

IUT DE COLMAR

R314

ANNÉE 2022-23

Analyse de Fourier

MARTIN BAUMGAERTNER

21 septembre 2022

Table des matières

1	CM 1 - 21 septembre 2022	2
1.1	Définition	2
1.2	Exemple	2
1.2.1	Tracer le signal	3
1.2.2	Calcul de sa valeur moyenne	3
1.2.3	Calcul des coefficients de Fourier	4
1.2.4	Donner sa décomposition en série de Fourier	4
1.2.5	Donner les 4 premières harmoniques	4
1.2.6	Trucs et astuces	4

1 CM 1 - 21 septembre 2022

1.1 Définition

Un signal est dit périodique lorsque que nous pouvons retrouver un travers un signal un zone répétée.

La fréquence d'un signal peut se calculer avec : $\nu = f = \frac{1}{T}$

$f(t)$ = signal périodique de période T. Et, on l'écrit de cette manière :

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

Les différents harmoniques de rang n peut s'écrire :
 $a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) = h_n(t)$

Le calcul des coefficients de Fourier :
 $a_0 = \frac{1}{T} \int_{\Delta} f(t) dt = \text{valeur moyenne}$

Ces deux formules servent car nous pouvons calculer les données a_n et b_n pour la grosse formule au dessus avec le petit 1 :

- $a_n = \frac{2}{T} \int_{\Delta} f(t) \cos(n\omega t) dt$
- $b_n = \frac{2}{T} \int_{\Delta} f(t) \sin(n\omega t) dt$

1.2 Exemple

Soit le signal :

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } -\pi \leq t \leq 0 \\ 2 & \text{si } 0 \leq t \leq \pi \end{cases}$$

1.2.1 Tracer le signal

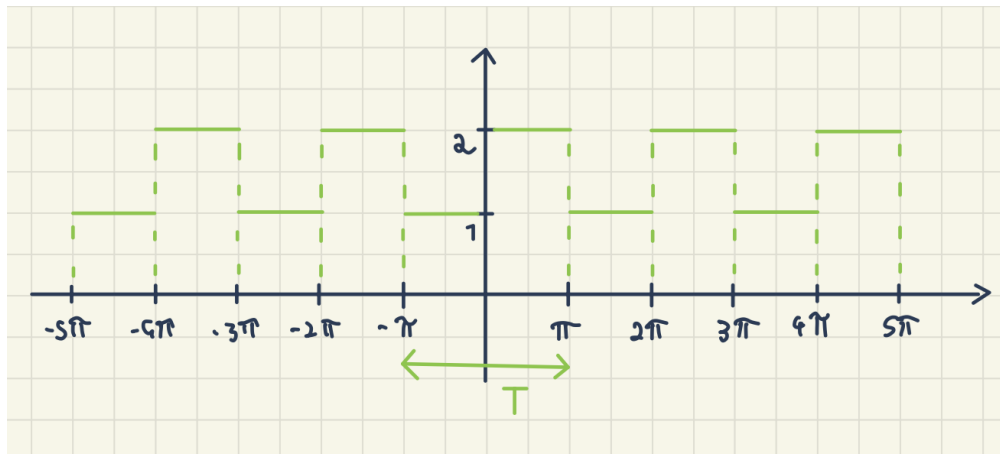


FIGURE 1 – La courbe 1

1.2.2 Calcul de sa valeur moyenne

On calcule d'abord $a_0 = \frac{1}{T} \int_{\Delta} f(t) dt$:

$$\Rightarrow T = 2\pi$$

$$\Rightarrow \Delta = [-\pi; \pi]$$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) dt = \frac{1}{2T} (\int_{-\pi}^0 1 dt + \int_0^{\pi} 2 dt)$$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{1}{2\pi} ([t]_{-\pi}^0 + [2t]_0^{\pi})$$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{1}{2\pi} (0 - (-\pi) + (2\pi - 0))$$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{1}{2\pi} (\pi + 2\pi) = \frac{1}{2\pi} = \frac{3}{2}$$

1.2.3 Calcul des coefficients de Fourier

Premièrement, on calcule a_n et b_n :

$$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$

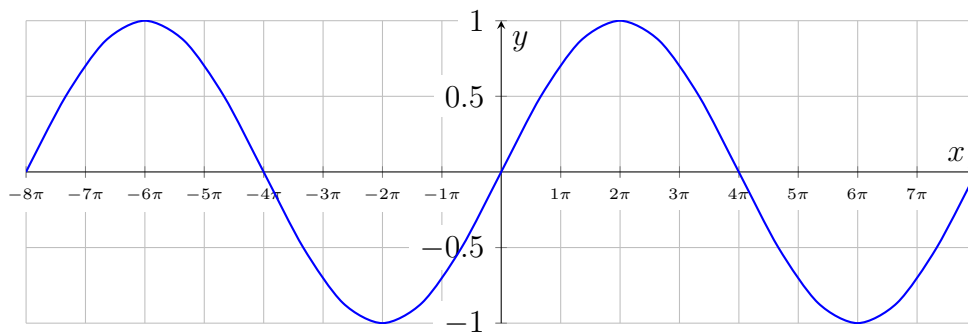
$$\Rightarrow a_n = \frac{2}{T} \int_{\Delta} f(t) \cos(nt) dt$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos(nt) dt$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{1}{\pi} \left[\int_{-\pi}^0 1 \cos(nt) dt + \int_0^{\pi} 2 \cos(nt) dt \right]$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{1}{\pi} \left(\left[\frac{\sin(nt)}{n} \right]_{-\pi}^0 + \left[\frac{2\sin(nt)}{n} \right]_0^{\pi} \right)$$

$$\Rightarrow a_n = 0$$



La fonction sinus est impaire car $f(-x) = -f(x)$

1.2.4 Donner sa décomposition en série de Fourier

1.2.5 Donner les 4 premières harmoniques

1.2.6 Trucs et astuces

- Si $f(t)$ est pair alors les b_n sont nuls
- Si $f(t)$ est impair alors a_0 les a_n sont nuls
- Si $f(t)$ est quelconque mais que $f(t) - a_0$ est impair alors les a_n sont nuls