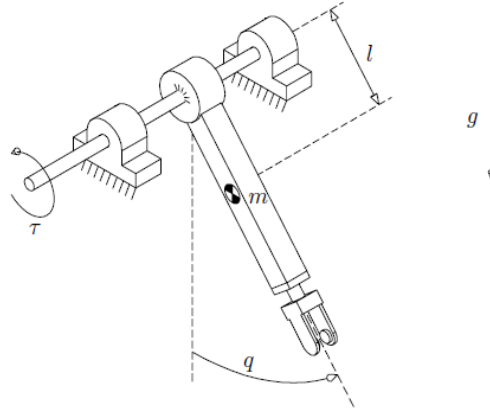
3. Especificaciones del Sistema Físico (Accionamiento) a controlar y su Modelado Dinámico

Convención de signos y sentidos de torque electromagnético y velocidad angular de rotor: iguales (++) o --) → *motorización* (cuadrantes I y III); opuestos (+- o -+) → *frenado regenerativo* (cuadrantes II y IV).

Componentes: los componentes físicos del accionamiento se especifican a continuación (modelos dinámicos básicos equivalentes de parámetros concentrados y especificaciones de operación).

Carga mecánica

Aplicación mecatrónica simplificada (adaptada de [1]): control de movimiento de **1 eje** (control *descentralizado*) para la articulación de un brazo manipulador robótico elemental (péndulo rígido actuado) con un solo grado de libertad (1 g.d.l.), eje de rotación *horizontal* fijo a una base en el sistema de referencia inercial; sometido a la acción externa de la aceleración de *gravedad* g (*perturbación externa* vertical constante), esquematizado en la **Figura 1**; con *parámetros equivalentes variables* según sea la carga útil transportada en el extremo (ver Ec. 1.1).



Posición de equilibrio: brazo en vertical.

Figura 1: Robot manipulador elemental de 1 g.d.l. en plano vertical (péndulo rígido actuado) [1].

Modelo simplificado equivalente (No Lineal con parámetros *variables*), referido al eje de salida del tren de transmisión: coordenada articular del eje de la articulación $q(t) \equiv \theta_l(t)$, referida a la vertical hacia abajo (punto de equilibrio estable), positiva en sentido antihorario; torque impulsor $\tau(t) \equiv T_q(t)$; *perturbación externa*: aceleración de gravedad, vertical constante $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$.

$$J_l \cdot \frac{d\omega_l(t)}{dt} = T_q(t) - b_l \cdot \omega_l(t) - T_l(t); \text{ donde } T_l(t) = g \cdot k_l \cdot \sin(\theta_l(t)) + T_{ld}(t) \quad (\text{Ec. 1.1})$$

$$\frac{d\theta_l(t)}{dt} \equiv \omega_l(t) \Leftrightarrow \theta_l(t) = \int_0^t \omega_l(\xi) \cdot d\xi + \theta_l(0) \quad (\text{Ec. 1.2})$$

Parámetros equivalentes *variables* (*valor nominal ± variación máx.*):

- Coeficiente de fricción viscosa en la articulación: $b_l \approx (0.1 \pm 0.03) \frac{\text{N.m}}{\text{rad/s}}$ (incertidumbre)
- Masa del brazo manipulador: $m = 1.0 \text{ kg}$
- Longitud e Inercia equivalente (centro de masa): $l_{cm} = 0.25 \text{ m}; J_{cm} = 0.0208 \text{ kg.m}^2$
- Longitud total (extremo): $l_l = 0.50 \text{ m}$
- Masa de *Carga útil* en extremo (*variable*): $m_l = [0 \dots 1.5] \text{ kg}$
- Momento de inercia total (a eje de rotación): $J_l = (m \cdot l_{cm}^2 + J_{cm}) + m_l \cdot l_l^2$
 $= 0.0833 + [0 \dots 0.375] \text{ kg.m}^2$
- Coeficiente k_l en Torque de carga $T_l(t)$, Ec. 1.1: $k_l = m \cdot l_{cm} + m_l \cdot l_l$
Torque recuperador gravitacional $g \cdot k_l \cdot \sin(\theta_l(t)) = 0.25 + [0 \dots 0.75] \text{ kg.m}$

Especificaciones de operación (carga o perturbación adicional, por ejemplo *contacto*, valor límite):

- Torque de perturbación por contacto: $T_{ld}(t) \approx (0 \pm 5.0) \text{ N.m}$ (asumir función escalón)

Tren de Transmisión

Caja reductora reversible con sistema de **engranajes planetarios**, asumiendo **acoplamiento rígido** (sin elasticidad torsional y sin juego, holgura o "backlash"); momento de inercia equivalente y pérdidas de energía por fricción interna, reflejados al eje de entrada y considerados junto con el motor (Ec. 3.1).

Modelo equivalente (rígido): $\omega_l(t) = \frac{1}{r} \cdot \omega_m(t); \quad T_q(t) = r \cdot T_d(t)$ (Ec. 2.1 / 2.2)

Parámetro (constante):

- Relación de reducción total: $r = 120.0 : 1$

Especificaciones de operación (valores límite, no sobrepasar):

- Velocidad nominal (salida): $n_{l\ nom} = 60\ rpm \ (\omega_{l\ nom} = 6.28 \frac{rad}{s})$
- Torque nominal (salida): $T_{q\ nom} = 17.0\ N.m$ (régimen continuo o rms)
- Torque pico (salida): $T_{q\ max} = 45.0\ N.m$ (corta duración, aceleración)

Máquina Eléctrica PMSM

Máquina eléctrica de CA trifásica sincrónica con excitación por imanes permanentes (PMSM) y estator simétrico y equilibrado, con bornes de fases *abc* (coordenadas reales y “estacionarias”) conectados externamente en estrella (Y), con centro de estrella O (punto “neutro”) flotante (no accesible) y bornes de línea ABC accesibles desde el inversor electrónico trifásico.



