

IUT DE COLMAR

R314

ANNÉE 2022-23

---

# Analyse de Fourier

---

MARTIN BAUMGAERTNER

22 septembre 2022

---

# Table des matières

<b>1</b>	<b>CM 1 - 21 septembre 2022</b>	<b>2</b>
1.1	Définition . . . . .	2
1.2	Exemple . . . . .	2
1.2.1	Tracer le signal . . . . .	3
1.2.2	Calcul de sa valeur moyenne . . . . .	3
1.2.3	Calcul des coefficients de Fourier . . . . .	4
1.2.4	Donner sa décomposition en série de Fourier . . . . .	4
1.2.5	Donner les 4 premières harmoniques . . . . .	4
1.2.6	Trucs et astuces . . . . .	4

---

# 1 CM 1 - 21 septembre 2022

## 1.1 Définition

Un signal est dit périodique lorsque que nous pouvons retrouver un travers un signal un zone répétée.

La fréquence d'un signal peut se calculer avec :  $\nu = f = \frac{1}{T}$

$f(t)$  = signal périodique de période T. Et, on l'écrira de cette manière :

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

Les différents harmoniques de rang n peut s'écrire :  
 $a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) = h_n(t)$

Le calcul des coefficients de Fourier :  
 $a_0 = \frac{1}{T} \int_{\Delta} f(t) dt = \text{valeur moyenne}$

Ces deux formules servent car nous pouvons calculer les données  $a_n$  et  $b_n$  pour la grosse formule au dessus avec le petit 1 :

- $a_n = \frac{2}{T} \int_{\Delta} f(t) \cos(n\omega t) dt$
- $b_n = \frac{2}{T} \int_{\Delta} f(t) \sin(n\omega t) dt$

## 1.2 Exemple

Soit le signal :

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } -\pi \leq t \leq 0 \\ 2 & \text{si } 0 \leq t \leq \pi \end{cases}$$

---

### 1.2.1 Tracer le signal

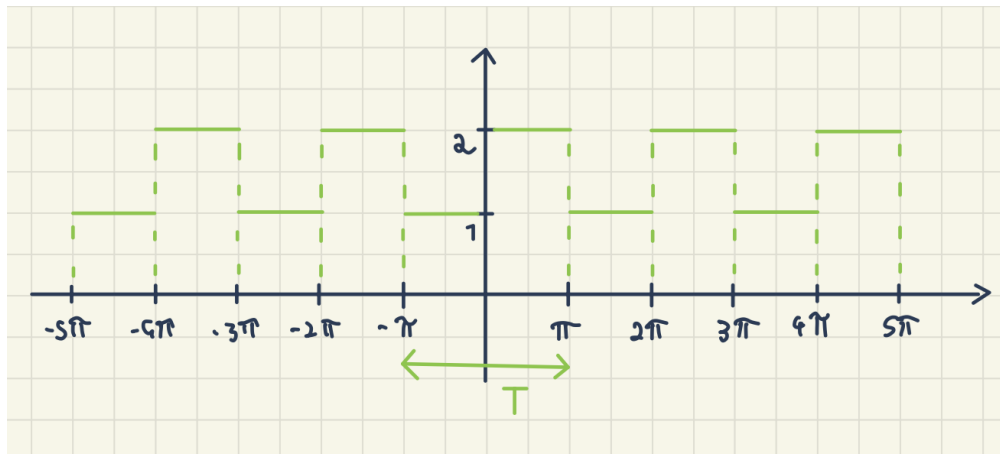


FIGURE 1 – La courbe 1

### 1.2.2 Calcul de sa valeur moyenne

On calcule d'abord  $a_0 = \frac{1}{T} \int_{\Delta} f(t) dt$  :

$$\Rightarrow T = 2\pi$$

$$\Rightarrow \Delta = [-\pi; \pi]$$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) dt = \frac{1}{2T} (\int_{-\pi}^0 1 dt + \int_0^{\pi} 2 dt)$$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{1}{2\pi} ([t]_{-\pi}^0 + [2t]_0^{\pi})$$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{1}{2\pi} (0 - (-\pi) + (2\pi - 0))$$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{1}{2\pi} (\pi + 2\pi) = \frac{1}{2\pi} = \frac{3}{2}$$

---

### 1.2.3 Calcul des coefficients de Fourier

Premièrement, on calcule  $a_n$  et  $b_n$  :

$$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$

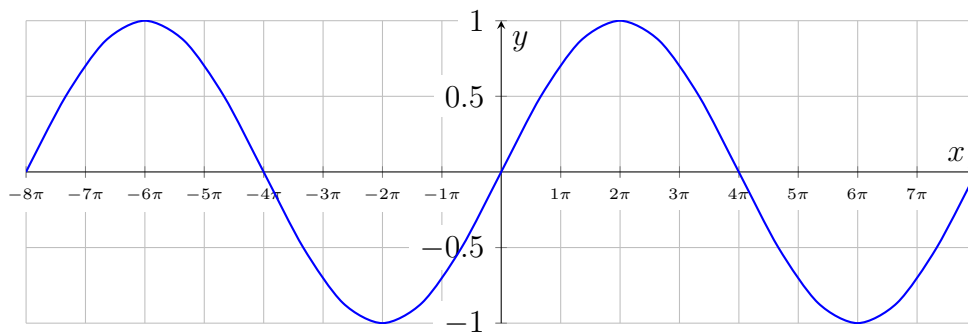
$$\Rightarrow a_n = \frac{2}{T} \int_{\Delta} f(t) \cos(nt) dt$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos(nt) dt$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{1}{\pi} \left[ \int_{-\pi}^0 1 \cos(nt) dt + \int_0^{\pi} 2 \cos(nt) dt \right]$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{1}{\pi} \left( \left[ \frac{\sin(nt)}{n} \right]_{-\pi}^0 + \left[ \frac{2\sin(nt)}{n} \right]_0^{\pi} \right)$$

$$\Rightarrow a_n = 0$$



La fonction sinus est impaire car  $f(-x) = -f(x)$

### 1.2.4 Donner sa décomposition en série de Fourier

### 1.2.5 Donner les 4 premières harmoniques

### 1.2.6 Trucs et astuces

- Si  $f(t)$  est pair alors les  $b_n$  sont nuls
- Si  $f(t)$  est impair alors  $a_0$  les  $a_n$  sont nuls
- Si  $f(t)$  est quelconque mais que  $f(t) - a_0$  est impair alors les  $a_n$  sont nuls