Subsistema mecánico (Rotor, referido a Estator estacionario = fijo al sistema *inercial* de referencia):

Modelo equivalente: $J_m \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = T_m(t) - b_m \cdot \omega_m(t) - T_d(t)$ (Ec. 3.1)

$$\frac{d\theta_m(t)}{dt} \equiv \omega_m(t) \Leftrightarrow \theta_m(t) = \int_0^t \omega_m(\xi) \cdot d\xi + \theta_m(0) \quad (\text{Ec. 3.2})$$

Subsistema electromagnético (modelo idealizado equivalente en coordenadas *electromagnéticas* de rotor $qd0^r$ “fijas” al rotor, aplicando la *Transformación de Park*¹ al circuito de estator estacionario [2]):

Coordenadas *electromagnéticas* de rotor $qd0^r$ (marco de referencia **virtual** eléctrico de rotor, “sincrónico” solo en régimen estacionario, difiere en transtorios según varíe la carga, ver Ec. 4.5):

$$\frac{d\theta_r(t)}{dt} \equiv \omega_r(t) \Leftrightarrow \theta_r(t) = \int_0^t \omega_r(\xi) \cdot d\xi + \theta_r(0) \quad (\text{Ec. 3.3})$$

$$\theta_r(t) \equiv P_p \cdot \theta_m(t) \therefore \omega_r(t) = P_p \cdot \omega_m(t) \quad (\text{Ec. 3.4})$$

Torque electromagnético = torque debido a imanes + torque de reluctancia:

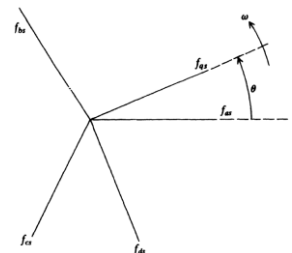
$$T_m(t) = \frac{3}{2} \cdot P_p \cdot \lambda_m^r \cdot i_{qs}^r(t) + \frac{3}{2} \cdot P_p \cdot (L_d - L_q) \cdot i_{ds}^r(t) \cdot i_{qs}^r(t) \quad (\text{Ec. 3.5})$$

¹ **Transformación de Park:** (forma invariante en módulo de resultante vectorial de **variables base *f***), ver [2]

a) **Transformación de Park Directa:**

coordenadas trifásicas **de fase estator (reales, “estacionarias”)**: $f_{abcs}(t) \rightarrow$
coordenadas $qd0$ fijas a rotor (**virtuales, rotativas “eléctricas”**): $f_{qd0s}^r(t)$

$$\begin{bmatrix} f_{qs}^r(t) \\ f_{ds}^r(t) \\ f_{0s}(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_r(t) & \cos \left(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \sin \theta_r(t) & \sin \left(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_{as}(t) \\ f_{bs}(t) \\ f_{cs}(t) \end{bmatrix}$$



b) **Transformación de Park Inversa:** $f_{qd0s}^r(t) \rightarrow f_{abcs}(t)$

$$\begin{bmatrix} f_{as}(t) \\ f_{bs}(t) \\ f_{cs}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r(t) & \sin \theta_r(t) & 1 \\ \cos \left(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \\ \cos \left(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_{qs}^r(t) \\ f_{ds}^r(t) \\ f_{0s}(t) \end{bmatrix}$$

donde $f_x(t)$ puede representar: tensión $v_x(t)$, corriente $i_x(t)$, flujo concatenado $\lambda_x(t)$, etc..

Balance de tensiones eléctricas equivalentes de estator (referido a coordenadas $qd0^r$):

$$v_{qs}^r(t) = R_s(T_s^\circ(t)) \cdot i_{qs}^r(t) + L_q \cdot \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} + [\lambda_m^r + L_d \cdot i_{ds}^r(t)] \cdot \omega_r(t) \quad (\text{Ec. 3.6})$$

$$v_{ds}^r(t) = R_s(T_s^\circ(t)) \cdot i_{ds}^r(t) + L_d \cdot \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} - L_q \cdot i_{qs}^r(t) \cdot \omega_r(t) \quad (\text{Ec. 3.7})$$

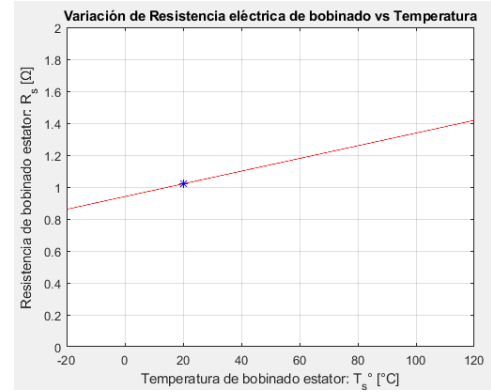
$$v_{0s}(t) = R_s(T_s^\circ(t)) \cdot i_{0s}(t) + L_{ls} \cdot \frac{di_{0s}(t)}{dt} \quad (\text{Ec. 3.8})$$

R_s aumenta con T_s° :

$$R_s(T_s^\circ(t)) = R_{sREF} \cdot (1 + \alpha_{Cu} \cdot (T_s^\circ(t) - T_{sREF}^\circ)) \quad (\text{Ec. 3.9})$$

[donde $(R_{sREF}, T_{sREF}^\circ)$: punto de referencia cualquiera en la recta; α_{Cu} : pendiente de la recta].

Subsistema térmico (modelo simplificado equivalente de primer orden, considerando sólo pérdidas eléctricas resistivas por efecto Joule (calor) en bobinado de estator, despreciando pérdidas magnéticas en el núcleo; transferencia de calor al ambiente solo por conducción y convección natural, sin ventilación forzada):



Potencia de pérdidas real abc (Joule): $P_{s\ perd}(t) = R_s(T_s^\circ(t)) \cdot (i_{as}^2(t) + i_{bs}^2(t) + i_{cs}^2(t))$ (Ec. 3.10)

O, equivalente virtual $qd0$ (para análisis): $= R_s(T_s^\circ(t)) \cdot \frac{3}{2} \cdot (i_{qs}^2(t) + i_{ds}^2(t) + 2 \cdot i_{0s}^2(t))$

Balance térmico de estator: $P_{s\ perd}(t) = C_{ts} \cdot \frac{dT_s^\circ(t)}{dt} + \frac{1}{R_{ts-amb}} \cdot (T_s^\circ(t) - T_{amb}^\circ(t))$ (Ec. 3.11)

Parámetros (valores nominales medidos, tolerancia error +/- 1%; salvo aclaración específica):

- Momento de inercia (motor y caja): $J_m \approx 14.0 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
- Coef. de fricción viscosa (motor y caja): $b_m \approx 15.0 \times 10^{-6} \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad/s}}$
- Pares de Polos magnéticos: $P_p = 3 \text{ pares (i.e. 6 polos)}$
- Flujo magnético equivalente de imanes concatenado por espiras del bobinado de estator:

$$\lambda_m^r \approx 0.016 \text{ Wb} - \text{t, ó } \left(\frac{\text{V}}{\text{rad/s}} \right)$$

- Inductancia de estator (eje en cuadratura): $L_q \approx 5.8 \text{ mH}$
- Inductancia de estator (eje directo): $L_d \approx 6.6 \text{ mH}$
- Inductancia de dispersión de estator: $L_{ls} \approx 0.8 \text{ mH}$
- Resistencia de estator, por fase (Ec. 3.9): $R_s \approx 1.02 \Omega = R_{sREF} (@ T_{sREF}^\circ = 20^\circ \text{C})$
- Coef. aumento de R_s con T_s° (Ec. 3.9): $\alpha_{Cu} = 3.9 \times 10^{-3} \frac{1}{^\circ \text{C}}$
- Capacitancia térmica de estator: $C_{ts} \approx 0.818 \frac{\text{W}}{^\circ \text{C/s}}$ (\rightarrow almacenamiento interno)
- Resistencia térmica estator-ambiente: $R_{ts-amb} \approx 146.7 \text{ } ^\circ \text{C/W}$ (\rightarrow disipación al ambiente)

² Para un sistema de tensiones y corrientes trifásicas equilibrado y circuito electromagnético de estator simétrico, en el **caso general** (retorno de neutro desde el centro de estrella) la Ec. 3.8 no influye: $i_{0s}(t) \equiv 0$; $v_{0s}(t) \equiv 0$. Por otro lado, aunque el sistema no fuese simétrico ni equilibrado, al tener el **centro de estrella (punto "neutro") flotante (no accesible)** [ídem para conexión en triángulo], la Ec. 3.8 tampoco influye: **demostrar** mediante Transformación de Park y Leyes de Kirchoff.

Nota: Constante de tiempo térmica: $\tau_{ts-amb} = R_{ts-amb} \cdot C_{ts} \approx 120 \text{ s}$

Especificaciones de operación, en bornes de fases *abcs* de estator (valores límite, no sobrepasar):

- Velocidad nominal rotor: $n_{m \text{ nom}} = 6600 \text{ rpm}$ ($\omega_{m \text{ nom}} = 691.15 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$)
- Tensión nominal de línea: $V_{sl \text{ nom}} = 30 \text{ V}_{ca \text{ rms}}$ (tensión nominal de fase: $V_{sf \text{ nom}} = \frac{V_{sl \text{ nom}}}{\sqrt{3}}$)
- Corriente nominal: $I_{s \text{ nom}} = 0.4 \text{ A}_{ca \text{ rms}}$ (régimen continuo)
- Corriente máxima: $I_{s \text{ max}} = 2.0 \text{ A}_{ca \text{ rms}}$ (corta duración, aceleración)
- Temperatura máxima de bobinado estator: $T_{s \text{ max}}^\circ = 115^\circ \text{C}$
- Rango de Temperatura ambiente de Operación: $-15^\circ \text{C} \leq T_{amb}^\circ \leq 40^\circ \text{C}$ (perturbación)

Nota: T_{amb}° : perturbación externa (puede asumirse constante para intervalos cortos de tiempo; pero podría variar en otros escenarios). Elegir T_{amb}° adecuadamente, frente a $T_s^\circ(0)$; dependiendo de escenario a simular o analizar.

Inversor trifásico de alimentación (modulador de tensión)

Inversor trifásico de 4 cuadrantes (regenerativo), consistente en un puente trifásico con llaves electrónicas semiconductoras (ej. transistores de potencia MOSFETs ó IGBTs) alimentado desde fuente de CC de tensión constante, conmutado con modulación de ancho de pulso, PWM (existen distintas configuraciones y métodos, con ventajas y desventajas).

Nota: NO es parte de este proyecto el análisis de detalle de operación PWM del inversor ni su fuente de energía de CC. Para este trabajo, considerar al inversor trifásico y la fuente de tensión continua (CC) como un **Modulador idealizado de tensión trifásico (vectorial)** para alimentación al estator de la Máq. Eléctrica sincrónica → modelo promediado a continuación.

Nota: asumir inicialmente el Modulador de tensión trifásico (vectorial) sin límite de tensión, con **respuesta ideal** $G(s) \equiv 1$ (filtro “pasatodo”, ganancia unitaria y ancho de banda “infinito”). Finalmente **limitar ancho de banda y agregar saturación o límite de tensión** (ver ítem 5.2.5.e).

Modelo instantáneo promediado equivalente de *tensiones sintetizadas de salida* (componente *fundamental*, sin armónicos): sistema trifásico de *tensiones de fase* en bornes de fase de estator, senoidales de secuencia positiva *abc*, equilibrado o balanceado (igual módulo, desfase 120° eléctricos), *variable* en Módulo $V_{sl}(t)$ y Frecuencia $\omega_e(t)$:

$$v_{as}(t) \cong \sqrt{2} \cdot \frac{V_{sl}(t)}{\sqrt{3}} \cdot \cos(\theta_{ev}(t)) \quad (\text{Ec. 4.1})$$

$$v_{bs}(t) \cong \sqrt{2} \cdot \frac{V_{sl}(t)}{\sqrt{3}} \cdot \cos\left(\theta_{ev}(t) - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (\text{Ec. 4.2})$$

$$v_{cs}(t) \cong \sqrt{2} \cdot \frac{V_{sl}(t)}{\sqrt{3}} \cdot \cos\left(\theta_{ev}(t) + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (\text{Ec. 4.3})$$

$$\omega_e(t) \equiv 2\pi \cdot f_e(t) \equiv \frac{d\theta_{ev}(t)}{dt} \Leftrightarrow \theta_{ev}(t) = \int_0^t \omega_e(\xi) \cdot d\xi + \theta_{ev}(0) \quad (\text{Ec. 4.4})$$

Parámetros variables:

$V_{sl}(t)$ y $\omega_e(t) \equiv 2\pi \cdot f_e(t)$ pueden variarse a voluntad (dentro de ciertos límites) mediante el control vectorial con modulación PWM.

Especificaciones de operación (valores límite, no sobrepasar):

- Módulo de tensión de línea: $V_{sl} = [0.0 \dots 48] \text{ V}_{ca \text{ rms}}$
- Frecuencia sincrónica: $f_e = [-330.0 \dots 0.0 \dots + 330.0] \text{ Hz}$

Signo \pm de f_e : determina *secuencia de fases* positiva (*abc*) ó negativa (*acb*) y por consiguiente, el sentido de giro \pm del campo magnético rodante y del rotor.

Ángulo de torque del rotor, o “ángulo de defasaje electromagnético (ángulo eléctrico) de rotor” $\delta(t)$: desfasaje o desplazamiento angular instantáneo relativo entre la **coordenada eléctrica sincrónica θ_{ev} (tensión de fase a del estator)** y la coordenada eléctrica $qd0^r$ fija a rotor θ_r , depende del torque electromagnético instantáneo (acoplamiento “elástico” equivalente entre rotor y campo rodante de estator debido a torque electromagnético):

$$\delta(t) \equiv \theta_{ev}(t) - \theta_r(t) = \int_0^t [\omega_e(\xi) - \omega_r(\xi)] \cdot d\xi + [\theta_{ev}(0) - \theta_r(0)] \quad (\text{Ec. 4.5})$$

Nota: $\delta(t) > 0$ para motorización directa (rotor “atrasado” en sentido directo) o frenado regenerativo inverso (rotor “adelantado” en sentido inverso); $\delta(t) < 0$ para frenado regenerativo directo (rotor “adelantado” en sentido directo) o motorización inversa (rotor “atrasado” en sentido directo). Es decir: **rotor “atrasado” para motorización; rotor “adelantado” para frenado regenerativo.**

Sensores de retroalimentación

El sistema cuenta con los siguientes dispositivos físicos y sus canales de medición y acondicionamiento:

- **1 sensor de posición angular** (codificador incremental o “encoder”) montado en el eje de motor, asumiendo proceso de “homing” y decodificación **idealizados** \rightarrow variable medida: $\theta_m(t)$, posición angular **absoluta** “rectificada” (al girar más de una revolución); tal que $\theta_l(t) = \frac{1}{r} \cdot \theta_m(t)$ y ajuste $\theta_m = 0$ (Origen o “Home”) para $\theta_l = 0$.
- **3 sensores de corriente** instantánea de fase, montados en salida trifásica del inversor hacia bornes del estator \rightarrow variables medidas: $i_{as}(t), i_{bs}(t), i_{cs}(t)$.
- **1 sensor de temperatura** (ej. RTD) en bobinado de estator \rightarrow variable medida: $T_s^\circ(t)$, para monitoreo de calentamiento y estimación de resistencia de estator $R_s(T_s^\circ(t))$.

Nota: asumir inicialmente todos los sensores con **respuesta ideal** $G(s) \equiv 1$ (filtro “pasatodo”, ganancia unitaria y ancho de banda “infinito”). Finalmente **limitar ancho de banda** (ver ítem 5.2.5.d).

Variables principales en el Modelo Dinámico completo

Utilizar las siguientes variables de entrada, estado y salida del Sistema Físico:

a) Excitaciones (entradas) externas:

- **Variable manipulada** (vectorial): Sistema trifásico de *tensiones de fase* reales en bornes de estator $\mathbf{v}_{abcs}(t)$, con $V_{sl}(t)$ y $\omega_e(t)$ ajustables a través de manipulación de la modulación PWM del inversor (ver Sección Inversor) \rightarrow (Transformación de Park directa) $\rightarrow \mathbf{v}_{qd0s}^r(t)$ *virtual* equivalente interno.
- **Variables de perturbación:** Torque externo de carga mecánica $T_l(t)$ aplicado en la articulación del brazo manipulador. Temperatura ambiente $T_{amb}^\circ(t)$.

b) **Estado interno:** Posición $\theta_m(t)$ y velocidad $\omega_m(t)$ en eje del motor. *Corrientes virtuales* equivalentes de estator $\mathbf{i}_{qd0s}^r(t)$; temperatura de estator $T_s^\circ(t)$.

c) Respuestas (salidas) externas:

- **Variable controlada**, no medida directamente (efector final): **Posición angular de eje de la articulación robótica** $q(t) \equiv \theta_l(t)$; tal que $\theta_l(t) = \frac{1}{r} \cdot \theta_m(t)$ y $\theta_m = 0$ para $\theta_l = 0$.
- **Variables medidas** (para retroalimentación): Posición angular de eje del motor $\theta_m(t)$. Sistema trifásico de *corrientes de fase* reales en bornes de estator $\mathbf{i}_{abcs}(t)$ (estado $\mathbf{i}_{qd0s}^r(t)$ \rightarrow (Transformación de Park inversa) $\rightarrow \mathbf{i}_{abcs}(t)$ corrientes de fase en bornes). Temperatura de estator $T_s^\circ(t)$.

4. Requisitos generales de Análisis y Diseño

Considerar las siguientes **especificaciones**:

- Diseño e “implementación” inicial de control en **tiempo continuo** $t [s] \in \mathbb{R}$. Asumir inicialmente disponibilidad de todas las variables de estado requeridas para retroalimentación, mediante “sensores” correspondientes; luego reemplazar donde corresponda por estimación mediante *Observador de estado reducido* (ítem 5.2.3) a partir de las variables medidas efectivamente.
- Valores *nominales* de inercia y amortiguamiento de la carga mecánica: $J_{l\text{ nom}} \approx 0.0833 \text{ kg.m}^2$; $b_{l\text{ nom}} \approx 0.1 \frac{\text{N.m}}{\text{rad/s}}$, inicialmente sin carga útil, $m_l \equiv 0$. Evaluar luego la **migración de propiedades** variando $m_l = [0 \dots 1.5] \text{ kg}$ y $b_l \approx (0.1 \pm 0.03) \frac{\text{N.m}}{\text{rad/s}}$ desde sus valores nominales hasta sus límites de incertidumbre, pero manteniendo invariante el control diseñado a partir de los valores nominales (para evaluar robustez del controlador).
- Estado inicial y excitaciones consistentes**, ej. equilibrio detenido sin tensión ni carga: $\theta_l(0) = 0$, $\omega_m(0) = 0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $i_{qd0s}^r(0) = \mathbf{0} \text{ A}$; temperatura inicial de estator $T_s^\circ(0) = T_{amb}^\circ(0) = T_{amb\text{ max}}^\circ = 40^\circ \text{C}$. Con diferentes estados iniciales y excitaciones *consistentes*, es posible evaluar otros casos o escenarios realistas de interés: equilibrio cargado en distintas posiciones, otras temperaturas, etc.
- Estrategia de **Control Vectorial con campo orientado**: “desacoplamiento” de canales de flujo magnético y torque, forzando **corriente nula en eje d**: $i_{ds}^r(t) \equiv 0$ mediante el controlador. Para cumplir esta especificación $i_{ds}^r(t) \equiv 0$, se debe aplicar una **Restricción o Ley de Control NL** sobre la variable manipulada *virtual* $v_{qd0s}^r(t)$ o, equivalentemente (T. Park), sobre $v_{abcs}(t)$.

Nota: En todos los **diagramas de bloques**, separar claramente el sistema físico del sistema de control. Indicar correctamente todas las Transformaciones de Park necesarias (directas y/o inversas), tanto virtuales dentro del sistema físico como reales a implementar concretamente en el sistema de control, con todas sus señales involucradas. Indicar dónde se implementan los “desacoplamientos”, representar el “modulador de tensión trifásico” de ganancia unitaria (inversor) y los elementos sensores de corriente, temperatura y posición/“velocidad”. No repetir diagramas de bloques innecesariamente; utilizar colores y leyendas inteligentemente, compactar y sintetizar información.

5. Tareas a desarrollar

5.1. Modelado, Análisis y Simulación dinámica del SISTEMA FÍSICO a “Lazo Abierto” (Sin Controlador externo de Movimiento)

Realizar:

- Modelo matemático *equivalente* (1 grado de libertad) del *subsistema mecánico* completo: subsistema mecánico del motor (Ec. 3.1 / 3.2) + transmisión *rígida* (Ec. 2.1 / 2.2) + carga (Ec. 1.1 / 1.2), *referido al eje del motor*. ¿Por qué se puede realizar esta simplificación o compactación?
- Modelo dinámico** del sistema físico *completo*, incorporando los subsistemas electromagnético y térmico acoplados de la máquina eléctrica al subsistema mecánico completo obtenido en ítem 1:
 - Modelo **global no lineal (NL)**, para $i_{ds}^r(t) \neq 0$ (caso gral.): I) Ecuaciones vectoriales NL de estado y de salida (con estado inicial genérico, en coordenadas virtuales $qd0$). II) Diagrama de bloques de estado (forma desagregada o escalar); incorporar las Transformaciones de Park virtuales según corresponda, para acceso físico en bornes a las tensiones y corrientes de fase reales de estator (coordenadas $abcs$).

- b) Linealización Jacobiana: Modelo **global linealizado con parámetros variables (LPV)**, para $i_{ds}^r(t) \neq 0$ (caso gral.), a partir de modelo NL mediante aproximación con serie de Taylor truncada de 1° orden en punto genérico de operación → Ecuaciones: I) **Espacio de operación** global NL (cuasi-estacionario) + II) **Modelo dinámico LPV (pequeñas variaciones locales)**, función de parámetros variables según el punto de operación. Indicar estado inicial genérico.
- c) Linealización por Retroalimentación NL: Modelo **simplificado lineal invariante (LTI) equivalente** (sin tener en cuenta acoplamiento NL con el subsistema térmico, pero sí considerar su dinámica lineal), imponiendo directamente el requisito $i_{ds}^r(t) \equiv 0$ (estrategia de **Control Vectorial con campo orientado**), a partir del modelo NL original:
- I) Ecuaciones vectoriales/matriciales LTI de estado y de salida (con estado inicial genérico) → matrices del modelo LTI equivalente.
- II) Diagrama de bloques de estado (forma desagregada o escalar).
- III) Determinación de la **Restricción o Ley de Control mínima** que es necesario aplicar sobre la variable manipulada *virtual*: $v_{qdos}^r(t)$, a través de las Transformaciones de Park necesarias con $v_{abcs}(t)$, para cumplir esta especificación $i_{ds}^r(t) \equiv 0$ (“desacoplamiento” de canales de flujo magnético y torque); ¿qué hipótesis se asume para el estado inicial de $i_{ds}^r(t)$?
- IV) **Implementación**, en el modelo global NL completo (ítem 2.a), de esta Ley de control (“desacoplamiento” o compensación, y linealización por **retroalimentación directa no lineal** de estado parcial) mediante un controlador parcial; incorporando el inversor (modulador de tensión trifásico equivalente), las Transformaciones de Park reales según corresponda, sensores de retroalimentación ideal de variables de estado, etc. para lograrlo (separar claramente el controlador de la planta, e indicar la/s entrada/s de manipulación y variables medidas para retroalimentación resultantes).
- V) Modelo de la **dinámica residual equivalente** para $i_{ds}^r(t)$ (eje *d*) al aplicar esta ley de control mínima, para el caso general en que no se cumple la hipótesis asumida para el estado inicial de $i_{ds}^r(t)$ → **incorporar al modelo LTI** equivalente (ítems 2.c.I y 2.c.II), despreciando el **acoplamiento residual NL con el eje q**. ¿Cuál es este acoplamiento residual NL y por qué se puede despreciar sin error significativo en régimen forzado?
- VI) ¿Se puede implementar alguna **Restricción o Ley de Control complementaria mínima en el eje q** para eliminar completamente este acoplamiento residual NL aún en régimen natural y obtener un modelo equivalente *completamente lineal*, independiente del estado inicial de $i_{ds}^r(t)$?; en tal caso, agregar al controlador parcial en ítem 2.c.IV. Mostrar claramente ambos **modelos resultantes: NL desacoplado con Ley de control NL y LTI equivalente aumentado**.
- d) Comparación del modelo dinámico LTI equivalente aumentado vs. el modelo dinámico global LPV forzando $I_{ds0}^r \equiv 0$. Evaluación del modelo LPV para otros puntos de operación con $I_{ds0}^r < 0$ (debilitamiento de campo), $I_{ds0}^r > 0$ (reforzamiento de campo): **migración de propiedades ante cambios de punto de operación variando I_{ds0}^r** .
- e) **Funciones de Transferencia** para el modelo LTI equivalente aumentado (ítem 2.c.VI), desde ambas entradas $v_{qs}^r(t)$ y $T_l(t)$ hacia la salida $\theta_m(t)$. Indicar el estado inicial considerado, y si hay estados internos que no aportan ni se ven reflejados en las funciones de transferencia.
- 3) Análisis de **Estabilidad** a lazo abierto para el modelo LTI equivalente aumentado (ítem 2.c.VI):
- a) Determinar autovalores = polos y ceros (valores numéricos y mapa en plano s); identificar correspondencia con modos de oscilación, subsistemas, entradas, etc.; calcular sus frecuencias naturales y amortiguamientos, o constantes de tiempo correspondientes.
- b) Evaluar estabilidad parcial y completa, y dinámica o efecto de los ceros.
- Nota: considerar migración de propiedades ante variación de parámetros de carga, ítem 4.b.

- 4) Análisis de **Observabilidad** completa de estado para el modelo LTI equivalente aumentado (ítem 2.c.VI) desde salida medida $\theta_m(t)$. ¿Existe algún estado no observable desde $\theta_m(t)$?

Alternativa: medir velocidad $\omega_m(t)$ con tacogenerador, en vez de medir posición con encoder y reevaluar Observabilidad. ¿Existe algún estado no observable desde $\omega_m(t)$?

- 5) Análisis de **Controlabilidad** completa de estado para el modelo LTI equivalente aumentado (ítem 2.c.VI) desde entrada manipulada $v_{qs}^r(t)$, sin considerar la perturbación de la carga mecánica. ¿Existe algún estado no controlable desde $v_{qs}^r(t)$?; en tal caso, ¿podría controlarse agregando alguna otra entrada de control razonable?

- 6) **Simulación dinámica** en DT, comparando el modelo NL completo desacoplado con Ley de control NL vs LTI equivalente aumentado (ítem 2.c.VI), comparando $i_{ds}^r(0) = \pm 0.5A$ vs $i_{ds}^r(0) = 0A$:

a) Respuesta del estado interno $\{\theta_m(t); \omega_m(t); i_{qd0s}^r(t); T_s^\circ(t)\}$ (y $v_{ds}^r(t)$ forzada) a pulso de consigna de tensión de estator en eje q : $v_{qs}^r(t) = 0V \rightarrow (V_{qs}^{rnom} = +19.596V_{cc}$ en $t_{step1} = 0.1s) \rightarrow (0V$ en $t_{step4} = 0.7s)$, superpuesto con doble pulso de torque de carga $T_l(t) = 0 \rightarrow (T_{lmax} = +6.28N.m$ en $t_{step2} = 0.3s) \rightarrow (-T_{lmax} = -6.28N.m$ en $t_{step3} = 0.5s) \rightarrow (0N.m$ en $t_{step5} = 0.9s)$. Graficar evolución de variables vs tiempo (tensiones y corrientes en ambas coordenadas $qd0 \leftrightarrow abcs$) y curvas paramétricas torque vs velocidad (para cada instante de tiempo), vs curvas características cuasi-estacionarias, evaluar cuadrantes de operación y evolución del ángulo de torque del rotor. También f_q vs f_d vs $f_0 \rightarrow$ comparar con resultados finales luego de verificar y suavizar requisitos.

b) Determinar velocidad y corriente final de establecimiento luego de cada transitorio, tiempos de crecimiento (10% al 90% de intervalo entre valores inicial y final), tiempo de establecimiento ($\pm 1\%$), sobrepico, etc.. ¿Qué influencia relativa tienen cada una de las dos acciones externas? ¿A qué se debe?

Nota: correlacionar respuesta en velocidad vs escalón de tensión; respuesta en corriente/torque motor vs escalón de torque de carga.

c) Comparar comportamiento de $i_{ds}^r(t)$ para $i_{ds}^r(0) = \pm 0.5A$ vs $i_{ds}^r(0) = 0A$. ¿Qué efecto tiene $i_{ds}^r(0) \neq 0A$ sobre el sistema, en ambos modelos?

d) Agregar luego una consigna de tensión en eje d , $v_{ds}^{r*}(t) = 0 \rightarrow V_{qs}^{rnom}/10 = \pm 1.9596V_{cc}$ en $t_{step1} = 0.5s$ (field forcing/weakening a lazo abierto), sumada a restricción o ley de control NL. ¿Qué efecto tiene sobre el sistema, en ambos modelos?

5.2. Diseño, Análisis y Simulación con CONTROLADOR de Movimiento en Cascada con Modulador de Torque equivalente (Control Vectorial)

Realizar:

- 1) **Modulador de Torque equivalente (Controlador interno vectorial de corriente/torque)**, con su diagrama de bloques completo a partir del modelo NL completo y valores de parámetros correspondientes, basado en los siguientes lineamientos:

a) **“Desacoplamiento” o Compensación** de todas las retroalimentaciones físicas naturales de estado hacia la entrada. Comparar con la *Linealización por Retroalimentación NL* completa realizada en ítem 5.1.2.c.VI. Evaluar efecto de estimar y utilizar, en el Controlador, la dependencia $R_s(T_s^\circ(t))$ vs. usar valor “nominal” constante de R_s (la planta física siempre tiene dependencia $R_s(T_s^\circ(t))$) Comparar desempeño en ambos casos.

b) Diseño de **lazos de control de corrientes** $i_{qd0s}^r(t)$ desacoplados entre sí y de la velocidad, con control proporcional solamente, con polos en $p_i = -5000 \frac{rad}{s}$ ($BW \cong 796Hz$) para todos los ejes. ¿En qué cambia la dinámica, comparada con la obtenida en ítem 5.1.2.c.VI?

c) Incorporación adecuada y completa de **consigna de torque** (nueva variable manipulada) y “desacoplamiento” o compensación de fricción viscosa equivalente.

d) **“Desacoplamiento” o Compensación del Torque de carga por gravedad** (“Precomputed Torque”, o “torque precalculado” = **Linealización por retroalim. NL** del Torque de carga).

Nota: **Simular** con Modulador de Torque en DT y comparar con el comportamiento dinámico obtenido en ítem 5.1.6, asumiendo torque de carga y señal consigna de torque necesaria. Comparar requisitos e implementación simple para estrategia *base* con $i_{ds}^r(t) \equiv 0$, vs estrategia *extendida* para $i_{ds}^r(t) \neq 0$ en general (debilitamiento/reforzamiento de campo magnético).

- 2) **Controlador externo de movimientos: posición/velocidad** (con “acceso directo” a manipular el torque motor a través de la consigna de torque al modulador interno (para estrategia *base* con $i_{ds}^r(t) \equiv 0$), diseñado utilizando el método de sintonía serie con acción integral (“PID”), con $\zeta = 0.75$; $\omega_n = 800 \frac{rad}{s}$, considerando valores nominales de J_l, b_l ; con su diagrama de bloques completo y valores de parámetros correspondientes. Indicar en el plano s dónde quedan ubicados los polos correspondientes, en comparación con los polos de reguladores de corriente y los polos de la planta original (evaluar la influencia de variación extrema de parámetros de carga $J_l, b_l \rightarrow$ migración de polos, etc.).

Incorporar entrada de referencia o **setpoint de posición** $q_1^*(t) \equiv \frac{1}{r} \cdot \theta_m^*(t)$ al diagrama de bloques del sistema.

- 3) Incorporación y diseño de **Observador de Estado de orden reducido** sólo para la parte mecánica de este controlador, que estime la posición y **velocidad** a partir de sensor de posición $\theta_m(t)$ (no es necesario estimar las corrientes, ya que se dispone de sensores de corriente para el control vectorial, modulador de torque). Ubicar los dos polos del observador reales iguales en $p_{obs1,2} = -3200 \frac{rad}{s}$, para no interferir demasiado con el controlador de estado. Adecuar *todas* las retroalimentaciones de velocidad a los valores estimados.

- 4) **Simulación** en tiempo continuo con **modelo completo NL**, mostrando:

- a) Seguimiento de consignas de movimiento $q_1^*(t) \equiv \frac{1}{r} \cdot \theta_m^*(t)$ con **perfil trapezoidal de posición**: $q_1^*(t) = 0 \rightarrow (\Delta t_{ramp} = 5 \text{ s}) \rightarrow 2 \cdot \pi \text{ [rad]} \rightarrow (\Delta t_{ramp} = 5 \text{ s}) \rightarrow 0$;
- b) Rechazo a **perturbaciones** (cambios en escalón): considerando *valores nominales y variación máx.* de los parámetros de carga mecánica física.

- 5) **Verificación de desempeño y/o mejoras**:

- a) Verificar si se supera/n alguna/s de las **Especificaciones de operación** (valores límite) de velocidad, torque, corriente y tensión de los componentes del sistema físico (caja reductora, motor, inversor), o si existe margen para aumentar el desempeño del sistema.

Nota: En caso de superar los valores límites, determinar el origen o causa primera; evaluar qué restricciones es necesario imponer al controlador o consignas para respetar dichos límites \rightarrow realizar los ajustes y verificar.

- b) **Observador**: Verificar si existe error de estimación de régimen permanente distinto de cero ante perturbaciones de carga, o si en este caso también converge asintóticamente la estimación al valor real no medido.

Nota: En caso de tener error de estimación estacionario no nulo, proponer esquema alternativo o agregado para compensar este error y llevarlo a cero (para perturbación constante) \rightarrow realizar los ajustes y verificar.

- c) **Comportamiento térmico** del motor: Verificar si la temperatura del bobinado se mantiene dentro de los valores admisibles para *operación continua repetitiva* con ciclo de operación especificado.
- d) Evaluar si aparece alguna degradación de desempeño del sistema cuando se considera la *respuesta no ideal* (ancho de banda limitado) de los **sensores y acondicionadores de señal**, reemplazando el modelo ideal $G(s) \equiv 1$ para los sensores asumido hasta aquí, por modelos aproximados equivalentes con características de *filtro Pasa Bajos (LP) con ganancia unitaria*, implementados en el Espacio de Estados (SS):

- Corrientes $i_{as}(t), i_{bs}(t), i_{cs}(t)$: modelo LP en SS 2° orden, $\omega_n = 6000 \frac{rad}{s}, \xi = 1$.
- Posición angular $\theta_m(t)$: modelo LP en SS 2° orden, $\omega_n = 2000 \frac{rad}{s}, \xi = 1$.
- Temperatura $T_s(t)$: modelo LP en SS 1° orden, $\tau = 20s$.

Nota: En la implementación en SS de cada filtro, calibrar sus condiciones iniciales propias en forma consistente con el valor inicial de la señal respectiva a medir, a fin de evitar transitorios iniciales de medición (utilizar para ello la asignación adecuada de *condición inicial "externa"* para cada integrador del filtro).

Evaluar el efecto de aumentar $\omega_n \rightarrow \omega_n \times 2 \rightarrow \omega_n \times 3$ de los filtros posición y corriente, y su interacción con ω_n del observador, transformación de Park y lazos de corriente, respectivamente.

- e) Evaluar adicionalmente si aparece alguna degradación de desempeño del sistema cuando se considera la *respuesta no ideal* (Saturación y ancho de banda limitado) en el **modulador trifásico de tensión** que representa como modelo promediado el **Inversor**, reemplazando el modelo ideal $G(s) \equiv 1$ para el inversor asumido hasta aquí, por modelo aproximado equivalentes con saturación y características de *filtro Pasa Bajos (LP) con ganancia unitaria*, implementados en el Espacio de Estados (SS):

- Saturación: $|v_{as}(t)|, |v_{bs}(t)|, |v_{cs}(t)| : \leq \sqrt{2} \cdot \frac{V_{sl \max}}{\sqrt{3}}, V_{sl \max} = 48 V_{ca \text{ rms}}$
- Tensiones $v_{as}(t), v_{bs}(t), v_{cs}(t)$: modelo LP en SS 2° orden, $\omega_n = 6000 \frac{rad}{s}, \xi = 1$.

- 6) **Versión final:** Finalmente, mostrar Controlador Completo con todas las etapas de control integradas correctamente en el DT continuo $t \in \mathbb{R} \rightarrow$ **Discretizar el Controlador completo** considerando *muestreo* en instantes $t_k \equiv k \cdot T_s, k \in \mathbb{Z}$, utilizando el *método de Tustin* (integración numérica por *Trapezios*) con periodo de muestreo único y constante $T_s [s] \in \mathbb{R}$ y retenedor de orden cero (ZOH) para las señales de control; determinar T_s para desempeño adecuado del controlador en tiempo discreto.

6. Referencias

- [1] R. Kelly et al, Control of Robot Manipulators in Joint Space. Springer, 2005. (Example & Figure 2.2).
- [2] P. Krause et al, Analysis of Electric Machinery and Drive Systems, 3rd Ed.. IEEE-Wiley, 2013.
- [3] G. Franklin et al, Feedback Control of Dynamic Systems, 7th Ed.. Pearson, 2015.